

渐进结构优化法在桥梁找型中的应用

陈艾荣, 常 成

(同济大学 桥梁工程系, 上海 200092)

摘要: 介绍了结构拓扑优化方法的基本理论, 详细阐述了双向渐进结构优化法的原理和优化过程, 并根据双向渐进结构优化法编制了基于 ANSYS 平台的结构拓扑优化程序。模拟现有桥梁结构和构件的边界条件, 应用该程序求解二维平面拓扑优化问题, 分别完成了不同矢跨比拱桥、悬索桥主缆以及斜拉桥桥塔的拓扑优化。拓扑优化过程中结构可经历多种拓扑形态, 优化结果表明应力均匀、传力流畅, 从而验证了自编程序的有效性。最后, 将该程序从二维平面拓展到三维空间, 实现一座峡谷桥梁的三维拓扑优化, 并基于优化结果的拓扑形式完成了其概念设计方案。研究表明结构拓扑优化技术可以在桥梁概念设计阶段得出合理而富启发性的桥梁结构形式, 在桥梁找型方面具有良好的应用前景。

关键词: 渐进结构优化法; 结构拓扑优化; 桥梁找型

中图分类号: U 442

文献标识码: A

Evolutionary Structural Optimization in Form Finding of Bridges

CHEN Airon, CHANG Cheng

(Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The principle and the procedure of bi-directional evolutionary structural optimization (BESO), which is the later version of evolutionary structural optimization (ESO), are stated in detail. A stream of ANSYS Parametric Design Language (APDL) commands based on BESO is programmed. An exploratory research is carried out by applying this program to solving 2D topology optimization problems whose boundary conditions are set according to real bridge structures. The topology optimizations for arch bridges with different rise-to-span ratios, main cable of suspension bridge and main tower of cable stayed bridge are achieved. The procedures provide several different topological forms and the results show rational structures with well-distributed stress and smooth force transmission, which demonstrate the efficiency of the program. The program is then expanded from

2D plane to 3D space and the conceptual design of a canyon bridge is achieved on the basis of topology optimization result. The research indicates structural topology optimization is an effective tool which can be used to draw a reasonable and heuristic layout of a bridge structure in conceptual design phase.

Key words: evolutionary structural optimization (ESO); structural topology optimization; form finding of bridges

传统的结构优化关注施工设计阶段的尺寸优化, 此时结构的改进空间已十分有限^[1]。结构拓扑优化(也称广义的形状优化)寻求一个连续空间内实体部分的最优分布^[2-5]。由于在拓扑优化过程中, 结构的初始条件限定较少, 既没有构件的数量和连接方式, 也没有构件的形状尺寸, 因此可用于桥梁概念设计阶段中的找型研究, 以在桥梁设计之初得出最有可能实现结构材料最优分布的桥型方案。

结构拓扑优化问题的研究是从桁架结构开始的。1854 年 Maxwell 首次进行了应力约束下最小重量桁架的基本拓扑分析。1904 年 Michell^[6]采用最小重量优化准则用解析的方法研究了应力约束、单个荷载作用下的桁架结构优化, 并得出了最优桁架所应满足的条件, 称为 Michell 准则。之后, Cox, Hemp, Rozvany 等人对 Michell 桁架理论进行了发展和修正。Michell 桁架有严谨的理论基础, 是验证其他优化方法的可靠标准之一。

1964 年 Dorn, Gomory, Greenberg 等^[7]提出了基结构方法。该方法将数值理论引入拓扑优化, 从而将拓扑优化问题转化为参数优化问题, 克服了 Michell 桁架理论的不适应性。基结构是一个由众多构件联结而成的包括所有荷载作用点、支承点在内的结构, 可以采用理论基础扎实且算法相对完善的尺寸优化。传力贡献不大的杆件经优化后截面会变

得很小,再将截面很小或为零的杆件删除即可实现拓扑优化。

相对于基结构的杆系模型,连续体介质模型更能反映实际结构. 1988 年 Bendsoe 和 Kikuchi 建立了均匀化的方法(homogenization method)^[8],将复合材料的多孔介质概念引入拓扑优化中,通过在结构材料中引入带方形空洞(胞元)的微结构模型,同样将困难的拓扑优化问题转换为相对简单的尺寸优化问题. 均匀化理论中的复合材料模型通常可看作微结构胞元在优化空间内的周期性分布,每个胞元由 3 个几何参数来描述,然后采用均匀化方法求解不同微结构构成下的结构宏观材料特性,从而得到材料宏观特性与微结构胞元 3 个几何参数间的函数关系,通过对微观胞元 3 个几何参数的尺寸优化即可实现宏观结构的拓扑优化. 由于具有 3 个参数,因此可以描述非均匀各向异性材料甚至复合材料。

作为均匀化方法的平行研究,Bendsoe 等^[4,9]之后又提出了变密度法(variable density method). 该方法将微结构中的 3 个几何参数简化为一个 0~1 的相对材料密度参数,从而使问题得到简化. 材料密度参数与材料弹性模量之间通过材料插值模型建立联系,通常采用各向同性实材料惩罚密度模型(solid isotropic microstructures with penalization for intermediate densities, SIMP). 由于只有 1 个参数,所以变密度法只能用来描述各向同性材料。

20 世纪 90 年代,Xie 等^[10]提出了基于生物进化理论的渐进结构优化法(ESO). 该方法在每次迭代中删除传力效率低的单元,而保留传力效率高的单元,通过不断迭代使结构的某项性能指标趋于最优. 渐进法虽然基于普遍认同的生物进化理论,但常常因为单元误删后无法恢复而落入局部最优解^[11-13]. 为使删除的单元得以重新生成,Xie 等^[14-16]之后又提出了双向渐进法(BESO). 双向渐进法作为传统的渐进法的改进和发展,每步迭代中在删除低效率单元的同时使满足准则的非结构单元再生. 由于增加了单元的再生机制,优化过程得以在多种拓扑形式间转换,避免计算落入局部最优解. 渐进法模型可以视为均匀化方法的简化模型,将连续的材料密度参数转化为离散的零和 1 变量. 由于其原理易于理解和便于编程而被广泛采用^[17].

本文采用含人工单元的双向渐进结构优化法,基于 ANSYS 平台编写可求解二维平面和三维空间结构拓扑优化问题的命令程序,并将该程序应用于桥梁找型研究中。

1 双向渐进结构优化理论

双向渐进法通过引入人工单元为已删除的单元提供了再生机制,从根本上改善了渐进法的收敛性. 该优化问题可以由下述数学模型表达:

$$\begin{aligned} \min \quad & V = \sum_{i=1}^N x_i \quad x_i \in \{0,1\} \\ \text{满足} \quad & \sigma_i / \sigma_{\max} \leq R_R \end{aligned} \quad (1)$$

式中: V 为结构的总体积; N 为单元数目; x_i 为第 i 个单元的体积; σ_i 为第 i 个单元的应力; σ_{\max} 为应力最大单元的应力; R_R 为人为设定的进化率。

人工单元是介于结构材料区域与无材料区域之间的单元组,如图 1 所示的深色单元. 人工单元附着在结构单元表面,与结构单元间至少有 1 个公共面. 人工单元是结构单元和已删除单元的过渡区域,在一次迭代过程中,满足进化准则的人工单元将变为结构单元,而不满足的将被删除。

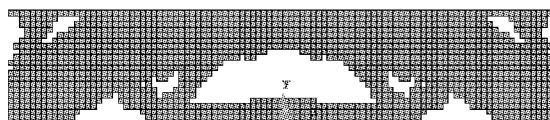


图 1 人工单元示意

Fig.1 Schematic for artificial elements

为了降低附加人工单元对结构整体受力的影响,人工单元材料将被设置为一种假想的中间材料,其弹性模量需要人为设定

$$E_m = 10^{-4} E r_w^2 \quad (2)$$

式中: E_m 为人工材料的弹性模量; E 为结构材料的弹性模量; r_w 为当前结构保留材料的重量与整个网格区域满材料时重量之比, $r_w \leq 1$. 人工材料的弹性模量与结构材料的弹性模量相差至少 4 个数量级,因此可以保证人工材料单元在结构刚度矩阵中的影响非常小。

由于采用准则优化法,每个迭代步骤中都要删除一定数量的低效材料,因此,需要设置一个性能指标以对结构中各单元的有效性进行评价. 本文采用 Von Mises 应力准则作为结构优化目标,将某一单元的 Von Mises 应力与结构中的最大 Von Mises 应力之比作为该单元的性能指标. 在优化过程中,还需要设置一个不断增长的进化率 R_p ,将单元的性能指标与进化率进行比较以判定是否删除该单元。

$$R_{R,i+1} = R_{R,i} + E_R \quad i = 0,1,2,\dots \quad (3)$$

式中: $R_{R,i}$ 为每个迭代过程的进化率; E_R 为进化率增

长率, $R_{R,0}$ 和 E_R 控制优化进程的速度. 若 $R_{R,0}$ 和 E_R 值较大则优化的收敛速度快, 但有可能因误删单元而落入局部极值, 甚至得不到可行的结构拓扑方案; 若 $R_{R,0}$ 和 E_R 值较小则比较容易得到理想的结果, 但优化的收敛速度变得很慢. $R_{R,0}$ 和 E_R 的取值需要根据具体问题进行适当调整, 以在优化质量和计算成本间取得平衡.

对于结构单元的性能评价可以直接取其应力与最大应力之比, 并将其与进化率进行比较

$$\frac{\sigma_{e,vm}}{\sigma_{max,vm}} < R_{R,i} \quad (4)$$

式中: $\sigma_{e,vm}$ 和 $\sigma_{max,vm}$ 分别为第 e 个单元和应力最大单元的 Von Mises 应力. 在每一轮迭代中, 优化区域内满足式(4)的结构单元即被删除.

但对于人工单元, 由于其弹性模量小, 应力水平低, 显然不能采用同样的准则, 所以将人工单元的应力乘以一个系数 γ 使人工单元应力的数量级与结构单元一致.

$$\gamma = \frac{E}{E_m} = \frac{1}{10^{-4} r_w^2} = 10^4 r_w^{-2} \quad (5)$$

本文中人工单元和结构单元采用相同的进化率, 即人工单元的生长率与结构单元的删除率相同.

$$\frac{\gamma \sigma_{e,vm}}{\sigma_{max,vm}} \geq R_{R,i} \quad (6)$$

在一次迭代过程中, 对于满足式(6)的人工单元即作为传力性能良好的单元而转化为结构材料添加到下一轮迭代的结构中.

2 双向渐进结构优化过程

在一定边界条件下进行结构拓扑优化是一个反复迭代的过程, 基于有限元软件 ANSYS 可以用 APDL 语言编写命令流实现迭代循环控制. 在每次迭代过程中, 不断将低效结构单元杀死, 同时将高效人工单元激活, 以使结构的拓扑形式逼近全局最优解. 拓扑优化过程可按如下步骤进行:

(1) 创建结构所占的优化区域, 并根据计算机的运算能力将这一区域划分为尽可能细的有限元网格, 同时定义单元材料特性和边界条件.

(2) 定义初始进化率 $R_{R,0}$ 、终止进化率 $R_{R,n}$ 、递增值进化率 E_R . 这些值的设定将直接影响迭代的速度和结果, 有时需要多次调整.

(3) 定义程序中所要用到的各个变量和数组, 建立人工单元的单元组, 并定义人工单元的材料特性.

(4) 选择所有激活状态的单元, 保存计算模型,

进行结构分析计算.

(5) 记录本次计算的结果, 包括结构单元数量、最大应力、最小应力、平均应力以及各个单元的性能指标.

(6) 将满足式(4)的低效率单元杀死. 在将单元杀死前需对单元数量进行判断, 若杀死单元后结构单元的数量低于设定的最大删除率则终止程序.

(7) 将满足式(6)的高效率单元激活. 激活一定数量的人工单元后, 需要将激活的单元数量与杀死的单元数量进行比较, 若激活单元数量大于杀死单元数量, 说明此时的进化率较低, 所以应增大进化率, 如式(3)所示.

(8) 将与结构单元有公共面的非结构单元定义为新结构的人工单元组.

(9) 重复步骤(4)~(8)直至进化率达到设定值或单元数量达到最大删除率.

3 桥梁结构二维平面找型

在 ANSYS 中求解平面拓扑优化问题时采用了二维实体结构单元(plane42), 求解时采用静力分析方式, 不考虑材料和几何非线性.

3.1 上承式拱桥找型

采用应力准则的渐进法进行结构拓扑优化的结果会趋近于全应力(fully stressed design)结构. 桥梁结构中拱桥最接近全应力结构, 因此通常在拱桥形式的边界条件下优化效果较好.

优化上承式拱桥时, 优化前需要设定桥面单元为不可删除的单元, 并要在拱脚设置 x, y 向约束. 边界条件固定后, 优化结果中主拱圈的矢跨比基本固定. 矢跨比是影响拱桥受力性能最重要的参数之一, 为了寻找在不同矢跨比下最合理的桥型, 需要建立不同矢跨比的模型分别优化比较. 分别对矢跨比 1/10.0, 1/5.0, 1/3.3, 1/2.5 的拱桥进行拓扑优化, 优化结果如图 2 所示.

优化结果与实际建造的上承式拱桥有所不同, 拱上立柱不是竖直的而是倾斜的, 且立柱数量较少, 顶部与桥面结合位置通过分叉相连. 这一现象表明, 在渐进法结构优化的过程中, 结构会向传力路径最短的方向进化, 且力流有合并的趋势.

综合比较不同矢跨比的优化结果可以看出, 只有矢跨比在 1/10.0 到 1/2.5 之间通过拓扑优化才有可能得到近似为上承式拱桥的结果, 这与实际工程中拱桥所常用的矢跨比范围吻合. 当矢跨比过大

所示,图中 F 为节点荷载。

由于主缆材料只能受拉,因此优化过程中需要对优化准则略作修改. 优化过程中用第一主应力替代 Von Mises 应力作为评价材料有效性的指标. 优化过程中首先需要将结构中受压的单元逐步删除,再提高进化率删除拉应力小的单元,最终保留下来的单元将是承受较大拉应力的单元。

优化结果与常见的悬索桥主缆线形相近(图6b). 但由于单元划分较粗,所设置的吊杆较为稀疏,不能模拟实际悬索桥的吊杆分布,所以优化结果与实际的悬索桥的线形略有不同. 若网格划分得足够密,则可以按实际悬索桥的吊杆布置来施加荷载,得到的结果是静力荷载作用下最优的主缆线形。

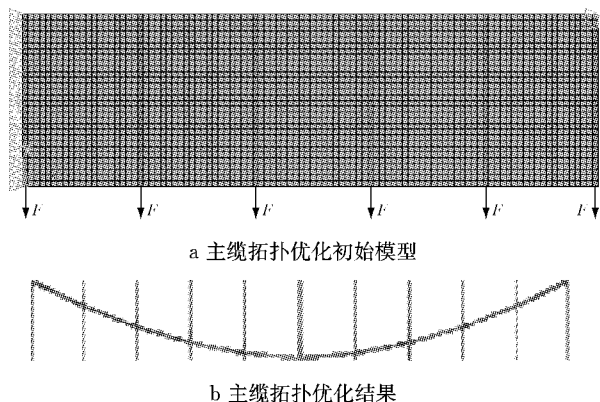


图6 主缆拓扑优化过程

Fig. 6 BESO process for main cables

3.4 斜拉桥桥塔找型

结构拓扑优化方法不仅可用于桥梁整体结构的找型,还可以用于桥梁部件的找型. 斜拉桥中主塔是最能体现全桥设计理念的重要部件. 缆索承重桥桥面板上荷载经缆索传至主塔,再由主塔传至基础,桥塔的顺桥向力一般相互平衡,桥塔主要承受竖直方向的力. 由于不考虑桥塔纵桥向受力,因此可只对桥塔横桥向的结构形式进行拓扑优化。

为减小运算量,只取 1/2 结构进行分析,初始模型如图 7a 所示. 考虑桥塔中间有桥面通过的情况,在桥塔中部应留有孔洞,于是在优化前先将桥塔中间行车道通过的部分设置为不参与优化的非结构单元(图 7a 中深色部分). 在桥塔顶部设置一个竖向集中力,模拟缆索传递至桥塔的荷载. 桥塔基础的约束设置在优化区域底部中间的位置。

桥塔拓扑优化结果为钻石型桥塔,如图 7b 所示. 这种形式桥塔不仅造型美观而且传力路径最短,来自主缆的竖向荷载绕过主梁后直接传至基础,许多已建成的斜拉桥的主塔都采用了该种形式。

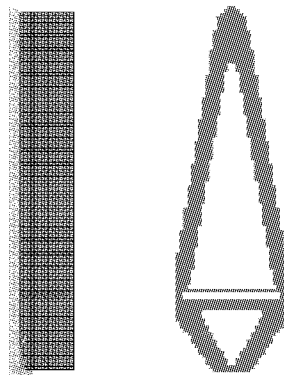


图7 桥塔拓扑优化过程

Fig. 7 BESO process for main tower

4 桥梁结构三维空间找型

二维平面模型无法表达单元的厚度,因此优化结果中不能体现结构各部分在横桥向的稀疏程度. 为能更加准确地表达结构、获得空间内材料的最优分布,需要将拓扑优化方法推广至三维空间. 三维拓扑优化结果可以展示出桥梁各个维度的形状,从而给设计人员更具启发性和指导性的概念设计方案。

由于所编制的命令程序采用双向渐进结构优化法,二维平面与三维空间问题都采用相似的力学模型和优化准则,具有很强的通用性,所以从二维平面拓展到三维空间应用的过程中并不需要对程序进行过多修改. 下文结合一座跨径 200 m、桥面宽 36 m 的峡谷桥概念设计实例来说明如何将三维空间内的拓扑优化技术应用于桥梁的找型设计中。

为提高计算效率,计算时采用 1/4 模型来模拟全桥. 建模时采用三维结构实体单元(solid65),初始模型尺寸为 100 m×20 m×18 m,单元都为边长 1 m 的立方体,共 36 000 个单元. 优化区域最上面一层单元为行车道板,将其设置为不进行优化的单元,同时施加 1×10^5 MPa 的均布荷载. 最后在底面角点处 3 m×3 m 的区域内设置固定约束以模拟支座。

优化结果如图 8 所示,其立面图与二维矢跨比 1/10.0 拱桥优化过程的中间形态相近. 从角视图可以看出,2 片桁架彼此分离并向内倾斜,由于荷载中未考虑横向受力,所以优化结果中横向连接的构件较少,横向传力主要由桥面板承担. 中间桁架跨度较大,两边各有 2 根斜杆将桥面荷载传至下弦杆. 下弦杆是全桥的重要受力构件,虽然只有 1 层结构单元,

但相比于其他杆件较宽. 从中间向两边桁架高度随弯矩的减小而降低. 如果优化区域足够大, 中间的桁架会形成类似弯矩图的抛物线形状. 根据拓扑优化结果所得的最终设计方案如图 9.

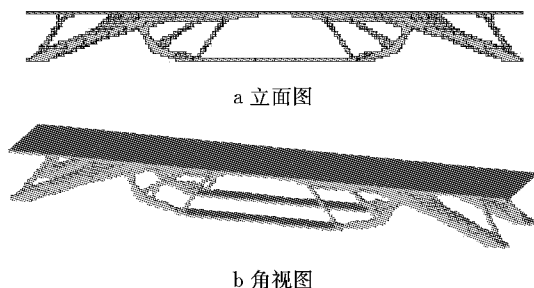


图 8 三维拱桥拓扑优化结果

Fig.8 3D BESO solution for arch bridge

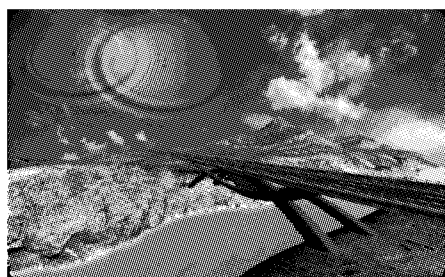


图 9 拓扑优化最终设计方案

Fig.9 Final design derived from the BESO

5 结语

以 Von Mises 应力作为优化准则的双向渐进结构优化法可以应用于桥梁设计阶段的找型研究. 采用该方法得出的结构形式接近全应力结构, 传力路径简洁流畅且有相互合并的趋势. 双向渐进结构优化法较传统渐进法收敛性有显著改善, 优化过程中拓扑形式可在多个局部最优解间转化. 双向渐进结构优化法可以根据材料的特性对优化准则进行适当调整, 以得出适合不同材料的最优结构拓扑形式.

二维平面模型中假定结构在另一维度是等厚度的, 所以二维优化的结果虽然能反映合理结构的拓扑形式, 但不能准确描述实际中空间结构的最优材料分布. 双向渐进结构优化法原理简单直观, 通用性强, 可以直接拓展到三维空间, 从而展示结构材料在空间各个维度内的最优分布形式. 三维拓扑优化结果合理而富有启发性, 基于该拓扑形式可以设计出美观而实用的桥梁方案.

参考文献:

- [1] Donald E. Grierson, Siavash Khajepour. Conceptual design optimization of engineering structures[C]//Recent Advances in Optimal Structural Design. New York: American Society of Civil Engineers, 2002; 81-91.
- [2] 陈艾荣, 盛勇, 钱锋. 桥梁造型[M]. 北京: 人民交通出版社, 2005.
CHEN Airong, SHENG Yong, QIAN Feng. Form of bridges [M]. Beijing: China Communications Press, 2005.
- [3] Hans A Eschenauer, Niels Olhoff. Topology optimization of continuum structures: a review [J]. Appl Mech Rev, 2001, 54 (4): 331.
- [4] Rozvany G I N, Kirsch U, Bendsoe M P, et al. Layout optimization of structures[J]. Apply Mech Rev, 1995, 48: 41.
- [5] 周克民, 李俊峰, 李霞. 结构拓扑优化研究方法综述[J]. 力学进展, 2005, 35(1): 69.
ZHOU Kemin, LI Junfeng, LI Xia. A review on topology optimization of structures [J]. Advances In Mechanics, 2005, 35(1): 69.
- [6] Michell AGM. The limits of economy of material in frame structures [J]. Phil Mag, 1904, 8: 589.
- [7] Dorn W S, Gomory R E, Greenberg H J. Automatic design of optimal structures [J]. J de Mechnique, 1964, 3(1): 25.
- [8] Bendsoe M P, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1988, 71(2): 197.
- [9] Bendsoe M P. Optimal shape design as a material distribution problem[J]. Structural Optimization, 1989, 1: 193.
- [10] Xie Y M, Steven G P. A simple evolutionary procedure for structural optimization [J]. Computers & Structures, 1993, 49: 885.
- [11] Zhou M, Rozvany G I N. On the validity of ESO type methods in topology optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2001, 21: 80.
- [12] Rozvany G I N. A critical review of established methods of structural topology optimization [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009, 37: 217.
- [13] Edwards C S, Kim H A, Budd C J. An evaluative study on ESO and SIMP for optimising a cantilever tie-beam [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2007, 34: 403.
- [14] Huang X, Xie Y M. Bi-directional evolutionary topology optimization of continuum structures with one or multiple materials [J]. Comput Mech, 2009, 43: 393.
- [15] Huang X, Xie Y M. A new look at ESO and BESO optimization methods [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2008, 35: 89.
- [16] Zuo Z H, Xie Y M, Huang X. Combining genetic algorithms with BESO for topology optimization [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009, 38(5): 511.
- [17] 荣见华, 唐国金, 杨振兴, 等. 一种三维结构拓扑优化设计方法 [J]. 固体力学学报, 2005, 26(3): 289.
RONG Jianhua, TANG Guojin, YANG Zhenxing, et al. A three-dimension structural topology optimization design method [J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 26(3): 289.