

声波在存在黏结作用纤维性吸声材料中的传播

姜在秀, 王佐民

(同济大学 声学研究所, 上海 200092)

摘要: 考虑纤维间的黏结作用, 引入等效容重的表述, 得到改进的纤维性吸声材料的唯象模型. 实例分析表明, 由改进模型计算的理论与测量数据吻合更好.

关键词: 声波; 吸声材料; 黏结作用

中图分类号: O422.4

文献标志码: A

Sound Propagation in Fibrous Absorption Materials with Bonding Effect

JIANG Zaixiu, WANG Zuomin

(Institute of Acoustics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on a consideration of the glue effect and the introduction of the definition of equivalent volume mass, the improvement equivalent formulations were proposed. An experimental examination was also discussed. Theoretical results agree better with the experimental data.

Key words: sound wave; sound absorption materials; bonding effect

多孔性吸声材料品种繁多、应用广泛. 长期以来, 众多学者和工程人员从制造工艺、材料性能、测量方法和理论模型等方面开展了全面、深入的研究^[1-2]. 在理论研究方面, 大致可以归纳为 3 大类: 第 1 类是基于大量测量数据的经验公式; 例如用无量纲参数表示的半刚性多孔材料中波阻抗和传播常数的经验公式^[3]. 第 2 类是以材料的孔径、穿孔率、流阻和孔形因子等为参数推导的微观理论; 例如将多孔材料简化成许多圆柱形细管组合的毛细管理论^[4]. 第 3 类是通过材料实际参量推演声波传播的有效密度和有效声速的唯象模型; 例如分别对应刚性骨架多孔材料^[5]、弹性固体骨架多孔材料^[6-7]和纤维性吸声材料^[8]的唯象模型.

其中, 赵松龄教授从微观的纤维散射过程出发, 借助统计力学方法, 考虑纤维本身的振动以及温度变化的影响, 导得计算无规分布纤维中的有效密度 ρ_e 、有效压缩模量 K_e 和有效声速 c_e 的理论公式^[8]. 但是, 公式计算的理论与实测数据之间仍有一定差异: 即随着频率的提高, 有效密度的理论(绝对)值越来越小于实测值, 而有效声速的理论(绝对)值越来越大于实测值. 其原因可能是赵松龄教授分析的纤维模型是相互独立的自由纤维; 而实测的纤维材料中含有黏结剂, 纤维间存在一定粘连.

基于这种分析, 本文拟在赵松龄教授的工作基础上, 讨论纤维间的黏结作用对声波在纤维性吸声材料中传播的影响.

1 黏结作用对纤维运动方程的影响

在文献[8]中, 将所讨论的纤维看成是与周围纤维无任何粘连的自由质量, 设纤维材料的容重为 ρ_m , 每根纤维所占空间的半径为 R , 则单位长度纤维材料的质量 $m = \rho_m \pi R^2$, 纤维在入射简谐声波激励下的运动方程为

$$j\omega\rho_m\pi R^2 V_s = 2\pi\eta\beta a \frac{V_0 - V_s}{1 - q_1} \left\{ \frac{H_1(\beta a)}{H_0(\beta a)} - q_1 \frac{J_1(\beta a)}{J_0(\beta a)} \right\} \quad (1)$$

其中

$$\beta^2 = \left(\frac{1-j}{\delta} \right)^2, \quad \delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\rho_0}}, \quad q_1 = \frac{a^2}{R^2} \frac{4J_0(\beta a)H_1(2\beta a)}{\beta a H_0(\beta a)}$$

式中: ω 为入射声波角频率; ρ_m 为纤维材料的容重; ρ_0 为空气密度; a 为纤维半径; V_s 为纤维振动速度; V_0 为原始入射波产生的质点速度; η 为气体动力黏滞系数; πR^2 为每根纤维在垂直(纤维)平面上平均所占的面积; $H_m(z)$ 为 m 阶汉克函数; $J_m(z)$ 为 m 阶贝塞尔函数.

收稿日期: 2011-12-26

第一作者: 姜在秀(1977—), 男, 讲师, 理学博士, 主要研究方向为环境声学、噪声与振动控制. E-mail: sh7783@gmail.com

通讯作者: 王佐民(1944—), 男, 教授, 博士生导师, 理学博士, 主要研究方向为环境声学、噪声与振动控制.

E-mail: zmwang@tongji.edu.cn

纤维间的黏结会产生三方面的影响。

(1) 对所分析的某根纤维,振动时会带动周围纤维一起运动。这些被带动的纤维可以看成“负载”。这时对应简谐入射声波的振动纤维阻抗不再仅是某段纤维的质量 $m = \rho_m \pi R^2$, 而是质量(含附加质量 $\Delta m = \pi R^2 \Delta \rho_m$)、弹性劲度 k_m 和力阻 R_m 的组合^[5]。总阻抗为

$$Z_m = j\omega(m + \Delta m) + \frac{k_m}{j\omega} + R_m \quad (2)$$

(2) 在简谐入射声波的作用下,声波不仅激励所分析的某根纤维,而且其周围的纤维也会振动,且影响所分析的这根纤维的振动。这相当于存在附加的策动力。首先,这个策动力的大小应与周围振动纤维的质量 m_s 和加速度 $\partial V_s / \partial t$ 的乘积成比例。考虑相位差异,采取复比例系数 $(A_{m1} + jA_{m2})$ 。

$$F_1 = (A_{m1} + jA_{m2})m_s \frac{\partial V_s}{\partial t} = j\omega m_s (A_{m1} + jA_{m2})V_s \quad (3)$$

其次,从统计角度看,这个附加策动力还应与周围纤维作用力在声传播方向的梯度成比例。对于确定的纤维材料和足够小的纤维间距,若入射声波的幅值不变,数学上可以证明,这个梯度基本正比于纤维间距 R ,反比于声波波长,即正比于声波频率。同样,考虑相位差异,采取复比例系数 $(B_{m1} + jB_{m2})$ 。

$$F_2 = (B_{m1} + jB_{m2})Rf^n m_s \frac{\partial V_s}{\partial t} = j\omega m_s (B_{m1} + jB_{m2})Rf^n V_s \quad (4)$$

其中, n 是接近 1 的常数。

(3) 考虑纤维黏结的作用,在入射简谐声波激励下的运动方程中阻抗不再是单纯的纤维质量 m , 而是 Z_m , 即将式(1)等号左端中的 $m = \rho_m \pi R^2$ 用式(2)的 Z_m 替代;另外,在式(1)等号右端需增加 F_1 和 F_2 。据此,可以得到考虑纤维间黏结作用时的纤维运动方程

$$j\omega \rho_{e,m} \pi R^2 V_s = 2\pi \eta \beta a \frac{V_0 - V_s}{1 - q_1} \left\{ \frac{H_1(\beta a)}{H_0(\beta a)} - q_1 \frac{J_1(\beta a)}{J_0(\beta a)} \right\} \quad (5)$$

这里,令

$$\rho_{e,m} = (\rho_m + \Delta \rho_m - k_m / f^2 + a_m f^n) + j(b_{m1} + b_{m2} f^n - r_m / f) \quad (6)$$

称为材料的等效容重。需要说明,尽管式(6)给出等效容重的表达式,但是材料的黏结作用很难直接估算,因此公式中的相关参数仍需实测反演确定。

2 有效参量计算公式

2.1 有效密度

方程(5)与方程(1)形式完全相同,仅用等效容

重 $\rho_{e,m}$ 替换方程(1)中的材料容重 ρ_m 。因此,完全可以采用文献[8]中对方程(1)的处理方法,得到表述形式完全相同的有效密度 ρ_e 的计算公式

$$\frac{\rho_e}{\rho_0} = 1 + \frac{\rho_{e,m}}{\rho_s} \frac{\delta^2 / a^2}{A + jB} \quad (7)$$

式中: $A = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho_0}{\rho_s} \frac{\delta^2}{a^2}$; $B = \ln(\delta/a) + \frac{1}{2} \ln 2 - E$; ρ_s 为纤维本身的密度; E 为欧拉常数,取 0.577 2。

2.2 有效压缩模量

由于气体有效压缩模量 K_e 主要取决于纤维的热传导效应,而纤维间的黏结对热传导的影响很小,且文献[8]中有效压缩模量的理论值与实测值吻合很好。因此仍可采用文献[8]中有效压缩模量 K_e 的计算公式

$$\frac{K_e}{K_0} = 1 - \frac{\gamma - 1}{A_1 + jB_1(R/\delta_1)^2} \quad (8)$$

式中: K_0 为空气压缩模量; $A_1 = \gamma - b + \frac{\pi}{4} \left(\frac{R}{\delta_1} \right)^2$; $B_1 = \ln(\delta_1/a) + \frac{1}{2} \ln 2 - E$; $\delta_1 = \delta / \sqrt{C_p \eta / \Delta}$; $b = \frac{\rho_0 C_p}{\rho_m C_s}$; Δ 为导热系数; C_p 为空气的定压比热; C_s 为纤维本身的比热。

2.3 有效声速

材料的有效声速 c_e 可由下式计算:

$$c_e = \sqrt{K_e / \rho_e} \quad (9)$$

这里,等效容重、有效密度、有效压缩模量和有效声速均是复数量。

2.4 垂直入射吸声系数

根据吸声材料的有效密度和有效声速,可以得到刚性背面、厚度 d 材料的垂直入射吸声系数 α_n

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{\rho_e c_e}{\rho_0 c_0} \coth \left(\frac{j\omega d}{c_e} \right) \\ C_r &= \frac{\xi - 1}{\xi + 1} \\ \alpha_n &= 1 - |C_r|^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

3 等效容重中待定参数的确定

对于选定的纤维吸声材料,等效容重 $\rho_{e,m}$ 公式中的待定参数可通过以下步骤确定:① 应用阻抗管分别测得高、中、低 3~4 个不同频率处的纤维材料的有效密度 ρ_e ^[9];② 应用式(7)反演计算对应频率处的等效容重 $\rho_{e,m}$;③ 再根据式(6)来确定等效容重中的待定参数。

对于文献[8]中的容重 $\rho_m = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 、纤维半径 $a = 2 \text{ } \mu\text{m}$ 的玻璃棉材料,可以得到如下等效容

重的计算公式:

$$\rho_{e,m} = (21 - 47\,000/f^2 + 0.033f^{0.8}) + j(2 + 0.006f^{0.8} + 35/f) \quad (11)$$

4 实例分析

以文献[8]中的容重 $\rho_m = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 、纤维半径 $a = 2 \text{ } \mu\text{m}$ 玻璃棉材料为例,进行实例分析.图1—3分别给出由文献[8]公式与本文公式计算的有效密度、有效声速和刚性背面厚度5 cm材料的垂直入射吸声系数,并与测量值进行比较.图1—3中的测量数据均源自文献[8].

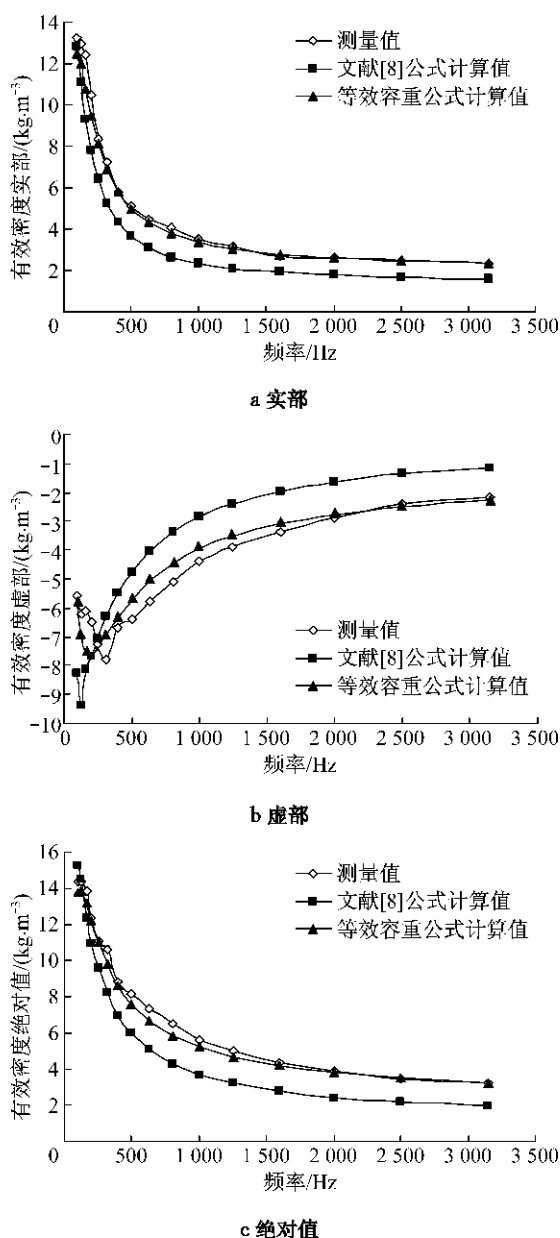


图1 有效密度的测量值和计算值

Fig.1 The measured and the calculated value of effective density

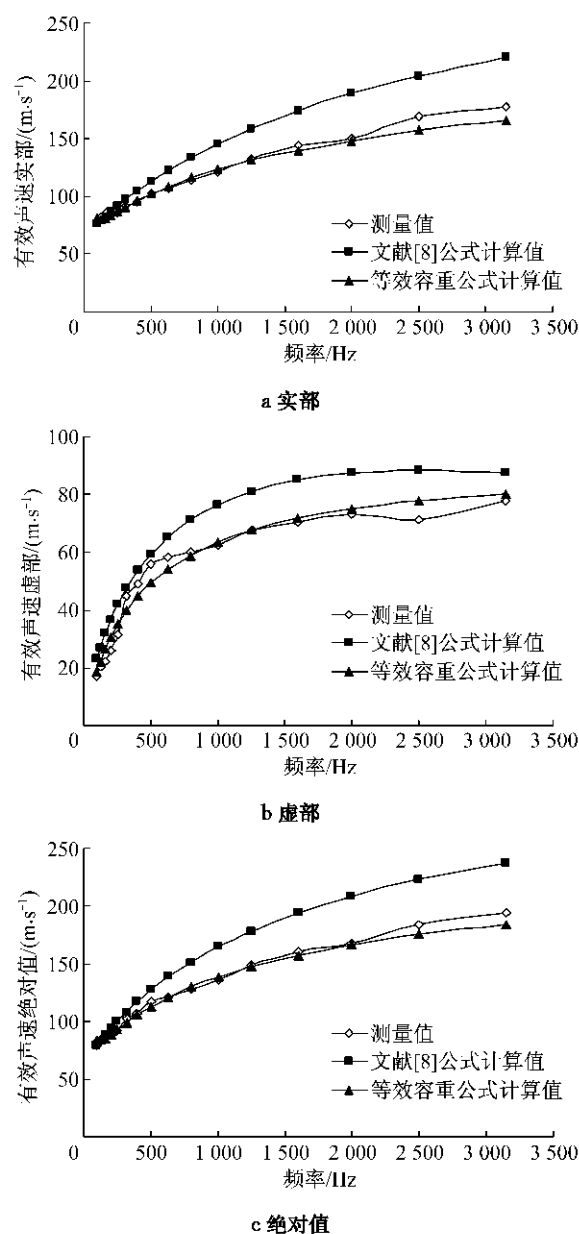


图2 有效声速的测量值和计算值

Fig.2 The measured and the calculated value of effective sound velocity

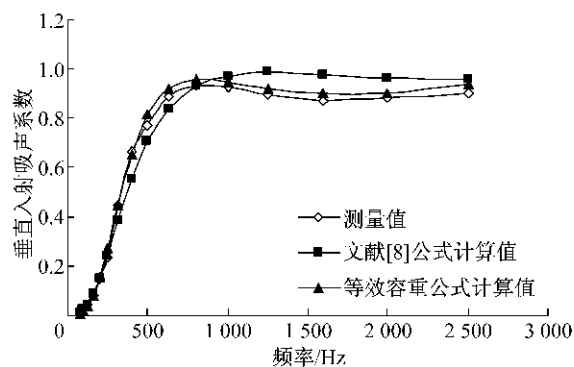
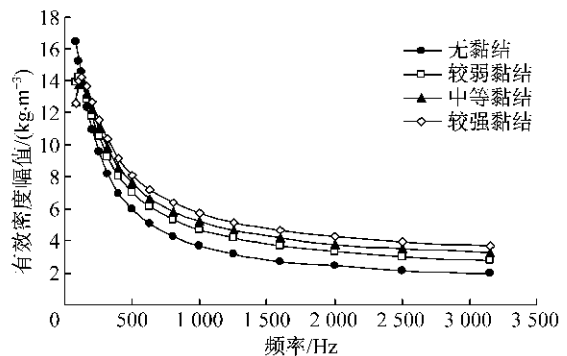


图3 垂直入射吸声系数的测量值和计算值

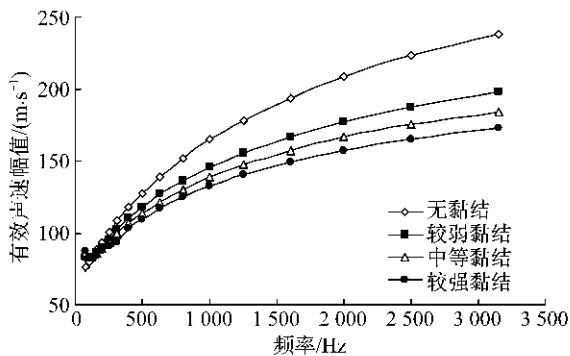
Fig.3 The measured and the calculated value of normal incident absorption coefficient

比较表明,考虑纤维间的黏结作用,引入等效容重后得到的理论公式计算值比文献[8]的计算值更符合实际材料的测量值。

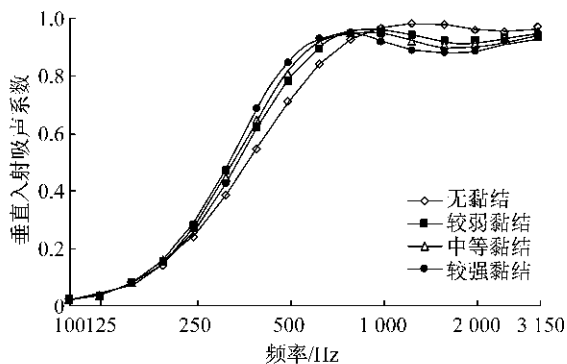
此外,可以应用改进后的唯像模型计算公式,讨论黏结强度对材料声学性能的影响,如图4所示。



a 有效密度幅值



b 有效声速幅值



c 垂直入射吸声系数

图4 黏结强度的影响

Fig.4 Effect of bonding strength

对容重 $\rho_m = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 、纤维半径 $a = 2 \mu\text{m}$ 的玻璃棉材料,分别计算4种黏结强度时材料的有效密度、有效声速和刚性背面5 cm厚度材料的垂直入射吸声系数。这4种黏结强度分别是:①无黏结影响,即文献[8]的理论模型;②较弱黏结强度,即比实际材料中的黏结强度大致减小1/3;③中等黏结强度,即等效容重取实际材料中的式(9);④较大黏

结强度,即比实际材料中的黏结强度大致增大1/3。

分析表明,随着黏结强度增大,材料的有效密度增大,且随频率增大,增加明显;材料的有效声速减小,且随频率增大,减小明显;刚性背面5 cm厚度材料的垂直入射吸声系数,在低频处有所增大,在中高频局部区域有所减小。由于受材料制备条件的限制,不可能将图4中的计算值与相应的实测值进行严格比较。但是,由大量纤维吸声材料吸声系数测量得到的定性结论是与上述结果相一致的^[10]。

考虑纤维材料的黏结作用,引入等效容重概念,对文献[8]的唯像公式加以改进,能使由唯像模型得到的材料声学特性更加符合实测数据。这表明本文提出的改进建议是合理的。但是,由于材料的黏结作用很难直接估算,因此等效容重公式中的相关参数仍需实测反演确定。

参考文献:

- [1] Sagartzazu X, Hervella-Nieto L, Pagalday J M. Review on sound absorbing materials [J]. Arch Comput Methods Eng (2008); 15: 311.
- [2] 钟祥章. 建筑吸声材料与隔声材料[M]. 北京:化学工业出版社, 2005.
ZHONG Xiangzhang. Building sound absorption and sound insulation materials [M]. Beijing: Chemical Industry Press 2005.
- [3] Delany M E, Bazley E N. Acoustical properties of fibrous absorbing materials [J]. Applied Acoustics, 1970, 3(2):105.
- [4] Zwikker C, Kosten C W. Sound absorbing materials [M]. New York: Elsevier, 1949.
- [5] 莫尔斯 P M, 英格特 K U. 理论声学(上册) [M]. 吕如榆, 杨训仁, 译. 北京:科学出版社, 1984.
Morse P M, Ingard K U. Theoretical acoustics [M]. Translated by LÜ Ruyu, YANG Xunren. Beijing: Science Press, 1984.
- [6] Boit M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I. low-frequency range [J]. Journal of Acoustical Society of America, 1956, 28(2):168.
- [7] Boit M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, II. higher frequency range [J]. Journal of Acoustical Society of America, 1956, 28(2):179.
- [8] 赵松龄, 卢元伟. 声波在纤维性吸声材料中的传播[J]. 声学学报, 1979(1): 1.
ZHAO Songling, LU Yuanwei. Propagation of acoustic waves in fibrous sound absorbents [J]. Acta Acustica, 1979(1): 1.
- [9] 殷业, 赵松龄. 吸声材料复特性阻抗和复声速的测试技术及其应用[J]. 声学技术, 1996, 15(1):32.
YIN Ye, ZHAO Songling. Test technology and application of complex characteristic impedance and sound velocity of sound absorption materials [J]. Technical Acoustics, 1996, 15(1):32.
- [10] 马大猷. 噪声与振动控制工程手册[M]. 北京:机械工业出版社, 2002.
MAA Dahyou. Engineering handbook of noise and vibration control [M]. Beijing: China Machine Press, 2002.