

基于投影面由三维地心坐标系到区域性坐标系的转换

施一民^{1,2}, 王丽华^{1,3}, 周拥军⁴

(1. 同济大学 测量与国土信息工程系, 上海 200092; 2. 现代工程测量国家测绘局重点实验室, 上海 200092;
3. 上海达华测绘有限公司, 上海 200136; 4. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

摘要: 由于现有的基于重合点上两组三维坐标求解空间转换参数的模型不适用于数千平方公里的整个区域, 提出了一种基于投影面直接求解由三维地心坐标系到区域性坐标系的空

关键词: 投影面; 三维地心坐标系; 区域性坐标系; 空间转换法; 椭球变换

中图分类号: P 223

文献标识码: A

Coordinate Transformation Based on Projection Plane Between Three-dimension Geocentric Coordinate System and Regional Coordinate System

SHI Yimin^{1,2}, WANG Lihua^{1,3}, ZHOU Yongjun⁴

(1. Department of Surveying and Geoinformatics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Modern Engineering Surveying, State Bureau of Surveying and Mapping, Shanghai 200092, China; 3. Shanghai Dahua Surveying & Mapping Co., Ltd., Shanghai 200136, China; 4. School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: For the current spatial transformation models and methods based on a pair of three-dimensional coordinates of the superposition points cannot be applied to the entire region of thousands of square kilometers, this paper presents a direct solution for the spatial transformation parameters from the three-dimensional geocentric coordinate system to the regional coordinate system based on the projection plane. Consequently, the ellipsoid parameters and the spatial transformation parameters can be appropriately solved with

normal height obtained by leveling on some GPS control points, in the process of determining the optimal regional ellipsoid fitting the existing projection plane. As this spatial transformation model has nothing to do with the existing plane coordinates, this method can be applied while maintaining the existing plane coordinates unchanged.

Key words: projection plane; three-dimension geocentric coordinate system; regional coordinate system; method of spatial transformation; conversion on ellipsoid

为确立三维地心坐标系与区域性坐标系之间的转换关系, 通常利用重合点在三维地心坐标系和区域性坐标系上的两组坐标求解转换参数, 方法分为平面转换法和空间转换法. 平面转换法较为简易, 它是从三维地心坐标经由大地经纬度再投影为高斯平面坐标, 联合重合点上的区域性平面坐标按平面转换模型求出平面转换的 4 个参数. 由于两种坐标系中的中央子午线和空间边长归算的投影面都不相同, 并不能归于同一个尺度转换参数, 亦即作为线性模型的平面转换模型, 不能顾及非线性的高斯投影变形^[1], 其转换精度较低, 只适用于很小的区域和低精度应用, 对于较大的网, 即使重合点分布均匀, 转换误差亦达 0.5 m 左右^[2], 因此通常采用空间转换法.

进行两个三维坐标系之间的空间转换需由本是二维的区域性平面坐标生成其相应的三维直角坐标, 由于目前常用的一些 GPS 网平差转换模型和软件都不能提供区域性平面坐标所对应的三维直角坐标, 通常是以 54 或 80 国家参考椭球面为过渡^[3], 即借助于 54 或 80 坐标系将区域性坐标换算为三维直角坐标. 因 54 或 80 椭球面上的大地高只有米级的

收稿日期: 2010-01-11

基金项目: 国家自然科学基金(40471114)

第一作者: 施一民(1942—), 男, 教授, 博士生导师, 理学硕士, 主要研究方向为大地测量数据处理和卫星大地测量.

E-mail: yimshi@citiz.net

精度,由此将导致得到的空间直角坐标也有偏差,这显然会影响到转换参数的正确求定.文献[1]采用误差传播及估计方法说明,在 $100\text{ km} \times 100\text{ km}$ 范围内,高程误差对转换后平面坐标的影响不大.然而,实践表明如此求得的转换参数仅适用于数百平方公里左右的区域,在更大的区域上转换后的平面坐标就不能满足应用需要.主要原因是受到重合点的相对平面点位误差的影响,而且以 54 或 80 国家参考椭球面为过渡的转换模型本身也含有较大的模型误差,例如模型近似地认为同名网点在区域性椭球面与国家参考椭球面上的大地经纬度相等.

因此,许多城市虽然已完成了 GPS 网平差转换,也基于重合点上的两组坐标进行过三维地心坐标系与区域性坐标系之间的转换,但所获得的全市范围内两种坐标系之间的转换参数并不能满足市内某个局部区域内对坐标转换精度要求较高的应用需要,以至于仍需大约以最大数百平方公里为限来分区求定并提供各区所需的转换参数,如上海等一些大城市的网络差分中就是以此来进行分区的.如果能够在全市范围内建立并采用严密的空间转换模型,避免常用模型中一些人为的近似,以获得精确的转换参数,供全市范围内坐标转换的长期应用,这无疑是具有实用价值的.

1 由区域性椭球面定义所对应的三维直角坐标系的原理

提出按多点法调整 WGS(世界大地坐标系)84 椭球元素及其定向、定位的方法^[4]的原意是为了在 GPS 网平差中使设定的区域性椭球面与既定的投影面在测区内更为吻合,其实这也提供了由三维地心坐标系转换到区域性坐标系的一种新方法.因为,经过了区域性椭球面的最优确定,即可定义与二维的区域性平面坐标系所相应的三维直角坐标系,于是就可直接获得三维地心坐标系到此三维直角坐标系的空间转换参数.这就与基于重合点上的两组坐标求解空间转换参数的惯用做法截然不同,其空间转换参数的求定,主要依据投影面的高程和 GPS 控制点上的正常高,并不涉及区域性坐标系中的二维平面坐标,于是区域性坐标所固有的相对点位误差也就不会影响到空间转换参数的求定.

从转换原理来说,由此所进行的区域性坐标系中的平面坐标与三维地心坐标之间的转换,同样也

要求区域性坐标系中的平面坐标应当具有所对应的大地坐标及三维直角坐标,然而它们并非是由平面坐标近似推求得出的,而是反过来由三维地心坐标基于所确定的与投影面密切吻合的区域性椭球面平移旋转转换得到的,由此就能使二维的区域性坐标系与三维地心坐标系之间具有精确的转换关系,在椭球变换和平移旋转转换中也就自然地获得相关的转换参数.

若是对覆盖全市的城市首级 GPS 网采用上述的转换模型进行平差,则在网平差转换后不仅可得出全部网点的三维地心坐标、区域性椭球面上的大地坐标以及区域性坐标系中的平面坐标,还可得出从三维地心坐标系至区域性坐标系的一系列转换参数,可长期满足全市范围内坐标转换的应用需要^[5].

2 实现三维地心坐标系与区域性坐标系之间的转换

从目前我国城市控制网的实际情况来看,大多已建立了能够满足应用需要的城市 GPS 控制网,为维持已有的平面坐标成果的稳定性,暂时还不宜重新平差予以改动,需要解决的问题是如何在维持现有平面坐标不变的情况下得出三维地心坐标与现有平面坐标所对应的三维直角坐标之间的空间转换参数.文献[5]利用区域内 3 个重合点直接求得从 WGS84 坐标系至独立坐标系的转换参数,显然这仍需逐块逐次地进行求解.而此法则是一并求解整个区域内的转换参数.由于区域性椭球面的最优确定以及空间转换参数的求定与平面坐标无关,因此仍可基于上述原理来获得椭球参数和空间转换参数,现有的平面坐标只是在其后求平面转换参数时再利用.

2.1 求解空间转换参数

为此可基于国际协议参考框架(ITRF)先进行真三维 GPS 附合网平差^[6],只需将固定点取为国家 GPS 2000 网点、省 C 级 GPS 网点或城市基准网站点,就能获得所有首级控制点的三维地心坐标 $(X_i, Y_i, Z_i)^T$,然后再进行椭球变换,利用在单个参考点 P_E 上 WGS84 椭球面与投影面之间的垂向距离,即可求得 E_3 椭球的长半径 a_3 和偏心率 e_3^2 ,从而使所设置的区域性椭球面与既定的投影面在该单点上相合^[6].为使在整个测区范围内区域性椭球面与投影面更为吻合,应由已联测水准的若干 GPS 网点处的

E_3 椭球面与投影面之间的垂向距离值,按最小二乘法来求得参考点处与该倾斜角相应的两个旋转角(垂线偏差分量 $\epsilon_\eta, \epsilon_\xi$),通过旋转和椭球中心的相应平移,求得网中各点经旋转后的空间三维直角坐标为

$$\begin{bmatrix} X'_j \\ Y'_j \\ Z'_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_X \\ \delta_Y \\ \delta_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -Z_j & Y_j \\ Z_j & 0 & -X_j \\ -Y_j & X_j & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_X \\ \epsilon_Y \\ \epsilon_Z \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $(\delta_X \ \delta_Y \ \delta_Z)^T$ 为坐标原点即 E_3 椭球中心的平移向量,其计算公式为

$$\begin{bmatrix} \delta_X \\ \delta_Y \\ \delta_Z \end{bmatrix} = -C_0 \begin{bmatrix} \epsilon_X \\ \epsilon_Y \\ \epsilon_Z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & -Z_E & Y_E \\ Z_E & 0 & -X_E \\ -Y_E & X_E & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_X \\ \epsilon_Y \\ \epsilon_Z \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $(X_E \ Y_E \ Z_E)^T$ 为旋转中心的参考点 P_E 平差后的三维地心坐标; $(\epsilon_X \ \epsilon_Y \ \epsilon_Z)^T$ 为三维地心坐标系中的三个旋转角;有关的计算公式及具体解算详见文献[6],在此不再赘述。

所求得的 3 个平移参数 $(\delta_X \ \delta_Y \ \delta_Z)^T$ 和 3 个旋转角参数 $(\epsilon_X \ \epsilon_Y \ \epsilon_Z)^T$ 即为三维地心坐标与现有平面坐标所对应的三维直角坐标 $(X'_j \ Y'_j \ Z'_j)^T$ 之间的空间转换参数,式(1)即为坐标转换关系式。再按 E_3 椭球元素来求得二维区域性坐标所对应的区域性椭球面上的大地经纬度和大地高 $(B'_j \ L'_j \ H'_j)^T$ 。

2.2 利用现有平面坐标求解平面转换参数

为由全部控制点上的两组平面坐标实现高斯平面上的转换,先取该独立坐标系所选用的中央子午线按 E_3 椭球元素由所有网点的大地经纬度 $(B'_j \ L'_j)^T$ 求得其相应的高斯平面坐标 (x_i, y_i) 。再利用网中位于区域中心的一个控制点 P_0 的现有平面坐标 $(x_0^{\text{old}} \ y_0^{\text{old}})$ 及一个坐标方位角 T_{01}^{old} 在高斯平面上进行平移、旋转变换。该点经上述平差转换后的平面坐标为 (x_0, y_0) ,相应的坐标方位角为 T_{01} 。先以该点为转换中心点,平移旋转变换后的第 j 点的 GPS 点坐标为

$$\begin{aligned} x'_j &= x_0^{\text{old}} + (x_j - x_0) \cos(T_{01}^{\text{old}} - T_{01}) - \\ &\quad (y_j - y_0) \sin(T_{01}^{\text{old}} - T_{01}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y'_j &= y_0^{\text{old}} + (x_j - x_0) \sin(T_{01}^{\text{old}} - T_{01}) + \\ &\quad (y_j - y_0) \cos(T_{01}^{\text{old}} - T_{01}) \end{aligned} \quad (3)$$

由式(3)得出全部控制点上的坐标差值 $(x'_i - x_i^{\text{old}} \ y'_i - y_i^{\text{old}})$ 后,再进行旋转、伸缩变换,以点 P_0 为变换中心的第 i 个重合点的误差方程式为

$$\begin{bmatrix} v_{x_i} \\ v_{y_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(y'_i - y_0^{\text{old}}) & (x'_i - x_0^{\text{old}}) \\ (x'_i - x_0^{\text{old}}) & (y'_i - y_0^{\text{old}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T \\ K \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_i^{\text{old}} - x'_i \\ y_i^{\text{old}} - y'_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

由式(4)可写出全部控制点所组成的误差方程组

$$V = CA - L \quad (5)$$

从而可求得再一次旋转的角度及尺度参数 $(\Delta T, K)$ 。综合两次转换,由下式将全部 GPS 控制网转换到现有平面坐标系中:

$$\begin{aligned} x''_j &= x_0^{\text{old}} + (x'_j - x_0) \cos(T_{01}^{\text{old}} - T_{01} + \Delta T) - \\ &\quad (y'_j - y_0) \sin(T_{01}^{\text{old}} - T_{01} + \Delta T) + \\ &\quad (x'_j - x_0) K \\ y''_j &= y_0^{\text{old}} + (x'_j - x_0) \sin(T_{01}^{\text{old}} - T_{01} + \Delta T) + \\ &\quad (y'_j - y_0) \cos(T_{01}^{\text{old}} - T_{01} + \Delta T) + \\ &\quad (y'_j - y_0) K \end{aligned}$$

由此得出 6 个平面转换参数为:

转换中心点的 2 个平面坐标: $(x_0^{\text{old}}, y_0^{\text{old}})$; 2 个平移参数: $\Delta x_0 = x_0^{\text{old}} - x_0, \Delta y_0 = y_0^{\text{old}} - y_0$; 1 个旋转参数: $\alpha = T_{01}^{\text{old}} - T_{01} + \Delta T$; 1 个尺度参数 K 。

应用此法的前提是,现有平面坐标的点精度尚可,使平面转换后的坐标差值不太大,这在现有城市控制网中往往是能够满足的,例如由宁波市基本控制网所得的转换参数归算所得的平面坐标与原二等网坐标的最大坐标较差仅为 $(6.10 \text{ cm}, 2.72 \text{ cm})$ [6]。

3 结语

由首级 GPS 网平差获取空间转换参数,把三维网平差与两种坐标系间的转换结合起来,不仅能得出首级网在三维地心坐标中的精确坐标,而且也能精确得出区域性独立坐标系与三维地心坐标系之间的转换参数。因为覆盖全市的首级 GPS 网点在独立坐标系中的坐标就是由代表此转换过程的一系列转换参数所获得的,受到同样处置的待转换点自然就能获得较高的转换精度,且适用于 $10\ 000 \text{ km}^2$ 左右的整个大城市。

(下转第 128 页)