

时变遗忘因子的子空间辨识及预测控制器设计

李少远, 吴永玲

(上海交通大学 自动化研究所, 上海 200240)

摘要: 针对线性时变多变量系统, 在存在不可测干扰及系统动态特性变化较大的情况下, 不需要已知系统先验结构信息, 不需要辨识出系统参数矩阵, 提出一种完全数据驱动的具有变遗忘因子子空间辨识的预测控制器设计方法. 预测控制是一种基于模型的控制方法, 为了更好地建立被控系统模型, 在已有的在线辨识基础上, 根据实测输出值与预测输出值的误差构造变遗忘因子, 以调整采集数据的权重, 提高辨识灵敏度和控制效果. 最后通过实例仿真验证算法的有效性.

关键词: 预测控制; 数据驱动; 变遗忘因子; 子空间辨识

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

Predictive Controller Design Based on Subspace Identification with Varying Forgetting Factor

LI Shaoyuan, WU Yongling

(Institute of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: In the existence of unpredictable disturbance and large changes in dynamic characteristics, a complete data-driven method based on subspace identification with variable forgetting factor is proposed for LTV multivariable system, without any priori structural information and identification of system parameters matrix. Predictive control is a model-based control method. In order to establish better system model, the variable forgetting factor is structured by error of the real and predictive output value based on on-line identification. Thus the weight of the collection data is adjusted and identification sensitivity and control effect is improved. Finally, a simulation example is given to demonstrate the efficiency of the proposed algorithm.

Key words: predictive control; data-driven; varying forgetting factor; subspace identification

预测控制是 20 世纪 70 年代后期从工业实践中逐渐发展起来的一类新型的计算机控制方法. 它采用预测模型、多步滚动优化和反馈校正等控制策略, 具有较好的控制效果, 在复杂的工业生产过程中得到了广泛和成功的应用^[1]. 预测控制是一种基于模型的控制算法, 模型的精度直接影响控制性能. 在复杂的实际工业生产过程中, 所建立的系统模型往往是不精确的, 有效地利用生产过程中已知的先验信息和采集到的数据, 对被控系统模型进行优化很有必要.

子空间方法^[2-3]是 20 世纪末提出的一类新的状态空间模型辨识方法. 它广泛适用于多变量系统, 对被控系统先验知识要求较少, 直接利用观测的输入输出数据辨识系统模型, 且数值计算具有一定的鲁棒性. 基于以上种种优点, 子空间方法得到广泛的关注, 形成了一种在线辨识^[4]与预测控制相结合的数据驱动控制方法, 是一种完全基于输入输出数据得到系统控制律的控制方法. 目前已有不少针对时变系统的在线递推子空间辨识和滚动优化预测控制相结合的研究成果^[5-6]. 但是, 现有的研究在在线实时辨识优化中忽略了系统中存在的不可测干扰及动态特性变化对辨识的影响, 缺乏通过输出误差进行反馈以优化辨识和控制效果的设计.

本文根据已有的在线递推子空间辨识方法, 在被控系统存在不可测干扰及动态特性变化较大的情况下, 通过实测输出和预测输出的误差构造变遗忘因子, 形成反馈校正控制策略, 更好地对系统进行建模与控制, 实现完全数据驱动的预测控制器设计. 最后通过实例仿真验证算法的有效性.

1 问题描述

考虑如下线性时变被控系统:

收稿日期: 2010-05-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60774051, 60825302); 上海市优秀学科带头人计划资助项目(09XD1402300); 上海市曙光计划资助项目(08GG04)

作者简介: 李少远(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为预测控制、自适应控制和模糊智能控制等.

E-mail: syli@sjtu.edu.cn

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{t+1} &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x}_t + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}_t + \mathbf{K}(t)\mathbf{e}_t \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{C}(t)\mathbf{x}_t + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}_t + \mathbf{e}_t \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{u}_t \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{y}_t \in \mathbf{R}^l$ 分别为 t 时刻的系统输入和输出; $\mathbf{e}_t \in \mathbf{R}^l$ 为随机白噪声; $\{\mathbf{A}(t), \mathbf{B}(t), \mathbf{C}(t), \mathbf{D}(t)\}$ 为相应维数的时变系统参数矩阵。

本文利用在线测量的有限时域输入输出数据, 基于子空间辨识方法, 实现对线性时变系统(1)的模型预测控制, 如图 1 所示. 图中, r 为参考输出, ε 为输出误差, y_m 为模型预测输出。

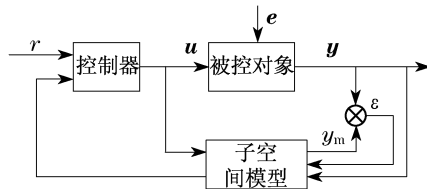


图 1 预测控制系统框图

Fig.1 Frame of predictive control system

实际工业生产过程中存在某些动态特性变化较大的系统, 即使辨识过程中采用了遗忘因子仍不能很好地描述系统当前特性. 为了更好地反映系统当前特性, 应随动态特性的变化自动调整遗忘因子^[7]. 当系统参数变化快时, 自动选择较小的遗忘因子, 使

历史数据权重衰减加快, 以减小记忆长度, 提高辨识的灵敏度; 反之亦然. 而系统中对于某些不可测的未知干扰, 也只能在它反映到输出后, 通过反馈的方式修正. 因此, 利用输出误差构造变遗忘因子, 克服时变参数和不可测干扰的影响, 进行在线辨识与优化控制, 使得被控对象的输出达到期望的动态特性。

相对于以往的基于子空间辨识的预测控制器设计, 本文加入了变遗忘因子项^[8-9]. 根据实际输出值和预测输出值的误差修正遗忘因子, 调整采集数据在辨识中的权重, 以达到满足时变系统的动态特性变化. 通过极小化二次型性能指标得到系统的最优控制律。

2 具有变遗忘因子的子空间辨识

2.1 具有遗忘因子的子空间辨识

给定测量长度为 $n = 2N + g - 1$ 的输入输出数据 $\mathbf{U}_n = [\mathbf{u}(0) \ \mathbf{u}(1) \ \cdots \ \mathbf{u}(n-1)]^T$ 和 $\mathbf{Y}_n = [\mathbf{y}(0) \ \mathbf{y}(1) \ \cdots \ \mathbf{y}(n-1)]^T$. 将 \mathbf{U}_n 和 \mathbf{Y}_n 分为 g 个预测问题, g 应取得足够大且 $g \gg \max(mN, lN)$. 其中, m , l 分别表示输入、输出维数, N 为预测时域, 如图 2 所示. $\mathbf{U}_{pi} = \mathbf{U}_p(\cdot, i)$, 相似定义 \mathbf{U}_{fi} , \mathbf{Y}_{pi} 和 \mathbf{Y}_{fi} .

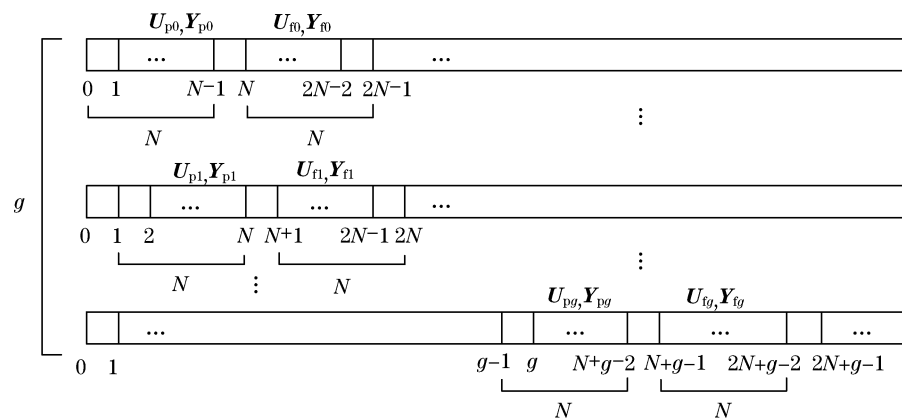


图 2 子空间辨识采集数据示意图

Fig.2 Data collection of subspace identification

利用这组测量数据构造的 Hankel 矩阵如下:

$$\mathbf{U}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_0 & \mathbf{u}_1 & \cdots & \mathbf{u}_{g-1} \\ \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \cdots & \mathbf{u}_g \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{u}_{N-1} & \mathbf{u}_N & \cdots & \mathbf{u}_{N+g-2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_N & \mathbf{u}_{N+1} & \cdots & \mathbf{u}_{N+g-1} \\ \mathbf{u}_{N+1} & \mathbf{u}_{N+2} & \cdots & \mathbf{u}_{N+g} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{u}_{2N-1} & \mathbf{u}_{2N} & \cdots & \mathbf{u}_{2N+g-2} \end{bmatrix}$$

其中, $\mathbf{U}_p, \mathbf{U}_f \in \mathbf{R}^{mN \times g}$. 同理定义 $\mathbf{Y}_p, \mathbf{Y}_f \in \mathbf{R}^{lN \times g}$ 和 $\mathbf{E}_p, \mathbf{E}_f \in \mathbf{R}^{lN \times g}$. 包含历史输入输出数据的矩阵定义为 $\mathbf{W}_p = (\mathbf{Y}_p^T \ \mathbf{U}_p^T)^T$. 预测模型的子空间辨识问题可描述为: 已知过去的输入输出 \mathbf{W}_p 和未来的输入 \mathbf{U}_f , 寻找未来输出 \mathbf{Y}_f 的最优预测值。

忽略未来白噪声干扰, 未来输出的预测值为

$$\hat{\mathbf{Y}}_f = \mathbf{L}_w \mathbf{W}_p + \mathbf{L}_u \mathbf{U}_f \quad (2)$$

其中, $\mathbf{L} = (\mathbf{L}_w \ \mathbf{L}_u)$ 为系统的子空间矩阵, 满足 $\mathbf{L}_w \in \mathbf{R}^{lN \times (m+l)N}$ 和 $\mathbf{L}_u \in \mathbf{R}^{lN \times mN}$. \mathbf{L} 可以通过求解下述最小

二乘问题得到:

$$\min_{L_w, L_u} J = \left\| Y_f - (L_w L_u) \begin{pmatrix} W_p \\ U_f \end{pmatrix} \right\|_{\beta, F}^2 \quad (3)$$

式中:下标 F 表示 Frobenius 范数; β 为指数加权遗忘因子,且 $0 < \beta < 1$. 令 $\alpha = \sqrt{\beta}$, $\alpha = \alpha E_l$, 其中下标 l 为输出维数. 定义加权系数对角矩阵 $\alpha_l = \text{diag}\{\alpha^{N-1} \alpha^{N-2} \cdots 1\}$, $\alpha_r = \text{diag}\{\alpha^{g-1} \alpha^{g-2} \cdots 1\}$.

具有遗忘因子的最小二乘问题可表示为

$$\min_{L_w, L_u} J = \left\| \alpha_l Y_f \alpha_r - \alpha_l (L_w L_u) \begin{pmatrix} W_p \\ U_f \end{pmatrix} \alpha_r \right\|_{\alpha, F}^2 \quad (4)$$

则有

$$\min_{L_w, L_u} J = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^g \{ \alpha_{ij} \| y_{ij} - \hat{y}_{ij} \|_2^2 \} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^g \beta_{ij} \| y_{ij} - \hat{y}_{ij} \|_2^2 \quad (5)$$

式中: $y_{ij} = y_{N+i+j-2}$, $\alpha_{ij} = \alpha^{N+g-i-j}$.

子空间矩阵求解结果可以由下式给出:

$$L = (L_w L_u) = Y_f \alpha_r \left\{ \begin{pmatrix} W_p \\ U_f \end{pmatrix} \alpha_r \right\}^\dagger \quad (6)$$

可以通过 SVD(奇异值分解)方法求得.

子空间辨识中,可以利用线性代数工具 QR(正交三角分解)方法求解最小二乘问题,在存在数据噪声等情况下,能够逼近真值,具有较好的数值鲁棒性^[2,10].

$$\begin{pmatrix} W_p \\ U_f \\ Y_f \end{pmatrix} \alpha_r = \begin{pmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ R_{21} & R_{22} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix} \quad (7)$$

则有

$$L = (L_w L_u) = (R_{31} \ R_{32}) \begin{pmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}^\dagger \quad (8)$$

至此,经过子空间辨识得到被控系统预测模型,在每一采样时刻更新输入输出数据集,实现预测模型的在线求解,并在此基础上设计预测控制器.

2.2 反馈校正的变遗忘因子子空间辨识

为了使更新数据集能够更好地反映当前时刻的系统特性,利用当前时刻实测输出与预测输出值误差的范数 $\epsilon_t = \| y_t - \hat{y}_t \|_2$ 构造遗忘因子.

定义时刻 t 的变遗忘因子

$$\beta_t = \beta_l + \frac{(\beta_u - \beta_l)(\epsilon_m - \epsilon_t)}{0.8\epsilon_m} \quad (9)$$

式中 ϵ_m 为最大容许误差. 在 $\epsilon_t \geq \epsilon$ 时,取 $\epsilon_t = \epsilon$; 在 $\epsilon_t \leq 0.2\epsilon$ 时,取 $\epsilon_t = 0.2\epsilon$. 那么,变遗忘因子 β_t 的变化范围为 $[\beta_l, \beta_u]$,并在该范围内调节采集数据窗口

大小. 于是,当系统参数变化快,输出误差 ϵ_t 增大时,遗忘因子 β_t 变小,远离当前时刻采集数据的权重衰减速度增加,相当于记忆长度减小,提高了辨识灵敏度;反之,当 ϵ_t 减小时, β_t 增大,增加记忆长度,使辨识精度提高.

在每一采样时刻更新变遗忘因子及 Hankel 矩阵,用新的数据取代旧的数据. 定义带变遗忘因子 α 的输入向量

$$u(t-k)_\alpha = \alpha^k [u_{t-k-(2N-1)}^T \ u_{t-k-(2N-2)}^T \ \cdots \ u_{t-k}^T]^T$$

那么,时刻 t 相应的 Hankel 矩阵为

$$U_t = [u(t-(g-1))_\alpha \ u(t-(g-2))_\alpha \ \cdots \ u(t)_\alpha]$$

在时刻 $t+1$,得到更新后的 Hankel 矩阵为

$$U_{t+1} = [u(t+1-(g-1))_\alpha \ u(t+1-(g-2))_\alpha \ \cdots \ u(t+1)_\alpha]$$

同理可得到 Y_t . 利用更新后的数据集进行系统模型的在线辨识及预测控制器设计.

3 具有变遗忘因子的子空间预测控制器设计

3.1 预测控制器设计

时刻 t ,定义未来的输入输出向量和历史数据向量如下:

$$\hat{y}_f \triangleq y_{t+1|t+N_2} = (y_{t+1}^T \cdots y_{t+N_2-1}^T \ y_{t+N_2}^T)^T \quad (10)$$

$$u_f \triangleq u_{t+1|t+N_u-1} = (u_{t+1}^T \cdots u_{t+N_u-2}^T \ u_{t+N_u-1}^T)^T \quad (11)$$

$$w_p \triangleq w_{t-N|t} = (y_{t-N}^T \cdots y_t^T \ u_{t-N}^T \cdots u_t^T)^T \quad (12)$$

其中, N_2 为预测时域, N_u 为控制时域.

未来预测输出为

$$\hat{y}_f = L_w^* w_p + L_u^* u_f'$$

其中, $L_w^* = L_w(1:lN_2, :)$, $L_u^* = L_u(\{1:lN_2, 1:m(N_u-1)\})$.

将式(13)进行如下等效变换:

$$\begin{aligned} \hat{y}_f &= (L_{w,1}^* \ L_{w,2}^*) \begin{pmatrix} w_{t-N|t-1} \\ u_t \end{pmatrix} + L_u^* u_f = \\ &= L_{w,1}^* w_{t-N|t-1} + (L_{w,2}^* \ L_u^*) \begin{pmatrix} u_t \\ u_{t+1|t+N_u-1} \end{pmatrix} = \\ &= L_{ww} w_{pp} + L_{uu} u_{ff} \end{aligned} \quad (14)$$

极小化二次型性能指标为

$$J = (r_f - \hat{y}_f)^T Q_y (r_f - \hat{y}_f) + u_{ff}^T R_u u_{ff} \quad (15)$$

式中: r_f 为期望输出值; Q_y , R_u 分别为误差权矩阵和控制权矩阵, $Q_y = \text{diag}\{q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_{N_2}\}$; $R_u = \text{diag}\{r_1 \ r_2$

$\cdots r_{N_u}\}$.

得到最优控制律为

$$u_{ff} = (R_u + L_{uu}^T Q_y L_{uu})^{-1} L_{uu}^T Q_y (r_f - L_{ww} w_{pp}) \quad (16)$$

将第一个控制量加到实际系统,即

$$u_t = (I \ 0 \ \cdots \ 0) (R_u + L_{uu}^T Q_y L_{uu})^{-1} \cdot L_{uu}^T Q_y (r_f - L_{ww} w_{pp}) \quad (17)$$

3.2 预测控制算法实现

步骤 1, 使用新的遗忘因子及实时测量输入输出数据, 更新 Hankel 矩阵;

步骤 2, 通过 QR 分解及 SVD 分解求解子空间矩阵 L_w 和 L_u ;

步骤 3, 构造未来输入输出向量及历史数据向量 \hat{y}_f, u_f 和 w_p ;

步骤 4, 求解优化问题 J , 得到控制律表达式 u_{ff} ;

步骤 5, 将第一个控制量 u_t 加到被控系统;

步骤 6, 根据预测控制滚动优化策略, 在下一采样时刻采集更新输入输出数据;

步骤 7, 计算输出误差, 更新遗忘因子 β_t , 转步骤 1.

4 实例仿真

考虑如下双入双出线性时变系统:

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{ae^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21.0s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \end{bmatrix}$$

式中: a 为时变参数, 在区间 $[12, 13]$ 内变化. 仿真中取 $N = 50$, $g = 1\ 800$, 预测时域 $N_2 = 8$, 控制时域 $N_u = 3$, 输出最大容许误差 $\epsilon = 0.05$, 初始遗忘因子 $\beta_0 = 0.95$. 输出设定值 $r_{f1} = [2 \ 0 \ 1]$, $r_{f2} = [1 \ 2 \ 0]$, 分别在第 100 和第 200 时刻发生跳变.

无变遗忘因子的控制效果图如图 3 所示. 通过输出误差加入反馈校正的变遗忘因子控制效果图如图 4 所示.

由图中可以看出, 无变遗忘因子时的系统输出随时变特性发生较大的波动, 不能很好地跟踪输出设定值; 加入变遗忘因子后, 得到的预测模型能够更好地反映当前的系统特性, 跟踪效果较之无遗忘因子的要好. 证明了该算法的有效性.

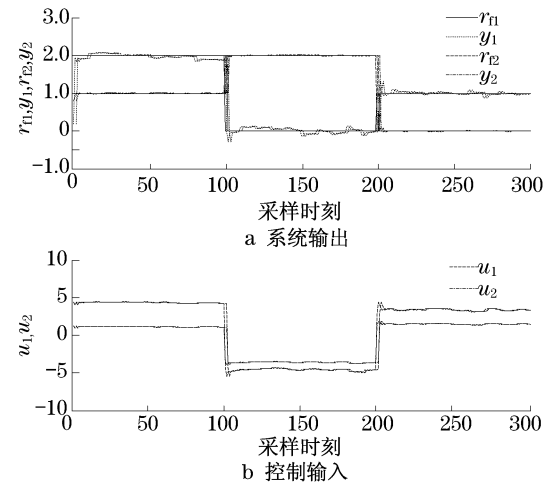


图 3 无变遗忘因子的输出跟踪效果图

Fig.3 Output tracking performance without variable forgetting factor

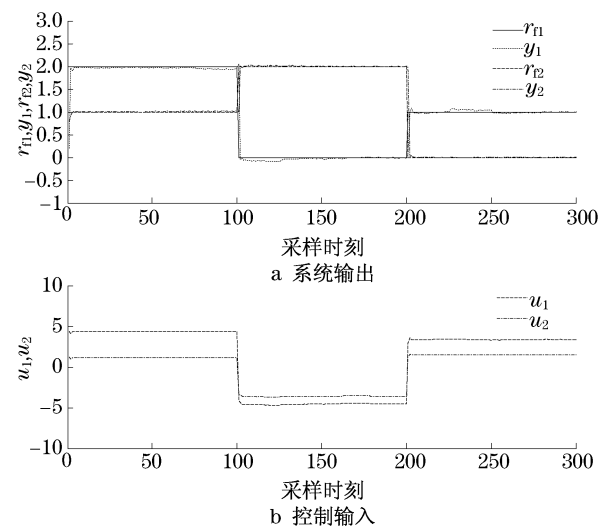


图 4 变遗忘因子的输出跟踪效果图

Fig.4 Output tracking performance with variable forgetting factor

5 结论

本文针对线性时变多变量系统, 在存在不可测干扰及系统动态特性变化比较大的情况下, 提出了一种具有变遗忘因子的子空间预测控制器设计. 文中采用了由输出误差构造的变遗忘因子, 形成了反馈校正控制策略, 能够根据当前时刻输出误差调整采集历史数据在辨识中所占权重, 更好地反映系统的当前特性, 提高了辨识的灵敏度, 因而能取得较好的优化控制效果. 最后通过实例仿真验证了算法的有效性.

参考文献:

- [1] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京:国防工业出版社,1993.
XI Yugeng. Predictive control[M]. Beijing: National Defence Industry Press,1993.
- [2] HUNAG Biao, Kadali R. Dynamic modeling, predictive control and performance monitoring (a data-driven subspace approach) [M]. London: Springer,2008.
- [3] Katayama T. Subspace methods for system identification[M]. London: Springer,2005.
- [4] 杨华,李少远. 一种新的具有遗忘因子的递推子空间辨识算法[J]. 控制理论与应用,2009,26(1):69.
YANG Hua, LI Shaoyuan. A novel recursive MOESP subspace identification algorithm based on forgetting factor[J]. Control Theory & Applications,2009,26(1):69.
- [5] 杨华,李少远. 一种完全数据驱动的子空间辨识与鲁棒预测控制器设计[J]. 控制理论与应用,2007,24(5):732.
YANG Hua, LI Shaoyuan. A novel robust predictive controller design based on data-driven subspace identification[J]. Control Theory & Applications,2007,24(5):732.
- [6] Kadali R, Huang B, Rossiter A. A data driven subspace approach to predictive controller design [J]. Control Engineering Practice,2003,11(3):261.
- [7] 李言俊,张科. 系统辨识理论及应用[M]. 北京:国防工业出版社,2003.
LI Yanjun, ZHANG Ke. Theory and application of system identification [M]. Beijing: National Defence Industry Press,2003.
- [8] Mardi N A, WANG Liuping. Subspace-based model predictive control of time-varying system[c]//Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference. Shanghai:[s. n.],2009:4005 - 4010.
- [9] 陈涵,刘会金,李大路,等. 可变遗忘因子递推最小二乘法对时变参数测量[J]. 高压电技术,2008,34(7):1474.
CHEN Han, LIU Huijin, LI Dalu, et al. Time-varying parameters measurement by least square method with variable forgetting factors[J]. High Voltage Engineering,2008,34(7):1474.
- [10] Overschee P V, Moor B D. N4SID: Subspace algorithm for the identification of combined deterministic-stochastic systems[J]. Automatica,1994,30(1):75.

(上接第 1650 页)

路径不能很好地满足实际需求,为获得较优路径引入平滑处理算法,仿真对比结果表明经过平滑改进的 A* 算法优化了线路质量,适用于复杂环境路径规划.

在不同的栅格规模下,平滑 A* 算法以极低的计算时间损失(2.5%左右)有效地降低移动机器人规划路径的长度、转折次数、转折角度. 实际应用中平滑 A* 算法为障碍物随机分布、大规模栅格情况下机器人规划出的路径有转折次数少、转折角度小等优点,能满足工程需求.

参考文献:

- [1] Zamirian M, Kamyad A V, Farahi M H. A novel algorithm for solving optimal path planning problems based on parametrization method and fuzzy aggregation [J]. Physics Letters A,2009,373(38):3439.
- [2] Pratihari D K, Deb K, Ghosh A. Fuzzy-genetic algorithms and time-optimal obstacle-free path generation for mobile robots [J]. Engineering Optimization,1999,32(1):117.
- [3] Latombe J C. Robot motion planning[M]. Kluwer Academic Publishing, Norwell, MA,1991.
- [4] Barraquand J, Langois B, Latombe J C. Numerical potential field techniques for robot path planning[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, Man and Cybernetics,1992,22(2):224.
- [5] Begum M, Mann G K I, Gosine R G. Integrated fuzzy logic and genetic algorithmic approach for simultaneous localization and mapping of mobile robots[J]. Applied Soft Computing,2008,8(1):150 - 165.
- [6] Dijkstra E W. A note on two problems in connection with graphs[J]. Numerische Mathematik,1959,1(1):269.
- [7] Hart P E, Nilsson N J, Raphael B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths [J]. IEEE Transactions on Systems, Science, and Cybernetics SSC,1968,4(2):100.
- [8] Trovato K I, Dorst L. Differential A* [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering,2002,14(6):1218.
- [9] 朱庆保,张玉兰. 基于栅格法的机器人路径规划蚁群算法[J]. 机器人,2005,27(2):132.
ZHU Qingbao, ZHANG Yulan. An ant colony algorithm based on grid method for mobile robot path planning[J]. Robot,2005,27(2):132.
- [10] Likhachev M, Ferguson D, Gordon G, et al. Anytime search in dynamic graph[J]. Artificial Intelligence,2008,172(2):1613.