

基于遗传算法的三维空间柱面拟合

秦世伟^{1,2}, 潘国荣¹, 谷川^{1,3}, 施贵刚¹

(1. 同济大学 测量与国土信息工程系, 上海 200092; 2. 上海大学 土木工程系, 上海 200072;
3. 上海市市政工程设计研究总院, 上海 200092)

摘要: 从二维平面曲线的定义出发, 进而扩展至三维空间柱面的定义. 提出采用遗传算法拟合得出空间柱面的参数, 将空间柱面唯一确定. 以空间圆柱面为例, 说明采用遗传算法进行空间柱面拟合的原理以及方法. 以空间曲面的表达参数作为需辨识的参数值, 并且对相关的参数值加以约束, 基于最小二乘原理建立优化目标函数, 采用遗传算法进行进化寻优. 实例研究表明本文方法的有效性与拟合精度优势.

关键词: 空间柱面拟合; 遗传算法; 平面曲线; 卷板辊; 圆度

中图分类号: P 258

文献标识码: A

Fitting of Spatial Cylindrical Surface Based on Genetic Algorithm

QIN Shiwei^{1,2}, PAN Guorong¹, GU Chuan^{1,3}, SHI Guigang¹

(1. Department of Surveying and Geo-informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China; 3. Shanghai Municipal Engineering Design & Research General Institute, Shanghai 200092, China)

Abstract: The definition of spatial cylindrical surfaces is introduced to the definition of corresponding planar curves. Fitting of the spatial cylindrical surface with genetic algorithm (GA) is proposed. Taking the fitting of cylinder surface for example, the principle and method of spatial cylindrical surface fitting based on genetic algorithm is described. Express parameters have to be identified in this method. Non-independent parameters are constrained. Objective function is built based on least squares method, and optimized by GA. The effectiveness and its advantages in fitting is testified with an engineering example.

Key words: fitting of spatial cylindrical surface; genetic

algorithm; planar curve; bending roller; circularity

在工业检测与逆向工程中, 曲面拟合是一个经常涉及到的实际问题. 由于实物的形状通常用严格的数学公式描述, 通过对其表面点进行三维坐标采样, 可以拟合出实物表面在空间坐标系中的几何方程, 这对于发现实物的整体变形以及生成模型设计CAD图纸是至关重要的, 在工业领域中有广泛的应用^[1-2].

目前已有的曲面拟合方法主要有基于插值和逼近的样条拟合^[3-4]、基于神经网络的曲面拟合^[5]、网格法拟合^[6]等, 这些方法在曲面拟合中具有一定的应用价值, 但是, 无法拟合出曲面方程的参数. 比较基础的多项式曲面拟合由于精度较低不适用于高精度工业检测和逆向工程领域. 文献[7]提出了一种按特征值、旋转角和平移量为参数拟合二次曲面的方法, 能够拟合出曲面方程的参数, 但是其运算过程中存在一定的近似, 使拟合精度有一定的损失.

文献[1-2]中提出了采用遗传算法进行曲面拟合, 并且通过工程实例说明了基于遗传算法的空间曲面拟合的有效性. 然而对于柱面这一类的空间曲面, 按照文献[1-2]中的方法进行坐标平移、旋转以及标准曲面表达参数的求取存在一定的困难, 笔者考虑从二维平面曲线的定义扩展到三维空间柱面, 从柱面的本质特点进行空间柱面方程的拟合. 以圆柱面的拟合为例, 说明了提出的遗传算法用于空间柱面的拟合的具体方法和过程, 并且用一台卷板机的卷板辊的空间柱面拟合为例, 说明了该方法的有效性和实施过程, 并且与已有的方法进行了比较.

收稿日期: 2009-01-05

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划资助项目(2006BAJ03A07)

作者简介: 秦世伟(1973—), 男, 讲师, 博士生, 主要研究方向为精密工程测量、工业测量以及测量数据处理.

E-mail: qswfreeman@163.com

潘国荣(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为精密工程测量、工业测量以及测量数据处理.

E-mail: pgr2@163.com

1 二维平面曲线向三维空间柱面的扩展

以圆扩展为圆柱面为例,根据平面几何的知识可知,平面圆的定义可表述为:平面上到定点 O 的距离等于定长 r 的所有点组成的图形称为圆,定点 O 称为圆心,定长 r 称为半径,如图 1 所示.

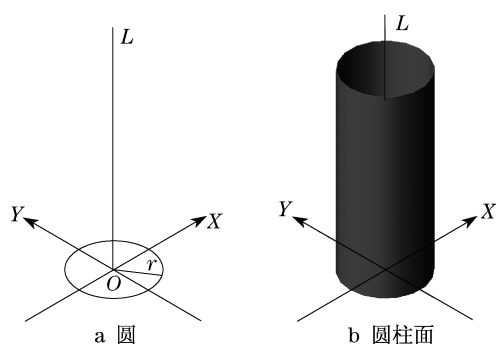


图 1 圆扩展至圆柱面

Fig.1 Extending from circle to spatial cylindrical surface

由平面圆的定义,可向三维空间扩展得到对应的空间圆柱面的定义:三维空间中到定直线 L 的距离等于定长 R 的所有点组成的图形称为圆柱面;定直线 L

$$\sqrt{[p(Y - Y_0) - n(Z - Z_0)]^2 + [m(Z - Z_0) - p(X - X_0)]^2 + [n(X - X_0) - m(Y - Y_0)]^2} = R \sqrt{m^2 + n^2 + p^2} \quad (3)$$

于是,只要求得 $X_0, Y_0, Z_0, m, n, p, R$ 7 个参数的值,即可将三维空间圆柱面在三维空间中唯一确定.

X_0, Y_0, Z_0 这 3 个参数相关, m, n, p 这 3 个参数也相关. 为了保证参数结果的唯一性,需对参数加以约束. 例如,可根据经验令 X_0, Y_0, Z_0 中的 1 个为常数,令 $\sqrt{m^2 + n^2 + p^2} = 1$ 等,也可根据实际情况进行其他的约束.

2.2 基于遗传算法的空间柱面拟合

文献[1-2]中提出采用遗传算法进行曲面拟合,求得坐标平移、旋转以及标准曲面表达参数,并

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \sqrt{[p(Y_i - Y_0) - n(Z_i - Z_0)]^2 + [m(Z_i - Z_0) - p(X_i - X_0)]^2 + [n(X_i - X_0) - m(Y_i - Y_0)]^2} - R \sqrt{m^2 + n^2 + p^2} \right\}^2 = \min \quad (4)$$

式中: N 为采样点个数; (X_i, Y_i, Z_i) 为采样点三维坐标; X_0, Y_0, Z_0 满足 $f(X_0, Y_0, Z_0) = 0$; m, n, p 满足 $f(m, n, p) = 0$.

称为圆柱面的轴,定长 R 称为半径,如图 1 所示.

2 基于遗传算法的空间柱面拟合

以空间圆柱面的拟合为例,说明基于遗传算法的空间柱面拟合的原理以及方法.

2.1 理论基础

空间任意一条直线可用直线上一点以及直线的方向向量表示. 不妨设这一点的坐标为 $M_0(X_0, Y_0, Z_0)$, 方向向量为 $\mathbf{v} = (m, n, p)$, 则该直线的参数式方程可表示为

$$\begin{cases} X = X_0 + mt \\ Y = Y_0 + nt \\ Z = Z_0 + pt \end{cases} \quad (1)$$

式中: t 为参数变量.

根据由二维平面圆扩展得到的三维空间圆柱面的定义,空间圆柱面的方程可表示为

$$\frac{\begin{vmatrix} i & j & k \\ X - X_0 & Y - Y_0 & Z - Z_0 \\ m & n & p \end{vmatrix}}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}} = R \quad (2)$$

式中: (X, Y, Z) 为空间圆柱面上的点.

展开并进一步整理得

对经典的简单遗传算法进行了改进. 本文中使用改进后的遗传算法. 由于空间柱面具有一定的特殊性,可不通过坐标平移、旋转等操作,按照二维曲线向三维柱面的扩展的思想根据柱面的定义直接求出空间柱面的表达方程.

以空间柱面的表达参数作为需辨识的参数值,并且对相关的参数值加以约束. 基于最小二乘原理建立优化目标函数. 以空间圆柱面为例,以 $X_0, Y_0, Z_0, m, n, p, R$ 作为需辨识的参数值,并对不相互独立的参数值 X_0, Y_0, Z_0, m, n, p 加以约束.

空间圆柱面拟合参数辨识的目标函数为

全局最优的概率.

基于遗传算法的三维空间柱面拟合算法的流程如图2所示.

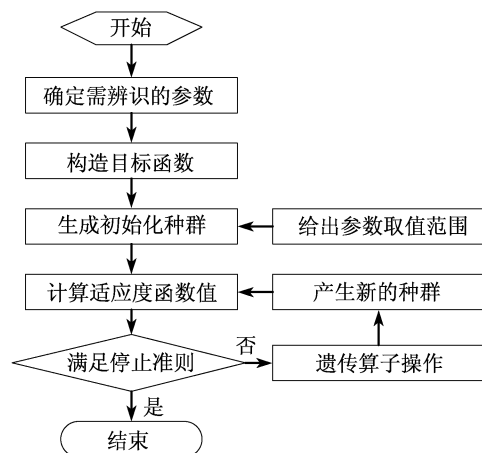


图2 空间柱面拟合流程

Fig.2 Flow chart of cylindrical surface fitting

3 工程实例

为了说明本文中提出的空间柱面拟合方法的有效性和实施过程,采用一个卷板机的卷板辊的表面拟合的工程实例说明之.卷板机的型号为:板幅6 000 mm、上辊直径550 mm、下辊直径340 mm、中心距480 mm.本文中的研究重点在于空间柱面的拟合,主要以上辊为例说明问题.

卷板辊表面采样点数据采集采用的设备为Leica TDA5005型工业全站仪,其标称精度为20 m(65 ft),测量范围内点位精度为 ± 0.3 mm.

在上辊沿长度方向约0.1,1.0,2.0,3.0,4.0,5.0,5.9 m 7个断面处每个断面尽量均匀地采集6个点,共采集了42个上辊表面采样点,采样点三维坐标如表1所示.

表1 上辊表面采样数据

Tab.1 Sampling data on the surface of upper roller

点号	X/m	Y/m	Z/m	点号	X/m	Y/m	Z/m	点号	X/m	Y/m	Z/m
1	9.652 71	22.565 02	4.737 11	15	11.574 31	22.817 21	4.458 00	29	13.541 82	22.269 11	4.248 79
2	9.669 22	22.808 03	4.723 62	16	11.563 72	22.659 32	4.234 92	30	13.532 63	22.134 62	4.494 51
3	9.678 71	22.946 76	4.474 63	17	11.546 73	22.409 54	4.245 61	31	14.539 33	22.200 54	4.722 18
4	9.668 63	22.796 79	4.239 79	18	11.537 25	22.270 21	4.472 53	32	14.559 54	22.499 32	4.710 11
5	9.650 21	22.525 10	4.251 80	19	12.545 71	22.363 33	4.736 12	33	14.567 52	22.615 43	4.475 09
6	9.641 63	22.399 03	4.475 11	20	12.563 48	22.625 24	4.716 14	34	14.556 36	22.448 91	4.233 21
7	10.550 84	22.506 42	4.738 32	21	12.572 01	22.749 82	4.462 91	35	14.538 45	22.185 55	4.259 91
8	10.568 01	22.760 23	4.715 33	22	12.562 23	22.603 39	4.241 73	36	14.530 43	22.068 01	4.507 52
9	10.576 62	22.884 54	4.455 89	23	12.543 82	22.332 91	4.251 18	37	15.438 18	22.154 72	4.730 33
10	10.566 19	22.730 02	4.236 82	24	12.534 88	22.202 17	4.483 88	38	15.456 15	22.416 03	4.725 84
11	10.548 31	22.467 08	4.249 84	25	13.542 19	22.277 18	4.727 01	39	15.465 30	22.552 23	4.448 43
12	10.539 48	22.337 91	4.490 67	26	13.561 32	22.559 51	4.716 51	40	15.455 02	22.399 42	4.238 77
13	11.547 72	22.426 14	4.732 82	27	13.569 71	22.681 32	4.453 62	41	15.435 51	22.112 01	4.269 32
14	11.565 54	22.689 52	4.718 51	28	13.558 32	22.512 62	4.231 81	42	15.428 23	22.006 21	4.491 88

临近点相连接如图3所示.

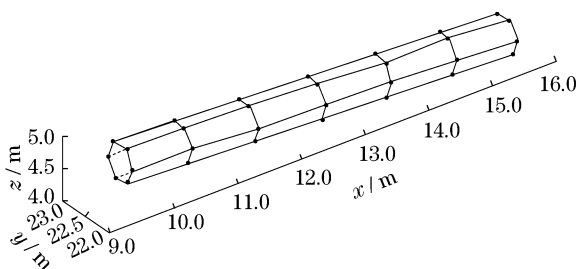


图3 采样点连接图形

Fig.3 Figure of sampling points

根据测量数据的实际情况,令 $X_0 = 10.00$, $m = \sqrt{1 - n^2 - p^2}$, $Y_0 \in [22.000\ 00, 23.000\ 00]$, $Z_0 \in [4.000\ 00, 5.000\ 00]$, $n \in [-0.200\ 00, 0.200\ 00]$, $p \in [-0.200\ 00, 0.200\ 00]$, $R \in [0.250\ 00, 0.300\ 00]$.

各参数在取值范围内均匀采样,以随机组合的方式建立初始种群,初始种群规模为100.

采用遗传算法进行了多次运算,进化代数平均约为100代,优化时间约为50 s,进化得到的参数值为: $Y_0 = 22.649\ 80$ m, $Z_0 = 4.484\ 25$ m, $n = -0.067\ 67$, $p = 0.000\ 38$, $R = 0.274\ 93$ m. 进一步

计算得到: $m = 0.997\ 71$.

于是,圆柱面中轴线的方程可表示为

$$\begin{cases} X = 10.000\ 00 + 0.997\ 71t \\ Y = 22.649\ 80 - 0.067\ 67t \\ Z = 4.484\ 25 + 0.000\ 38t \end{cases}$$

平面圆的圆度是指圆上的点到圆心的距离与半径之差^[8],空间圆柱面的圆度扩展为圆柱面表面点到圆柱中轴线的距离与圆柱面半径之差.由此得到该卷板辊表面各采样点处的圆度值,如表2所示.

表2 各采样点处的圆度

Tab.2 Circularity of each sampling point

点号	R/m	$\Delta R/mm$	点号	R/m	$\Delta R/mm$	点号	R/m	$\Delta R/mm$
1	0.275 13	0.20	15	0.274 84	-0.09	29	0.275 15	0.22
2	0.275 12	0.19	16	0.275 28	0.35	30	0.275 08	0.15
3	0.274 77	-0.16	17	0.274 77	-0.16	31	0.275 15	0.22
4	0.274 03	-0.90	18	0.275 04	0.11	32	0.274 43	-0.50
5	0.275 47	0.54	19	0.275 40	0.47	33	0.274 97	0.04
6	0.274 63	-0.30	20	0.274 76	-0.17	34	0.274 86	-0.07
7	0.275 02	0.09	21	0.274 73	-0.20	35	0.274 73	-0.20
8	0.274 53	-0.40	22	0.274 72	-0.21	36	0.274 75	-0.18
9	0.274 66	-0.27	23	0.274 84	-0.09	37	0.274 59	-0.34
10	0.274 50	-0.43	24	0.275 05	0.12	38	0.275 33	0.40
11	0.275 94	1.01	25	0.275 14	0.21	39	0.275 08	0.15
12	0.274 80	-0.13	26	0.275 80	0.87	40	0.274 77	-0.16
13	0.274 83	-0.10	27	0.274 89	-0.04	41	0.274 93	0.00
14	0.275 28	0.35	28	0.274 27	-0.66	42	0.274 92	-0.01

对各采样点处的圆度值进行了统计分析,得到如图4所示的各采样点处圆度统计直方图.

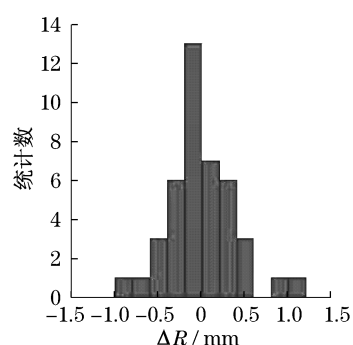


图4 各点圆度统计直方图

Fig.4 Histogram of circularity of each sampling point

由图可见,各点处圆度的统计规律可认为服从正态分布.对 ΔR 进行统计分析,得出 ΔR 的均值为零, ΔR 的标准差为 0.36 mm.

采用文献[7]的方法得到的柱面拟合结果为 $R = 0.274\ 82\ m$,拟合中误差为 0.47 mm.从拟合中误差的指标来看,认为本文中提出的空间柱面拟合方法能够取得更好拟合精度,拟合效果更好.分析原因认为可能与文献[7]的方法在运算上存在一定的近似有关.

从上面实例的分析以及比较中可看出,采用本文中提出的算法能够有效地拟合出三维空间柱面的

中轴线方程以及半径参数,进而能唯一确定该空间圆柱面,且拟合精度较高,是一种较好的空间柱面拟合方法.

4 结语

针对工业检测以及逆向工程中常见的三维空间柱面,根据柱面本身的特点,从二维平面曲线的定义扩展而得到三维空间柱面的定义.在此基础上根据文献[1-2]中提出的采用遗传算法进行空间曲面拟合的研究成果,进一步提出了基于遗传算法的空间柱面拟合,并且以空间圆柱面为例,说明了该方法的原理.

采用了一个卷板机的卷板辊的表面拟合工程作为实例,说明本文中提出的空间柱面拟合方法的有效性以及实施过程.在实例中运用本文的方法以及已有的方法同时进行了拟合,并且对拟合结果进行了比较.通过实例的分析和比较,认为本文中提出的空间柱面拟合的方法是可行和有效的,能够比现有的方法取得更好的拟合效果.

参考文献:

- [1] 潘国荣,谷川.改进的遗传算法用于工业测量数据处理[J].大地测量与地球动力学,2008,28(1):55.

(下转第 618 页)