

# 基于改进 EMD 方法的轨道不平顺时频分析

李再伟<sup>1</sup>, 练松良<sup>1</sup>, 周俊磊<sup>2</sup>

(1. 同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804;

2. 广深铁路股份有限公司 广州工务段, 广东 广州 510610)

**摘要:** 经验模态分解法(EMD)的端点效应是影响该方法精度的难点问题, 结合端点效应的产生原理和现有研究成果, 采用镜像闭合延拓法和灰色神经网络预测法相结合的方法对信号两端的包络进行延拓; 通过对仿真信号和实际信号的分析表明, 该方法可以有效抑制 EMD 方法的端点效应. 利用改进的 EMD 方法对提速干线铁路和客运专线铁路实测轨道不平顺信号进行研究, 结果表明: 京广提速干线铁路样本段轨道不平顺存在着不同程度的短波和中长波不平顺, 而武广高速铁路样本段轨道不平顺主要分布于中长波区段. 改进 EMD 方法为保障铁路安全运营提供了一种新的途径.

**关键词:** 轨道不平顺; 经验模态分解; 端点效应; 时频分析  
**中图分类号:** U 213.313 **文献标识码:** A

## Time-frequency Analysis of Track Irregularity Based on Improved Empirical Mode Decomposition Method

LI Zaiwei<sup>1</sup>, LIAN Songliang<sup>1</sup>, ZHOU Junlei<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Guangzhou Track Maintenance Division, Guangshen Railway Company Limited, Guangzhou 510610, China)

**Abstract:** The end effect is a fatal flaw of empirical mode decomposition (EMD). Based on the principle of end effect and the present study situation, a method combining the mirror extension with the gray neural network is proposed to extend the data. Analysis of the simulated signal and the actual track irregularity signal shows that the proposed method restrains the end effect effectively. The track irregularity signal is studied with the improved EMD method, which collected by track recording vehicles from Beijing—Guangzhou Railway and Wuhan—Guangzhou passenger railway. The statistic and analysis result indicates that there are relatively serious short wave and long wave track

irregularity in Beijing—Guangzhou Railway, and the irregularity wavelength characteristic of Wuhan—Guangzhou passenger railway is the medium wave and long wave. Analysis of track irregularity with improved EMD is a new technical method for guaranteeing the safe running of railway.

**Key words:** track irregularity; empirical mode decomposition; end effect; time-frequency analysis

轨道不平顺是机车车辆振动的主要激励源, 直接关系到列车运行的平稳性、安全性和舒适性, 是控制列车最高运行速度的主要因素之一<sup>[1]</sup>. 目前对轨道不平顺的研究主要通过其空间域(幅值)和频率域(不平顺谱)进行的<sup>[2]</sup>, 但是两者都是从单一角度对信号进行分析, 前者不涉及轨道不平顺波长等影响因素, 而后者虽然可以有效提取区段内波长的分布情况, 但丢失了空间域的信息, 不利于轨道的养护和维修. 所以, 对轨道不平顺信号进行时频分析有着重要的意义, 这不仅可以准确地对轨道不平顺的有害波长进行空间定位, 更充分地利用轨道不平顺检测数据, 提高了轨道管理的技术手段.

本文采用时频分析方法为经验模态分解法(empirical mode decomposition, EMD). 这是由 Huang 等提出的一种新的信号分析处理方法<sup>[3]</sup>, 其本质是将信号分解为有限个不同尺度的本征模态函数及趋势项之和. 但是, 在应用 EMD 方法时存在着所谓的端点效应, 即在本征模式函数的筛选过程中, 构成上下包络线的三次样条函数在数据序列的两端会出现发散现象, 且这种发散的结果会随着筛选过程的不断进行, 逐渐向内“污染”整个数据序列, 而使所得到的结果严重失真<sup>[4]</sup>. 目前国内外学者在这方面提出多种处理方法, 如镜像闭合延拓法<sup>[5]</sup>、基于神

收稿日期: 2011-03-07

基金项目: 国家自然科学基金项目(50878158); 铁路环境振动与噪声教育部工程研究中心开放研究项目(20091001)

第一作者: 李再伟(1983—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为轨道结构振动. E-mail: lzw\_5220964@163.com

通讯作者: 练松良(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为轨道结构振动. E-mail: liansl6634@126.com

神经网络延拓法<sup>[6]</sup>、基于支持向量机延拓法<sup>[7]</sup>和波形特征匹配延拓法<sup>[8]</sup>等,在一定程度上解决了端点效应问题,但仍然存在各自的局限性.因此,本文在比选各方法优缺点的基础上,提出采用镜像闭合延拓法和灰色神经网络预测法相结合的算法对 EMD 方法进行改进,并利用改进 EMD 方法对京广提速干线铁路和武广客运专线铁路轨道不平顺号进行研究,得出不同运营速度下的轨道不平顺波长-幅值时频分布特点,从而为轨道不平顺时频分析提供一种新的途径.

## 1 EMD 方法及其端点效应问题

EMD 方法是将信号分解为若干个不同尺度特征的本征模态函数(intrinsic mode function, IMF),使得各 IMF 分量是窄带信号,即 IMF 分量必须满足如下两个条件:① 极值点的数量和过零点的数量相等或者最多相差一个;② 在任一时间点上,信号的局部极大值与局部极小值定义的包络平均值必须是零. EMD 方法的本质是通过特征时间尺度获得信号的 IMF,然后利用 IMF 不断地“筛”信号.

EMD 分解信号  $x(t)$  的一般步骤<sup>[1]</sup>如下:

(1) 找出待分析信号  $x(t)$  的全部极大值和极小值,利用三次样条函数分别把它们拟合为该信号的上下包络线,计算出包络线的均值  $m_1$ ,进而求出待分析信号和  $m_1$  的差值  $h_1$ ,即

$$h_1 = x(t) - m_1 \quad (1)$$

一般地,  $h_1$  不一定满足 IMF 的要求,需对它重复上述过程.即将  $h_1$  视为新的信号,求均值  $m_{11}$ ,进而求出待分析信号和  $m_{11}$  的差值  $h_{11}$ ,即

$$h_{11} = h_1 - m_{11} \quad (2)$$

该过程一直进行,直至满足 IMF 的条件,得到第一个 IMF 分量  $c_1$ ,并求出原信号与该 IMF 的差值  $r_1$ ,即

$$r_1 = x(t) - c_1 \quad (3)$$

(2) 将  $r_1$  作为待分解信号,重复以上过程,  $r_2 = r_1 - c_1, \dots, r_n = r_{n-1} - r_n$ ,直至所剩下的  $r_n$  不可分解或其研究意义已经不大.

经过经验模态分解后,信号变为各 IMF 和一个趋势项之和:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (4)$$

EMD 端点效应问题起因于利用三次样条曲线求取包络线的过程,由于端点极值的不确定性,每一

次样条插值都有拟合误差,随着分解次数的增加,误差不断累积,导致分解出的第一个 IMF 在端点处有较大的误差;而第二个 IMF 的分解是建立在原信号减去第一个 IMF 的差值基础上的,这就使得待分解信号也产生误差,导致分解的第二个 IMF 产生更大的误差.依此类推,随着分解的进行,误差就会由端点向内“污染”整个数据序列而导致分解的数据失去意义.

## 2 基于镜像闭合和灰色神经网络的端点延拓法

为了抑制端点效应,本文提出镜像闭合延拓法和灰色神经网络预测法相结合的改进 EMD 方法.镜像闭合延拓法是一种理想的数据延拓方法,其假设在数据的两端各放一面镜子,镜子中原数据序列的像关于镜子与原数据序列对称,两面镜子中原数据序列的像与原数据序列一起构成了一条连续的曲线,形成了一个封闭的环状,不存在端点,数据的上下包络线完全由内部数据确定,从而从根本上避免了端点效应<sup>[5]</sup>.但该方法的难点在于镜像点的选择,如果镜面的放置位置不在局部极值点处,将引入高频成分而使两端点处失真.基于此,提出首先对原始数据样本进行预测,得出一对极大值和极小值点,再以该极值点作为镜像点进行延拓的方法.对于要分析的对象轨道不平顺数据而言,其形成发展与诸多的影响因素之间是一种自然界普遍存在的灰色不确定关系<sup>[9]</sup>,所以可用灰色系统理论的方法对轨道不平顺进行预测,这里选取的是一阶灰色神经网络方法,该方法不仅利用灰色方法求解需要的计算量小、在少样本情况下可达到较高精度的特点,而且吸取了神经网络计算精度高、误差可控的优势.算法的具体建立过程如下:

(1) 建立轨道不平顺数据  $x(t)$  的灰色微分方程:

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{dt} + ax^{(1)}(k) = u \quad (5)$$

其中:  $a, u$  为待定参数.对微分方程(5)求解可得到其离散响应函数:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(1)}(0) - \frac{u}{a})e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (6)$$

将对等式(6)两边乘以  $\frac{1}{1+e^{-ak}}$ ,有:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) \frac{1}{1+e^{-ak}} = (x^{(1)}(0) - \frac{u}{a}) \frac{e^{-ak}}{1+e^{-ak}} + \frac{u}{a} \frac{1}{1+e^{-ak}}$$

则有:

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(1)}(k+1) = & \left( (x^{(1)}(0) - \frac{u}{a}) \frac{e^{-ak}}{1+e^{-ak}} + \frac{u}{a} \cdot \right. \\ & \left. \frac{1}{1+e^{-ak}} \right) \cdot (1+e^{-ak}) = f(ak)(-x^{(1)}(0)) \cdot \\ & (1+e^{-ak}) + f_{(ak)}\left(\frac{2u}{a}\right)(1+e^{-ak}) + (x^{(1)}(0) - \\ & \frac{u}{a})(1+e^{-ak}) = f(w_{11}k)w_{21}w_{31} + \\ & f(w_{11}k)w_{22}w_{32} + \theta_y \end{aligned} \quad (7)$$

(2) 将式(7)映射到 BP(反向传播)神经网络中进行“白化”处理,其相应网络的权值可进行如下赋值:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{11} = a \\ w_{21} = -x^{(1)}(0) \\ w_{22} = \frac{2u}{a} \\ w_{31} = w_{32} = 1 + e^{-ak} \\ \theta_y = (1 + e^{-ak}) \left( -\frac{u}{a} + x^{(1)}(0) \right) \end{array} \right. \quad (8)$$

这样就建立了输入层为 LA、隐层为 LB 和 LC、输出层为 LD 的 4 层灰色神经网络结构,其模型结构如图 1 所示。

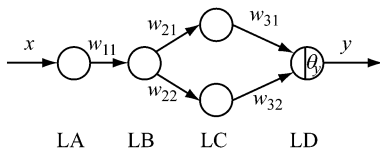


图 1 灰色神经网络结构图

Fig.1 Structure of gray neural network

利用该模型通过对给定边界处的轨道不平顺样本矩阵  $P_1^b$  计算得出边界外的第一个延拓值  $a_1^b$ ,并以  $a_1^b$  为原数据序列新的边界点. 利用以  $a_1^b$  为端点的样本矩阵  $P_2^b$  可以得到第二个数据序列延拓值  $a_2^b$ ,以此类推,直至得到一个延拓的极大值和极小值点;对于数据序列的另一端的处理与此相同. 最后将新的延拓数据与原数据序列连接起来,就可以得到延拓后的全部数据序列. 在此基础上应用镜像闭合延拓法,以延拓出的端点作为镜像点进行闭合延拓,从而得到较理想的延拓数据.

为了验证本文所提镜像闭合延拓法和灰色神经网络预测法相结合算法即灰色神经镜像闭合延拓法的有效性和适用性,分别采用仿真信号和实测信号进行实验,并与镜像闭合延拓法<sup>[5]</sup>、基于神经网络延拓法<sup>[6]</sup>、基于支持向量机延拓法<sup>[7]</sup>和波形特征匹配延拓法<sup>[8]</sup>进行比较. 其中,仿真信号采用幅值为 0.1

mm、波长为 0.1 m,幅值为 2 mm、波长为 5 m 和幅值为 1 mm、波长为 10 m 的轨道不平顺组合,即:

$$\begin{aligned} f(x) = & 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{5}x\right) + \frac{1}{20}(1 - \cos(20\pi x)) \\ & + \frac{1}{2}(1 - \cos\left(\frac{\pi}{5}x\right)) \end{aligned} \quad (9)$$

实测信号则以 2009 年京广提速干线某段左轨向不平顺检测数据为例. 两个信号的具体波形如图 2 所示.

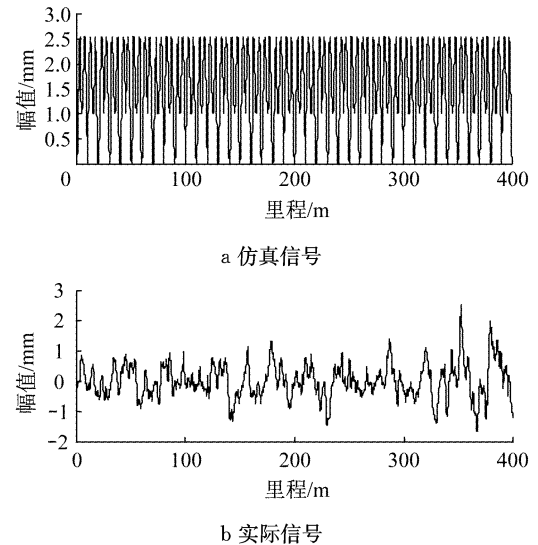


图 2 实验分析原始波形图

Fig.2 Actual wave form of the experiment

为了比较各方法的 EMD 分解效果,采用能量指标  $\theta$ <sup>[10]</sup>、相关系数  $\rho_i$  ( $i=1,2,\dots,7$ ) 和分解时间  $t$  三种评价指标,其中  $\theta$  的表达式如下:

$$\theta = \frac{\left| \sqrt{\sum_{i=1}^n \text{RMS}_i^2} - \text{RMS}_{\text{org}} \right|}{\text{RMS}_{\text{org}}} \quad (10)$$

式中:  $\text{RMS}_{\text{org}}$  为原信号的有效值;  $\text{RMS}_i$  为第  $i$  个 IMF 的有效值;  $n$  为 IMF 总个数,包括 EMD 残留项. 根据定义  $\theta \geq 0$ ,如果端点效应对 EMD 没有影响,则  $\theta=0$ .  $\theta$  的值越大,说明端点效应的影响越大. 计算结果见表 1.

对表 1 分析可知,当没有进行边界延拓时,端点效应对 EMD 分解影响非常严重,各指标值均较差;进行端点延拓后,在能量指标上,BP 神经网络与灰色神经镜像闭合延拓较好,而其他算法差别不大;在相关分析上,波形匹配延拓法、镜像延拓法和灰色神经镜像闭合延拓法较其他算法效果好;在运算时间上,采用智能算法的延拓方法运算时间都较长,但是灰色神经镜像闭合延拓是三种算法中时间最少的. 综上所述可知,灰色神经镜像闭合延拓法除运算时

表1 各种端点处理方法性能比较

Tab.1 The evaluation criterion value of every algorithm

信号	评价指标	无延拓	BP 神经网络 延拓法	支持向量机 延拓法	波形特征匹配 延拓法	镜像闭合 延拓法	灰色神经镜像 闭合延拓法
仿真信号	$\theta$	0.011 2	0.002 9	0.008 8	0.004 5	0.004 9	0.002 3
	$\rho_1$	0.059 7	0.063 7	0.061 8	0.067 4	0.065 2	0.089 5
	$\rho_2$	0.732 1	0.840 4	0.891 2	0.921 5	0.921 9	0.909 2
	$\rho_3$	0.395 7	0.424 2	0.367 3	0.446 2	0.450 3	0.444 3
	$t/s$	0.154	25.345	98.934	0.661	0.389	1.439
实测信号	$\theta$	0.079 2	0.036 9	0.025 1	0.043 8	0.027 1	0.020 8
	$\rho_1$	0.101 9	0.108 8	0.108 1	0.108 1	0.109 1	0.109 3
	$\rho_2$	0.289 6	0.284 6	0.282 4	0.284 8	0.283 3	0.283 5
	$\rho_3$	0.314 4	0.356 1	0.384 9	0.331 7	0.340 4	0.358 2
	$\rho_4$	0.445 4	0.490 5	0.566 6	0.484 1	0.484 0	0.495 1
	$\rho_5$	0.431 3	0.489 2	0.493 5	0.447 0	0.486 1	0.457 3
	$\rho_6$	0.506 6	0.605 1	0.624 4	0.533 8	0.606 5	0.688 9
	$\rho_7$	0.184 6	0.173 7	0.130 7	0.188 8	0.174 1	0.202 7
	$t/s$	0.178	25.093	95.448	1.668	0.373	0.824

间上略长之外,其他方面都显示出良好的效果.所以,可以采用此方法对轨道不平顺信号进行分析.

### 3 轨道不平顺时频分析

轨道不平顺信号选用 2010 年 10 月 0 号高速综合检测列车检测数据,采样频率为 0.25 m. 分析线路选取两种:(1)京广提速干线铁路左轨向不平顺数据,检测速度为  $160 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ,样本长度为 1 024 m(里程为下行 K681+0 m—K682+24 m);(2)武广高速铁路左轨向不平顺数据,检测速度为  $220 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ,样本长度为 1 024 m(里程为下行 K1240+0 m—K1241+24 m),如图 3 所示.对比两者的样本

函数可知,两条线路的不平顺幅值差异性较大,采用无砟轨道的武广高速铁路轨道不平顺幅值远小于采用有砟轨道的提速干线铁路,说明无砟轨道结构具有易于保持轨道几何形位的优良特性.

轨向不平顺 EMD 分解结果如图 4 所示.对京广提速干线样本段而言,其波长在 1 m~3.5 m 范围内幅值较大,而此范围内的波长多是由钢轨轧制过程中形成的周期性成分和严重的波浪形磨耗等原因造成的<sup>[11]</sup>;且在里程为 153,287,424,795,980 m 等处存在着不同程度的轨道方向不良病害.对武广高速铁路而言,其波长在 18.9 m~36.6 m 范围内(对应图 4b 中  $c_5$  分量)幅值较大,说明轨道中长波不平顺为此样本段轨向不良病害的主要频段;而随着列车运行速度的提高,中长波不平顺对行车安全和舒适度的影响越来越显著.所以,高速铁路工务部门应加强对轨道中长波不平顺的维修.此外还可知样本不平顺在 40,288,594,754,851 m 等处也存在着不同程度的轨道方向不良病害.

轨向不平顺 Hilbert 时频谱如图 5 所示.京广提速干线样本段在里程为 10,153,320,627,969 m 等处存在着不同程度的短波不平顺,特别是在里程为 153 m 处其峰值较为显著,对应的波长为 2.7 m,其在图 4a 中也有所体现,所以此处应为该段轨道工务维修的重点;此外在里程为 154,310,448 m 等处也存在着不同程度的长波不平顺.对武广高速铁路而言,其短波不平顺情况较好,存在的里程仅为 1,1 021 m 附近,而中长波轨道不平顺分布的里程范围较广,如 12,80,150,390,460,745,831,980 m 等处,且对应的幅值较大.对比两种线路可知,两种轨道不平顺分布的特点有较大的差别,应根据不同的线路

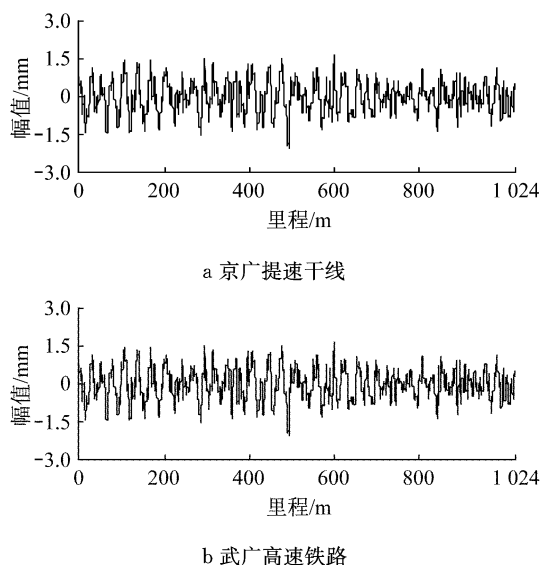


图3 轨检车测得的左轨道轨向不平顺样本函数

Fig.3 Sample of track left rail alignment irregularity surveyed by inspection car

类型安排各自的养护维修重点. 对提速线路而言, 其轨道不平顺的幅值较大, 波长多分布于短波区段, 且存在一定程度的中长波不平顺; 对高速铁路而言, 其

轨道不平顺幅值较小且波长主要分布在中长波区段.

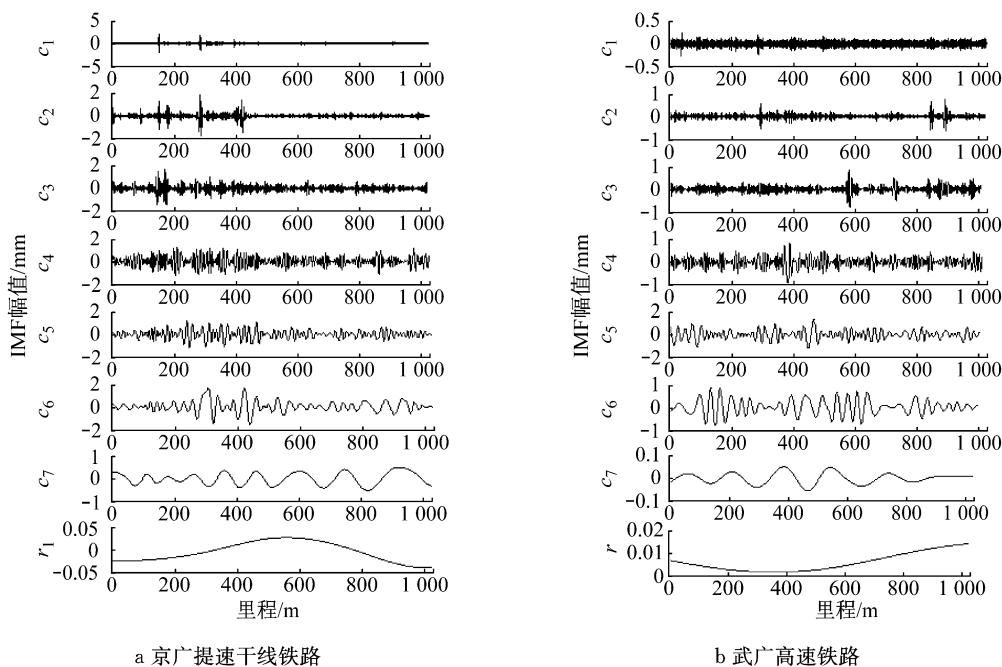


图4 左轨道轨向不平顺 EMD 分解结果

Fig.4 Empirical mode decomposition of track left rail alignment irregularity

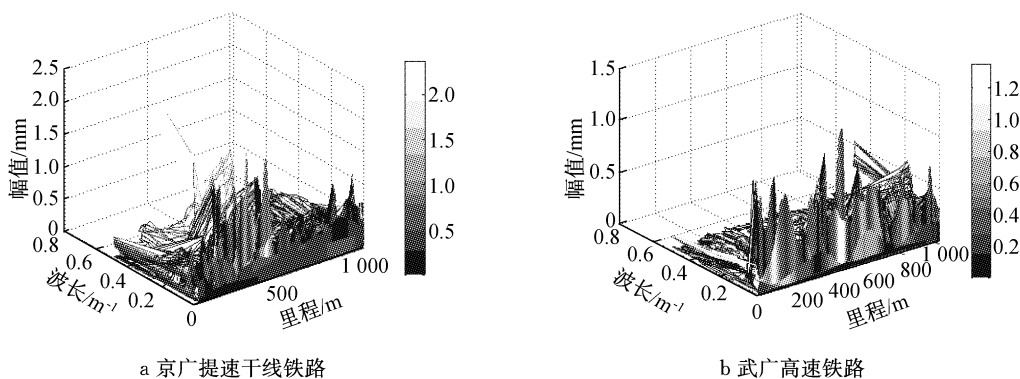


图5 左轨道轨向不平顺 Hilbert 时频谱

Fig.5 Hilbert time-frequency spectrum of track left rail alignment irregularity

## 4 结论

本文针对经验模态分解法分解过程中的端点效应问题, 提出基于镜像闭合延拓法和灰色神经网络预测法相结合的改进方法, 并利用该方法对京广提速干线和武广高速铁路样本段轨道不平顺进行时频分析, 可以得到如下结论:

(1) 基于镜像闭合延拓法和灰色神经网络预测法相结合的改进方法可以有效地抑制 EMD 分解的端点效应, 与其他算法相比, 除在运算时间上略长之

外, 该方法更适合于轨道不平顺信号的分解;

(2) 利用改进 EMD 方法对轨道不平顺信号进行分解可以有效地对轨道局部发生的病害进行检测和定位;

(3) 通过对轨道不平顺信号进行时频分析可知, 京广提速干线铁路样本段轨道不平顺存在不同程度的短波和中长波不平顺, 而武广高速铁路样本段轨道不平顺主要分布于中长波区段; 这有利于工务部门掌握线路轨道不平顺的幅值、波长分布情况, 可以有针对性地对轨道不平顺进行养护维修, 提高

(下转第 728 页)