

# 长板-短桩复合地基排水系统简化分析

邢皓枫<sup>1,2</sup>, 张 振<sup>1,2</sup>, 叶观宝<sup>1,2</sup>, 黄茂松<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

**摘要:** 根据长板-短桩复合地基的特点建立了简化的分析模型, 获得了模型排水系统的解析解. 由塑料排水板与砂井排水等效的原理得到了长板-短桩复合地基中地基土的等效渗透系数. 利用有限元法和工程实例验证了长板-短桩复合地基排水系统简化分析的合理性和可行性.

**关键词:** 复合地基; 固结; 排水系统; 解析分析

**中图分类号:** TU 43

**文献标识码:** A

## Simplified Analysis for Drainage System of Composite Foundation Improved by Cement-mixing Columns and Vertical Drains

XING Haofeng<sup>1,2</sup>, ZHANG Zhen<sup>1,2</sup>, YE Guanbao<sup>1,2</sup>, HUANG Maosong<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The simplified analysis model was first established to get its analytical solution; and then the conversion function of soil permeability was conducted on the basis of equivalent drainage relationship between its drainage and sand well. Finally, the analysis results were verified to be reasonable and feasible by finite element method and actual project application.

**Key words:** composite foundation; consolidation; drainage system; analytical solution

长板-短桩组合型复合地基等. 长板-短桩组合型复合地基是由长塑料排水板和短水泥土桩组成, 其中长塑料排水板加快深厚软基排水固结进程, 短桩增强浅部地基土强度. 目前有关长板-短桩组合型复合地基固结特性研究的成果较少, 故开展其固结特性的研究很有必要.

复合地基的固结问题一直是固结理论研究的重点和难点, 但是随着理论的发展和工程实践的需要, 其研究成果层出不穷<sup>[1-6]</sup>. 而且有关组合型复合地基固结的研究也取得了一些进展: 章定文和刘松玉<sup>[7]</sup>研究了粉喷桩和排水板联合使用的复合地基的固结特性, 成果表明排水板的排水效应、粉喷桩的应力集中效应以及桩土间荷载转移形成的孔压梯度, 均能加速地基的固结; 叶观宝和徐超<sup>[8]</sup>通过现场试验和有限元分析研究了长板-短桩组合型复合地基排水固结特性和强度增长规律, 发现短桩的作用在于提高地基强度和稳定性, 减少总沉降和侧向位移, 排水板则能够加快地基固结速率, 控制工后沉降.

为了获得反映长板-短桩组合型复合地基固结的解析解, 本文根据长板-短桩组合型复合地基的特点建立了简化的分析模型, 并针对塑料板排水系统进行简化分析和探讨, 通过有限元分析结果验证了简化方法所得分析模型的合理性和可行性, 为深入开展长板-短桩组合型复合地基固结解析分析提供了理论基础和技术支持.

## 1 分析模型

长板-短桩组合型复合地基中桩体或排水板的平面布置形式有正三角形和正方形两种, 通常以正三角形为主, 如图 1a 所示. 鉴于其非对称性的平面分布而很难像碎石桩等复合地基一样构建其典型分

随着地基处理理论的发展和实际工程应用的不断深入, 常规的单一地基处理方法逐渐转向为由两种或多种处理方法联合使用的地基处理方法, 即组合型复合地基处理方法, 如长短桩组合型复合地基、

收稿日期: 2010-01-06

基金项目: 国家自然科学基金(50678130); 国家“八六三”高技术研究发展计划(2007AA11Z117); 上海市重点学科建设(B308)

第一作者: 邢皓枫(1969—), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为地基加固与检测技术. E-mail: hfxing@tongji.edu.cn

析模型.为了建立长板-短桩组合型复合地基固结解析分析模型,根据图1a特点进行区域划分,如图1b所示.图1b中搅拌桩每根桩的影响范围为正六边形,若以桩为中心,将其影响区域近似为一个圆.

图1b中每个塑料排水板与3个搅拌桩的影响区域的边界重叠,因此每根排水板对于其中1个影响区域的贡献为排水板截面积的1/3.而每根桩的影响区域边界又与3个排水板相交,因此其影响区域边界上排水板发挥的有效作用仍为1个排水板截面积.

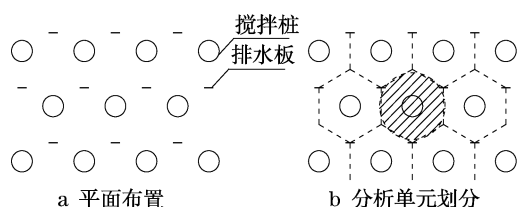


图1 长板-短桩复合地基平面示意图

Fig.1 Layout of D-M composite foundation

搅拌桩、土体与排水板的渗透系数分别为  $k_{pile}$ ,  $k_{soil}$ ,  $k_{drain}$ , 通常其关系是  $k_{pile} < k_{soil} < k_{drain}$ , 图1b所取的划分区域的超孔隙水的消散规律是由中心向四周渗透.为了能够从解析的角度分析长板-短桩组合型复合地基固结特性,本文借鉴 Indraratna<sup>[9]</sup> 的研究成果,针对塑料板排水系统进行模型简化,将边界上不连续的排水板简化为连续的圆形排水墙,均匀地分布在影响区域边界上,如图2所示.简化后的分析单元是一个径向渗透问题,其渗透规律仍是由中心向四周渗透.由于该组合型复合地基中搅拌桩所置换的土体面积相对于影响面积很小,因此为了简化分析,研究排水墙在地基固结中所发挥的作用及其规律性,暂且将桩体退化为土体进行研究,这样分析并不会改变模型由中心向四周渗透的渗透规律.

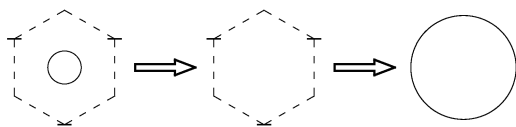


图2 分析单元转化示意图

Fig.2 Conversion of analysis model

图3模型I排水板发挥的有效作用仍为1个排水板截面积,可将其3块等分排水区域以排水板为中心重新组合1个完整的砂井地基模型.因此模型I的排水效应等效于1个完整的砂井模型,其固结度解析式等效于 Barron<sup>[1]</sup> 和谢康和<sup>[2]</sup> 砂井地理论解;模型II排水墙地基可通过建立固结数学模型求

解其解析解.由模型I与模型II排水等效原理可建立长板-短桩复合地基排水系统的简化数学关系式.

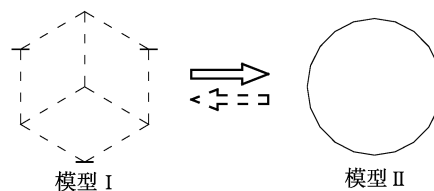


图3 分析示意图

Fig.3 Schematic for analysis

## 2 解析方程

### 2.1 排水墙地基解析方程

排水墙地基的数学模型如图4所示,  $r, z$  分别为径向和竖向坐标,  $P_0$  为上部附加荷载,  $H$  为竖向排水体的单面排水路径,  $R$  为排水墙地基影响区域半径(梅花形布置时  $2R = 1.05L$ ,  $L$  为桩间距).

为了建立其分析模型,主要进行如下假设:①地基土的渗透系数和压缩系数为常数;②等应变假设成立;③忽略排水墙的厚度和井阻作用,认为排水墙中的超孔压为零;④地基的排水条件设为顶面和排水墙边界透水、底面不透水;⑤外荷载一次性施加并保持不变.

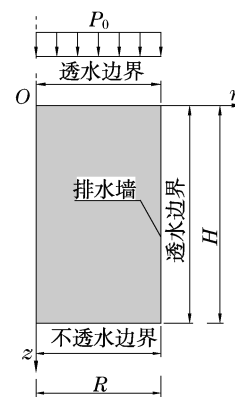


图4 排水墙地基数学模型

Fig.4 Analytical model of drainage wall

由图4和上述假定,排水墙地基等应变条件下的固结方程为

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = c_{av} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + c_{ar} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) \quad (1)$$

其定解条件相应为:①  $r = R, u = 0 (t > 0)$ ; ②  $z = 0, u = 0 (t > 0)$ ; ③  $z = H, \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ ; ④  $t = 0, \bar{u} = P_0$ . 式

中:  $c_{av}$  为排水墙地基土体竖向固结系数;  $c_{ar}$  为排水墙地基土体径向固结系数;  $u$  为土中任一点的孔压;  $\bar{u}$  为土中任一深度的平均孔压, 计算式为

$$\bar{u} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R u \cdot 2\pi r dr \quad (2)$$

采用分离变量法和正交性原理解得排水墙地基孔隙水压力解析解为

$$\bar{u} = P_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) e^{-\beta_m t} \quad (3)$$

式中:  $M = (m - 1/2)\pi$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$ ;  $\beta_m = M^2 c_{av}/H^2 + 8c_{ar}/R^2$ .

按平均孔压定义的平均固结度为

$$\bar{U}_a = 1 - \frac{\int_0^H \bar{u} dz}{P_0 H} \quad (4)$$

解得整个场地的平均固结度解析解为

$$\bar{U}_a = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\beta_m t} \quad (5)$$

### 2.2 排水墙地基与排水板地基等效分析

由 Barron<sup>[1]</sup> 和谢康和<sup>[2]</sup> 砂井地基固结理论可知, 忽略砂井井阻作用条件下, 砂井地基的平均固结度解析方程为

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_e &= 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\lambda_m t} \\ \lambda_m &= \frac{M^2 c_{ev}}{H^2} + \frac{2c_{er}}{F_n R^2} \\ F_n &= \ln \frac{n}{s} + \frac{k_{er}}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中:  $c_{ev}$  为砂井地基土体竖向固结系数;  $c_{er}$  为砂井地基土体径向固结系数;  $n = R/r_w$  为井径比;  $s$  为涂抹比;  $k_{er}$  和  $k_s$  为地基土未扰动区和涂抹区的径向渗透系数.

根据上述分析, 由方程式(5)和(6)两式相等得

$$\frac{M^2 c_{ev}}{H^2} + \frac{2c_{er}}{F_n R^2} = \frac{M^2 c_{av}}{H^2} + \frac{8c_{ar}}{R^2} \quad (7)$$

表 1 模型参数表

Tab.1 Material parameters

分析模型	$H/m$	$E_s/\text{MPa}$	$E_p/\text{MPa}$	$\mu_s$	$\mu_p$	$k_{sv}/(10^{-5} \text{ m} \cdot \text{d}^{-1})$	$k_{sr}/(10^{-5} \text{ m} \cdot \text{d}^{-1})$	$k_{pv}/(10^{-5} \text{ m} \cdot \text{d}^{-1})$	$k_{pr}/(10^{-5} \text{ m} \cdot \text{d}^{-1})$
模型 A	5.0	6.0	80	0.3	0.3	5.00	5.00	0.30	0.300
模型 B	5.0	6.0	80	0.3	0.3	5.00	0.27	0.30	0.017

注:  $E_s, E_p$  分别为土体和桩体的压缩模量;  $\mu_s, \mu_p$  分别为土体和桩体的泊松比;  $k_{sv}, k_{sr}$  和  $k_{pv}, k_{pr}$  分别为土体和桩体的竖向与径向渗透系数.

图 6 为由有限元分析得到的模型 A 和模型 B 固结度随时间变化曲线. 从图中可以看出: 排水墙地基固结度随时间变化曲线与排水板地基存在较好的一

致性. 文献[7]提出的复合地基中排水板简化方法比模型 A 和模型 B 的分析结果都稍快一些, 原因在于其忽略了搅拌桩的渗透性对地基固结的影响. 因此,

$$k_{ar} = \frac{k_{er}}{4 \left( \ln \frac{n}{s} + \frac{k_{er}}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right)} \quad (8)$$

式中:  $k_{er}, k_{ar}$  分别为砂井地基和排水墙地基土体的径向渗透系数.

关系式(8)就是排水墙地基与砂井地基固结等效的数学关系式, 该关系式为从解析的角度深入分析长板-短桩组合型复合地基固结效应提供了理论基础和技术支持.

### 3 等效理论可行性分析

为了验证该简化分析方法对于长板-短桩组合型复合地基的适应性和可行性, 本文采用 Biot 固结理论对简化前后的组合型复合地基进行 3 维有限元分析. 分析模型如图 5 所示: 模型 A 为简化前的复合地基, 模型 B 为简化后的复合地基. 分析过程考虑桩体的渗透性, 同时模型 B 桩体的径向渗透系数与土体一样, 按关系式(8)转换求得. 搅拌桩与塑料排水板均为梅花形布置. 搅拌桩半径  $r_p = 0.25 \text{ m}$ , 桩间距  $L = 1.50 \text{ m}$ ; 塑料排水板截面尺寸为  $100 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ . 地基土未扰动区和涂抹区的渗透系数比和涂抹比分别取 4 和 2. 桩体与土体均为均质弹性材料, 瞬时荷载  $P_0$  均为  $100 \text{ kPa}$ . 模型 A 按排水板的对称性取图 5a 虚线区域; 模型 B 按排水墙对称性取一个排水墙单元. 模型的其他参数见表 1.

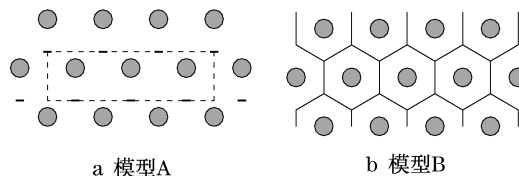


图 5 分析模型图

Fig.5 Profile of analysis models

说明本文提出的排水墙地基固结模型能够很好地反映组合型复合地基的固结规律,这种简化分析方法是合理可行的.

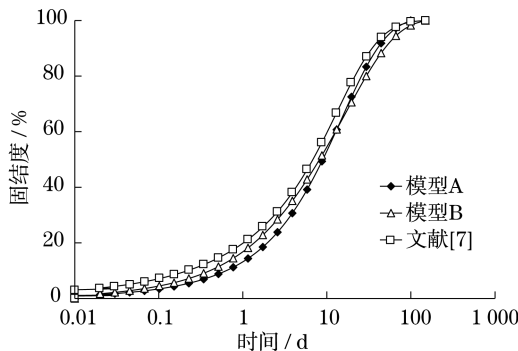


图 6 多种分析方法固结度随时间对比曲线  
Fig.6 Comparison of the proposed method and some other methods on the degree of consolidation with time

4 工程应用

为了进一步验证长板-短桩复合地基排水系统简化分析方法的适用性和可行性,采用本文提出的排水系统简化方法进行 3 维有限元分析,并与实际工程监测数据进行对比.

试验段位于江苏省淮盐高速公路盐城段(K97 + 461~K97 + 561),属古泻湖相平原,沉积了深度较大的软弱土层,主要为强度低、透水性差的淤泥质黏土、粉质黏土等. 试验段路堤设计顶面宽度为 28.0 m,底面宽度为 44.0 m,填土高度为 5.4 m,分 18 层填筑(每层压实厚度为 0.3 m). 填土历时曲线如图 7 所示,简化为四级加载. 采用长板-短桩工法进行地基处理,桩与板均按梅花形布置,间距均为 1.6 m. 其

中排水板截面尺寸为 100 mm×4 mm,板长为 17.0 m,通水量  $q_w$  为  $100\text{ m}^3\cdot\text{年}^{-1}$ ;搅拌桩桩径为 0.5 m,桩长为 8.0 m. 地基土层资料及土工参数如表 2 所示,表中参数均取自试验段勘察报告.

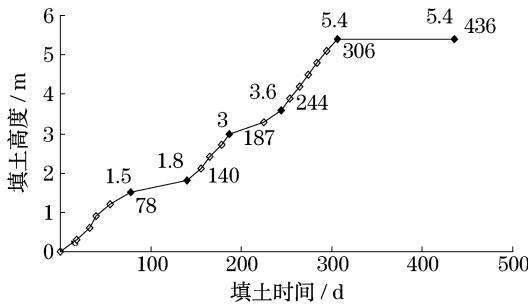


图 7 填土历时曲线图  
Fig.7 Stages of embankment construction

模型中排水板采用简化方法转换为排水墙. 为了节约计算时间,路基横剖面上根据其中心对称性选取路基宽度的一半,路基平面上根据搅拌桩和排水墙的对称性选取两排桩的垂直宽度,建立如图 8 所示的有限元模型. 几何模型厚度 1.4 m,长度 50 m,深度 26 m,包括了 6 层地基土. 路堤填土分为 4 层,与填土历时曲线相对应. 地基土和路堤填土均采用 Mohr-Coulomb 模型,搅拌桩采用弹性模型,模型的计算参数取自表 2. 路堤底面以下 0~8 m 范围内设置了水泥土搅拌桩,0~17 m 是塑料排水板处理区. 排水板处理范围内土层和搅拌桩的径向渗透系数均采用关系式(8)计算得到的等效渗透系数,地基土未扰动区和涂抹区的渗透系数比和涂抹比分别取 4 和 2. 模型底部约束  $y$  方向位移,前后面约束  $z$  方向位移,左右面约束  $x$  方向位移;地基顶面排水,四周及底面不排水.

表 2 材料参数表  
Tab.2 Material parameters

土层	厚度/m	重度 $\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	弹性模量/MPa	泊松比 $\mu$	黏聚力/kPa	内摩擦角/(°)	径向渗透系数 $k_r/(\text{m}\cdot\text{d}^{-1})$	竖向渗透系数 $k_v/(\text{m}\cdot\text{d}^{-1})$	等效径向渗透系数 $k_{re}/(\text{m}\cdot\text{d}^{-1})$
1-黏土	2.0	18.4	2.8	0.32	16	14.0	$6.82\times10^{-4}$	$5.04\times10^{-4}$	$3.73\times10^{-5}$
2-淤泥质粉质黏土	4.8	18.0	2.2	0.35	12	13.6	$1.09\times10^{-4}$	$8.38\times10^{-5}$	$2.96\times10^{-6}$
3-粉质砂土	2.7	18.5	3.5	0.30	13	14.8	$1.00\times10^{-2}$	$7.70\times10^{-3}$	$5.46\times10^{-4}$
4-淤泥质粉质黏土	5.0	17.8	2.6	0.35	13	10.9	$1.94\times10^{-4}$	$1.02\times10^{-4}$	$1.06\times10^{-5}$
5-粉质黏土	3.9	18.6	4.3	0.33	12	13.8	$7.96\times10^{-4}$	$6.12\times10^{-4}$	$4.35\times10^{-5}$
6-粉质砂土	—	19.6	5.0	0.30	5	27.0	$1.30\times10^{-2}$	$1.00\times10^{-2}$	$7.10\times10^{-4}$
路堤填土	5.4	20.0	12.0	0.27	10	35.0	—	—	—
水泥土搅拌桩	8.0	21.0	100.0	0.20	—	—	$5.00\times10^{-5}$	$5.00\times10^{-5}$	$2.73\times10^{-6}$

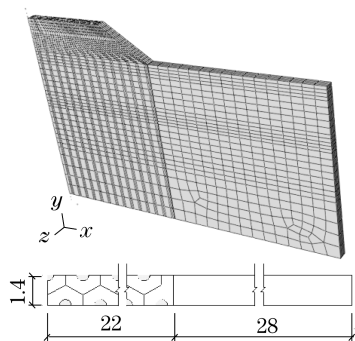


图8 有限元模型(单位:m)

Fig.8 Finite-element meshed model(unit:m)

路基中心沉降量随时间的变化关系见图9.由该图可知,在第240 d到300 d这一时间段计算值比实测值稍大. Chai<sup>[10]</sup>也提出了这一现象,即地基排水速率计算值要比实测值稍大.但从整体上看,采用本文提出的排水系统简化方法所得的计算值与实测值是较为吻合的.

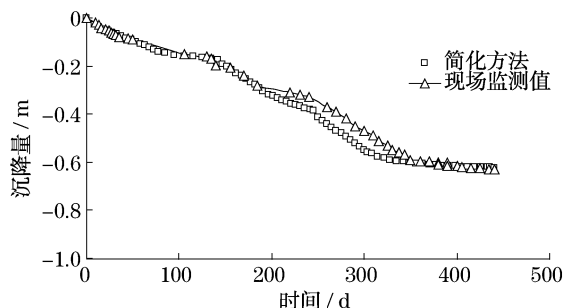


图9 沉降随时间对比曲线

Fig.9 Curves of settlement and time

通过以上分析结果可知:本文的简化分析方法对长板-短桩组合型复合地基是可行性,其为深入开展长板-短桩组合型复合地基固结特性解析分析提供了理论基础和技术支持.

## 5 结论

(1)本文提出了长板-短桩组合型复合地基排水系统的简化分析模型,即将排水板地基模型转化为排水墙地基模型,并根据定解条件获得排水墙地基固结解析解.

(2)通过排水墙地基与砂井地基固结排水等效的原理,获得了排水墙地基中土体的渗透系数转换关系式.

(3)有限元分析结果与工程实例验证了组合型

复合地基排水系统简化方法的合理性和可行性,为深入开展长板-短桩组合型复合地基固结解析分析提供了理论基础和技术支持.

## 参考文献:

- [1] Barron R A. Consolidation of fine-grained soils by drained wells [J]. Trans ASCE, 1948, 113: 718.
- [2] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(2): 3.  
XIE Kanghe, ZENG Guoxi. Consolidation theories for drain wells under equal strain condition [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 11(2): 3.
- [3] 郑俊杰, 吴世明. 石灰桩复合地基固结分析[J]. 华中理工大学学报, 2000, 28(5): 111.  
ZHENG Junjie, WU Shiming. Consolidation analysis of composite ground with lime-flyash pile [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2000, 28(5): 111.
- [4] Tang X W. A study for consolidation of ground with vertical drain system [D]. [s. l.]: Saga University, 1998.
- [5] 王瑞春, 谢康和. 双层散体材料桩复合地基固结普遍解析解[J]. 中国公路学报, 2002, 15(3): 33.  
WANG Ruichun, XIE Kanghe. General analytical solution for consolidation of double-layered composite ground with granular columns [J]. China Journal of Highway and Transport, 2002, 15(3): 33.
- [6] 邢皓枫, 杨晓军, 龚晓南. 刚性基础下水泥土桩复合地基固结分析[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2006, 40(3): 485.  
XING Haofeng, YANG Xiaojun, GONG Xiaonan. Consolidation analysis of cement-pile composite foundation under rigid foundation [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2006, 40(3): 485.
- [7] Zhang D W, Liu S Y, Hong Z S. Consolidation calculation method of soft ground improved by DJM-PVD combined method [C]// Geotechnical Special Publication, n 152, Ground Modification and Seismic Mitigation—Proceedings of the GeoShanghai Conference. Reston: American Society of Civil Engineers, 2006, 29: 36.
- [8] 叶观宝, 廖星樾, 高彦斌, 等. 长板-短桩工法处理高速公路软土地基的数值分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(2): 232.  
YE Guanbao, LIAO Xingyue, GAO Yanbin, et al. Numerical analysis of improved deep soft foundation for highways by use of D-M method [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(2): 232.
- [9] Buddhima I, Ala A, Cholachat R. Analytical and numerical modeling of consolidation by vertical drain beneath a circular embankment [J]. International Journal of Geomechanics, 2008, 8(3): 199.
- [10] Chai Jinchun, Shen Shuilong. Simple method of modeling PVD—Improved subsoil [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 11(127): 965.