

预应力桥梁竖向振动特性和地震反应分析

楼梦麟¹, 洪婷婷², 李 强³

(1. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 2. 上海工程勘察设计有限公司, 上海 200042;
3. 天津市政工程设计研究院, 天津 300051)

摘要: 基于模态摄动法和振型叠加法, 建立了预应力桥梁竖向地震反应分析的计算方法。通过2个典型工程实例分析, 讨论了桥梁竖向地震反应分析中的几个问题。算例结果表明: ①预加力使桥梁的自振频率升高, 影响主要体现在低阶自振频率上, 随着振型阶数的增加, 预加力的影响变小。对于20 m和32 m跨度的预应力桥梁来说, 竖向基频分别升高5.3%和6.3%, 而第5阶竖向频率升高只有1%左右。②在地表波作用下预应力梁跨中截面弯矩减小约30%和25%, 预加力提高了桥梁的抗震能力。③竖向地震反应中高阶振型的贡献可以忽略。④7度设防烈度下, 在预应力桥梁跨中截面弯矩的荷载组合效应中, 竖向地震作用效应所占比例分别达24.56%和26.15%, 8度设防烈度时所占比例分别为38.93%和41.46%, 说明在这类预应力桥梁抗震设计中应考虑竖向地震反应的影响。

关键词: 预应力桥梁; 自振特性; 竖向地震反应; 模态摄动法

中图分类号: TU375; O32

文献标志码: A

Vertical Dynamic Characteristics and Seismic Responses of Prestressed Bridges

LOU Menglin¹, HONG Tingting², LI Qiang³

(1. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Shanghai Construction Survey and Architectural Design Co. Ltd., Shanghai 200042, China; 3. Tianjin Municipal Engineering Design & Research Institute, Tianjin 300051, China)

Abstract: Based on the modal perturbation method and the mode superposition method, an approach is established for the vertical seismic response analysis of the prestressed bridges. Several problems met in the vertical seismic response analysis of the prestressed bridge are illustrated by a case study of two simply-support prestressed bridges. Some conclusions are drawn on the basis of the numerical results. The natural

frequencies increase when the preloading is applied to the bridge. The preloading effect mainly focuses on the lower natural frequencies and the effect becomes smaller when the modal order is higher. The fundamental frequencies of the prestressed bridges with 20 m and 32 m span increase respectively by about 5.3% and 6.3% and its fifth modal frequency only increases by about 1%. The moments of the middle-span section of the prestressed bridges decrease by about 30% and 25% under the excitation of site ground wave. The contributions of high-order modes can be neglected for the vertical seismic responses of the bridges. The ratio factors of the vertical seismic response in the total response of the middle-span section moment of the prestressed bridges are 24.56% and 26.15% when earthquake fortification intensity is at level 7, and 38.93% and 41.46% when earthquake fortification intensity is at level 8. This means that the influence of the vertical responses should be taken into consideration in the seismic design of the prestressed bridges.

Key words: prestressed bridge; natural vibration characteristics; vertical seismic response; modal perturbation method

预应力技术已经广泛地应用于工业民用建筑和交通运输建筑中。关于预应力对结构静力特性和静力反应的影响已经有不少的研究, 有关研究成果被应用于工程实际^[1]。近年来, 关于预应力对梁动力特性和动力反应的影响问题已引起了人们的关注, 一些学者进行了试验研究, 并提出了相关的分析方法^[2-3]。作者曾应用模态摄动法求解预应力梁的自振特性^[4], 算例结果表明, 与试验结果相比, 这一方法具有良好的计算精度^[5]。本文进一步把这一方法与振型叠加法相结合, 建立求解预应力桥梁的竖向地震反应的计算方法, 并深入讨论高阶竖向振型对预应力桥梁竖向地震反应的贡献, 以及竖向地震反应

收稿日期: 2012-02-15

基金项目: 国家自然科学基金(90915011)

第一作者: 楼梦麟(1947—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为工程结构抗震防灾、土-结构相互作用等。

E-mail: lml@tongji.edu.cn

对预应力桥梁抗震设计的影响。

1 预应力桥梁的竖向振动微分方程

在分析一般直梁型桥梁的竖向地震反应时,通常可忽略桥梁支撑结构的竖向弹性变形的影响。此时,桥梁简化为简支梁和连续梁等,竖向地震直接从支座处输入。本文以单跨简支梁为研究对象进行分析和讨论,并采用目前工程中通用的均匀截面假定。

在预应力桥梁中,梁的两端作用有一对预加力 p_0 ,偏心距为 e ,如图1所示。由于是偏心受压,那么在桥梁的受力分析中,在梁轴线的两端面上除了一个轴压力 p_0 外,还有一个附加力偶,其初始值为 $M=p_0e$ 。在桥梁的竖向振动过程中,由于桥梁的竖向动变形,使得桥梁中各截面处的预加力有一定的变化。因此,可设

$$\begin{aligned} p(x) &= p_0 + \Delta p(x), \\ M(x) &= p(x)e(x) = (p_0 + \Delta p(x))e(x) \end{aligned} \quad (1)$$

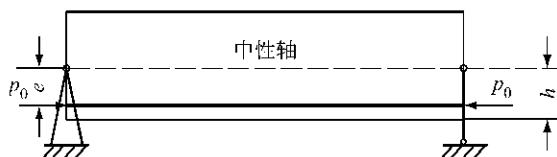


图1 预应力桥梁的示意图

Fig.1 Sketch of prestressed beams

一般认为 y 远小于 e ,因此 $\Delta p y$ 远小于 $\Delta p e$,可以忽略不计。据此可得出在竖向地震作用下等截面均匀预应力桥梁的弯曲振动微分方程为

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + c \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + p_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \\ e \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} = -m \ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (2)$$

式中: EI 为桥梁横截面的抗弯刚度; c 为阻尼系数; m 为单位长度质量; $y(x,t)$ 为桥梁的竖向动位移; $\ddot{u}_g(t)$ 为输入的竖向地震加速度。

基于线性小变形的前提下, x 截面处的预加力的变化是由预应力筋的局部伸长引起的,因此假定 x 截面处的预加力的变化 $\Delta p(x)$ 与该截面处的竖向振动位移 $y(x)$ 成正比,即

$$\Delta p(x,t) = \frac{y(x,t)}{D(x)} = k(x)y(x,t) \quad (3)$$

式中 $k(x)$ 的计算可采用图乘法^[4]。

将式(3)代入式(2)可得等截面预应力桥梁在竖向地震作用下的振动微分方程

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + c \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + (p_0 - k(x)) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} +$$

$$a(x) \frac{\partial y}{\partial x} + b(x)y = -m \ddot{u}_g(t) \quad (4)$$

式中: $a(x) = \frac{2Ke(l-2x)}{(lx-x^2)^2}$; $b(x) = -2Ke \frac{3x^2-3lx+l^2}{(lx-x^2)^3}$ 。其中, $K = \frac{6EIe}{(e^2+4i^2)}$,此处 $i = \sqrt{I/A}$,为截面惯性半径。

众所周知,地震作用下均匀等截面的 Euler-Bernoulli 梁(简称 Euler 梁)的竖向振动方程为

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + c \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -m \ddot{u}_g(t) \quad (5)$$

通过对比式(4)和式(5)可以看出,由于预加力的作用,使预应力桥梁的竖向振动微分方程比 Euler 梁要复杂得多。显然不考虑预应力对桥梁竖向地震反应的影响是不尽合理的,但影响程度如何需要深入研究。

2 预应力桥梁竖向地震反应的求解方法

线性条件下,采用振型叠加法^[6]求解方程(5),设

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^m \phi_i(x) Y_i(t) \quad (6)$$

式中: $\phi_i(x)$ 为 Euler 梁的第 i 阶竖向振型。当假定振型关于阻尼正交时,利用振型的正交性可将偏微分方程(5)的求解转换为各广义坐标 $Y_i(t)$ 的常微分方程求解

$$\ddot{Y}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{Y}_i(t) + \omega_i^2 Y_i(t) = -\eta_i \ddot{u}_g(t) \quad (7)$$

式中: ω_i, ξ_i, η_i 分别为对应于 $\phi_i(x)$ 的 Euler 梁的第 i 阶自振频率、振型阻尼比和竖向地震振型参与系数。

很显然,若能求得预应力桥梁的各阶振型 $\bar{\phi}_i(x)$,则参照 Euler 梁竖向地震反应求解过程,方程(4)的解也可通过振型叠加求得,即

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^m \bar{\phi}_i(x) \bar{Y}_i(t) \quad (8)$$

式中广义坐标 $\bar{Y}_i(t)$ 满足常微分方程

$$\ddot{\bar{Y}}_i(t) + 2\xi_i \bar{\omega}_i \dot{\bar{Y}}_i(t) + \bar{\omega}_i^2 \bar{Y}_i(t) = -\bar{\eta}_i \ddot{u}_g(t) \quad (9)$$

式中: $\bar{\omega}_i, \bar{\eta}_i$ 分别为对应于 $\bar{\phi}_i(x)$ 的自振频率和竖向地震振型参与系数,预应力不影响振型阻尼比。

从上述推导过程可看出,只要获得预应力桥梁的各阶频率 $\bar{\omega}_i$ 和振型 $\bar{\phi}_i(x)$,并假定振型关于阻尼正交,则预应力桥梁的竖向地震反应可方便地通过

振型叠加求得. 一般来说,很难解析获得预应力桥梁的各阶频率 $\bar{\omega}_i$ 和振型 $\bar{\phi}_i(x)$,需通过近似方法求解. 已有研究^[4]表明:模态摄动法是求解预应力梁振动特性的较为有效的半解析方法,它将变系数微分方程的求解转换为非线性代数方程的求解,使得求解大为简化. 这一方法的求解过程详见文献[4],本文限于篇幅,不作介绍.

下面直接应用模态摄动法和振型叠加法相结合的近似求解方法,进行预应力桥梁的竖向地震反应分析,其中式(9)的求解采用 Newmark 法,系数 $\alpha=1/6, \delta=1/2$. 求得各个时刻的 $Y(t)$ 后,再代入式(8)便可由振型连续函数解出梁在地震作用下各个时刻的位移连续函数 $y(x, t)$,同样可从 $\dot{Y}(t), \ddot{Y}(t)$ 求得速度 $\dot{y}(x, t)$ 和加速度 $\ddot{y}(x, t)$. 进而由位移 $y(x, t)$ 可求出预应力桥梁的跨中弯矩 M 、剪力 V 等工程关心的梁的地震内力. 例如梁的动弯矩连续函数为:

$$M(x)=-EI \cdot y''(x, t)=-EI \cdot \sum_{j=1}^m \bar{\phi}_j''(x) Y_j(t).$$

3 预应力桥梁竖向振动的动力特性

文中所选工程实例^[5]为预制预应力混凝土铁路桥梁,跨度分别为 32 m 和 20 m,分别称为 A 梁和 B 梁,截面形式如图 2 所示. 按模态摄动法可求得预应力桥梁的各阶特征值为 $\bar{\lambda}_i(\bar{\lambda}_i=\bar{\omega}_i^2)$ 和对应的主模态函数为 $\bar{\phi}_i(x)$ 以及各振型参与系数 $\bar{\eta}_i$,有关计算结果列于表 1. 表中同时列出不考虑预应力时同一桥梁的自振特性,以作比较. 从表中数据可看出:无论是 A 梁还是 B 梁,预加力使桥梁的自振频率升高,影响主要体现在低阶自振频率上,随着振型阶序的增加,预

加力的影响变小. 如预加力使 A 梁的前 5 阶和第 10 阶自振频率分别升高 6. 26%, 4. 21%, 2. 56%, 1. 75%, 1. 02%和 0. 42%;使 B 梁的前 5 阶和第 10 阶自振频率分别升高 5. 26%, 3. 64%, 2. 27%, 1. 76%, 1. 11%和 0. 38%,但预加力对桥梁的振型参与系数影响不大.

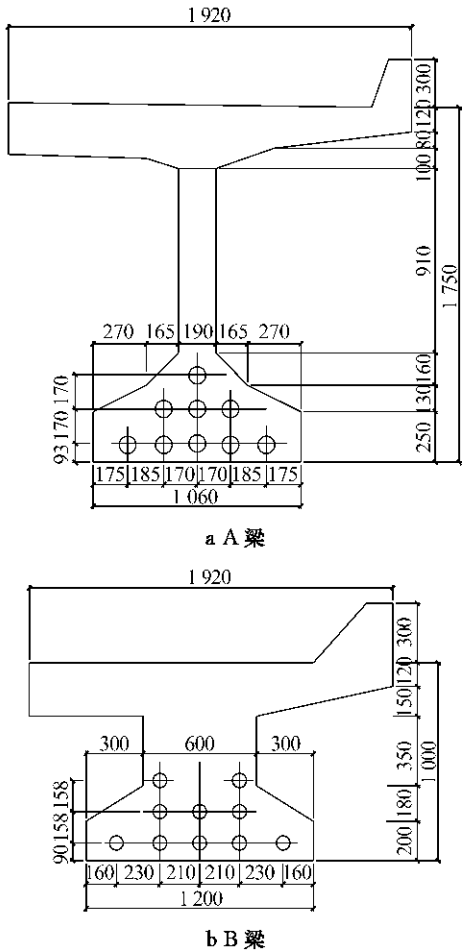


图2 梁的横截面示意图(单位:mm)
Fig.2 Sketch of beams cross sections

表1 A梁和B梁的自振频率和振型参与系数

Tab.1 Modal frequencies and participation factors of Beam A and Beam B

振型阶序	A 梁				B 梁			
	预应力桥梁		无预应力桥梁		预应力桥梁		无预应力桥梁	
	$\bar{\omega}_i$	$\bar{\eta}_i$	ω_i	η_i	$\bar{\omega}_i$	$\bar{\eta}_i$	ω_i	η_i
1	21. 22	1. 273	19. 97	1. 273	28. 84	1. 273	27. 40	1. 273
2	83. 26	0	79. 90	0	113. 60	0	109. 60	0
3	184. 40	0. 398	179. 80	0. 424	252. 20	0. 401	246. 60	0. 424
4	325. 20	0	319. 60	0	446. 10	0	438. 40	0
5	505. 60	0. 244	500. 50	0. 255	692. 60	0. 245	685. 00	0. 255
6	725. 90	0	719. 10	0	994. 70	0	986. 50	0
7	986. 10	0. 176	984. 90	0. 182	1 351. 60	0. 177	1 342. 70	0. 182
8	1 286. 10	0	1 278. 40	0	1 763. 10	0	1 753. 70	0
9	1 626. 10	0. 138	1 617. 90	0. 141	2 229. 40	0. 138	2 219. 50	0. 141
10	2 005. 90	0	1 997. 50	0	2 750. 40	0	2 740. 20	0

4 预应力桥梁的竖向地震反应

在地震反应计算中,输入某二类工程场地地震安全性评价报告中提出的 50 年 2% 概率下的场地地表自由场地震波(加速度峰值为 $189.96 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$),还输入实测 El Centro 波(加速度峰值调整为 $189.96 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$).输入地震波的时程和傅里叶幅值谱如图 3 和图 4 所示.

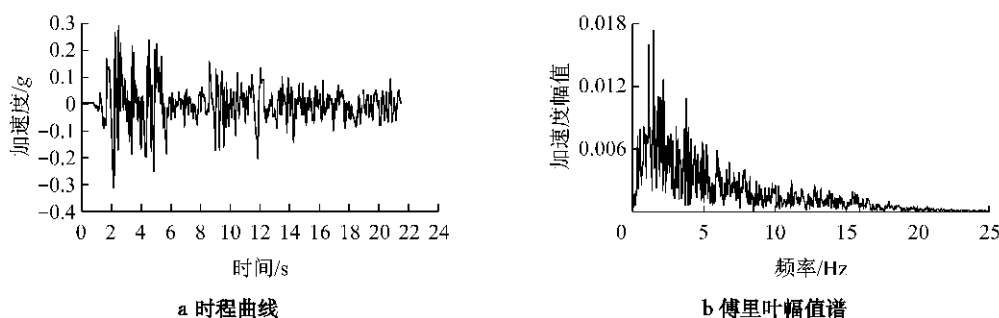


图 3 El Centro 波时程曲线、傅里叶幅值谱

Fig.3 Time history and Fourier amplitude spectrum of El Centro wave

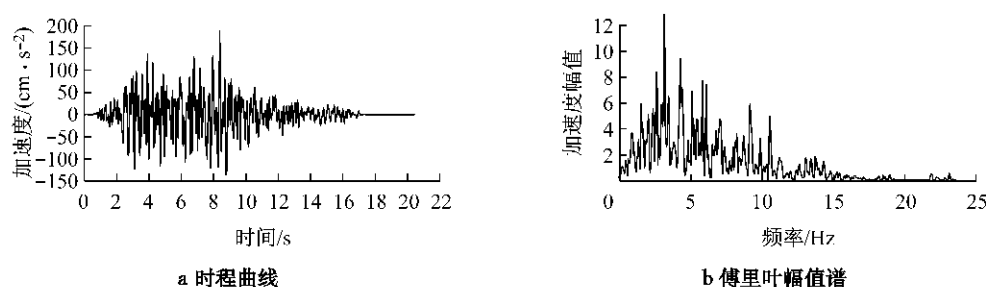


图 4 地表波的时程曲线、傅里叶幅值谱

Fig.4 Time history and Fourier amplitude spectrum of ground wave

表 2 在 El-Centro 波作用下跨中截面地震反应峰值比较

Tab.2 Comparison of seismic response peak of mid-span section under El-Centro wave

地震反应量	A 梁				B 梁			
	位移/ cm	速度/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	加速度/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	弯矩/ ($\text{kN} \cdot \text{m}$)	位移/ cm	速度/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	加速度/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	弯矩/ ($\text{kN} \cdot \text{m}$)
施加预应力	1.33	0.29	7.62	1 917.60	0.69	0.20	6.14	692.00
不施加预应力	1.89	0.34	7.63	2 713.00	0.83	0.32	6.15	820.00
$e_1/\%$	-29.66	-15.79	-0.10	-29.32	-16.33	-6.61	-0.08	-15.61
$e_2/\%$	42.17	18.75	0.10	41.48	19.51	7.08	0.08	18.49

表 3 在地表波作用下跨中截面地震反应峰值比较

Tab.3 Comparison of seismic response peak of mid-span section under ground wave

地震反应量	A 梁				B 梁			
	位移/ cm	速度/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	加速度/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	弯矩/ ($\text{kN} \cdot \text{m}$)	位移/ cm	速度/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	加速度/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	弯矩/ ($\text{kN} \cdot \text{m}$)
考虑预应力	1.88	0.41	8.63	2 734.10	0.95	0.27	7.95	949.93
不考虑预应力	2.52	0.50	10.81	3 639.20	1.45	0.40	11.40	1 443.10
$e_1/\%$	-25.24	-17.46	-20.22	-24.87	-34.19	-31.15	-30.30	-34.18
$e_2/\%$	33.76	21.16	25.34	33.10	51.94	45.24	43.46	51.92

力影响的地震反应峰值。 e_1 值为正时,表示对桥梁施加预加力后,使桥梁的地震反应增大; e_1 值为负时,表示对桥梁施加预应力,减少了桥梁的地震反应。 e_2 值为正时,表示在计算预应力桥梁竖向地震反应时,不计预应力影响将使桥梁的地震反应计算值比实际反应值要大; e_2 值为负则计算值比实际反应值要小。

从表中数据可以得出如下认识:

(1) e_1 的数值结果表明,施加预加力对桥梁的竖向地震反应有较大影响,尤其是能有效减小桥梁跨中截面竖向位移和弯矩。在 El Centro 波和地表波激励时,桥梁实施预应力技术后,可使 A 梁跨中截面动弯矩分别减小 29% 和 25%,使 B 梁跨中截面动弯矩分别减小 16% 和 34%。跨中截面的竖向位移和弯矩是简支桥梁抗震设计中的主要技术指标,表明预应

力技术能有效提高 A 梁和 B 梁的抗地震能力。图 5 和图 6 分别为输入地表波时, A 梁和 B 梁跨中截面弯矩的时程反应,虚线为无预加力时的反应,实线为施加了预加力后的反应。

(2) 从 e_2 值可以看出:若不考虑预应力影响,按常规梁的方法计算预应力桥梁的竖向地震反应时,将高估桥梁的竖向地震反应,使预应力桥梁的设计偏于保守。

(3) 在相同的峰值加速度的条件下, A 梁和 B 梁对 El Centro 波的竖向地震反应要小于对地表波的反应,差异还很大。由此可见, El Centro 地震波并不是最不利的地震波,对于大型桥梁抗震设计来说,通过工程场地地震安全性评价来确定输入地震动参数是非常必要的。

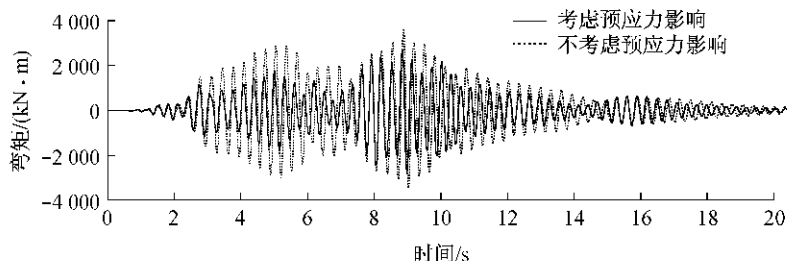


图5 地表波作用下 A 梁跨中弯矩时程反应

Fig.5 Time history of seismic moment at mid-span of Beam A under ground waves

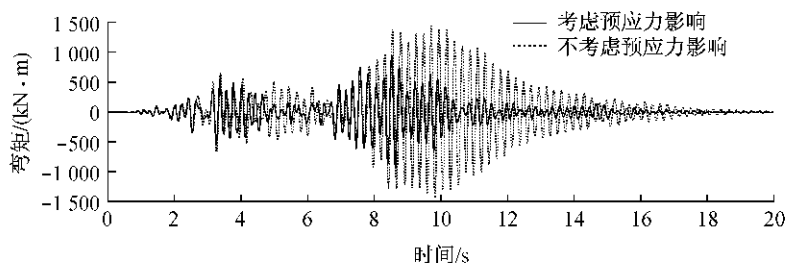


图6 地表波作用下 B 梁跨中弯矩时程反应

Fig.6 Time history of seismic moment at mid-span of Beam B under ground waves

5 高阶振型的影响

为了考察高阶振型对预应力桥梁竖向地震反应的贡献,还按只取第 1 阶振型进行叠加的工况计算了 A 梁的地震反应。计算结果表明:无论输入 El Centro 波还是地表波, A 梁竖向地震反应中第 1 阶振型占主导地位,高阶振型影响很小,位移、速度、加速度和弯矩的相对误差分别小于 0.1%, 0.3%, 2.5% 和 0.8%,加速度的误差相比之下最大,也不到 3%。两种工况的地震反应的时程曲线几乎重合,限于篇幅不再一一列出。从表 1 中可看出, A 梁的基频高于 3 Hz,处于输入地震波的主要频率分量区间内,

而第 2 阶自振频率高于 12 Hz,表明该梁的高阶自振频率已远大于地震波中的主要频率分量,它们对梁的地震反应的贡献自然就很小了。B 梁的情况更是如此,相关结果不再列出。对于这类刚度较大的预应力桥梁,当预应力梁第 2 阶竖向自振频率高于输入地震波主要分量的迫振频率时,在计算竖向地震反应时可以只考虑第 1 阶振型的贡献。

6 竖向地震反应对预应力桥梁总反应的贡献

目前工程场地地震安全性评价往往只给出工程场地的水平地震波及其峰值,如文中的地表波。在实

际工程地震反应计算分析中,竖向地震加速度峰值取水平地震加速度峰值的 $2/3^{[7]}$,因此由表2和表3中的数据乘以 $2/3$ 得到:在 El Centro 波作用下,A梁的跨中截面处的弯矩和位移分别为 $1\,278.4\text{ kN}\cdot\text{m}$ 和 0.89 cm ,B梁的跨中截面处的弯矩和位移分别为 $461.3\text{ kN}\cdot\text{m}$ 和 0.46 cm ;在地表波作用下,A梁的跨中截面处的弯矩和位移分别为 $1\,922.7\text{ kN}\cdot\text{m}$ 和 1.25 cm ,B梁的跨中截面处的弯矩和位移分别为 $633.3\text{ kN}\cdot\text{m}$ 和 0.63 cm .而在自重作用下,A梁的跨中截面处的弯矩和位移分别为 $2\,332.7\text{ kN}\cdot\text{m}$ 和 1.94 cm ,B梁的跨中截面处的弯矩和位移分别为 $754.3\text{ kN}\cdot\text{m}$ 和 0.70 cm .

水平地表波的加速度峰值表明该场地的设防地震烈度为8度,在相应竖向地表波作用下A梁和B梁跨中截面弯矩峰值已达自重作用下跨中截面弯矩值的78%和85%.按规范要求,对自重和竖向地震作用进行荷载效应组合计算,在A梁和B梁的跨中截面的组合弯矩值中竖向地震作用效应所占比例分别为38.93%和41.46%;如果设防地震烈度为7度,所占比例也分别达24.56%和26.15%.

7 结论

(1)采用模态摄动法和振型叠加法相结合的方法,是求解预应力桥梁竖向地震反应的一个有效方法,由于所得预应力桥梁地震反应是基于连续函数线性组合的表达式,和目前工程设计中常用的梁的力学分析方法相一致,所得数据结果便于工程应用.

(2)预加力使桥梁的自振频率升高,影响主要体现在低阶自振频率上,随着振型阶序的增加,预加力的影响变小.

(3)本文算例表明,施加预加力后使本文算例中A梁和B梁的竖向地震反应减小,提高了桥梁的抗竖向地震的能力.然而桥梁地震反应的大小取决于桥梁自振频率与地震频率间的相对关系,因此施加预加力后使得桥梁的自振频率升高,也存在使桥梁

地震反应增大的可能性,应作具体计算分析.

(4)对于第2阶自振频率远高于输入地震主要频率的预应力桥梁竖向地震反应可只取第1阶振型进行计算.

(5)对于本文涉及的这类跨度约为20~30 m的预应力桥梁抗震设计来说,竖向地震反应的影响不容忽视.

参考文献:

- [1] 薛伟辰.现代预应力结构设计[M].北京:中国建筑工业出版社,2003.
XUE Weichen. Design of modern prestressed structure[M]. Beijing: China Architecture & Building Press,2003.
- [2] Miyamoto A, Tei K, Nakamura H, et al. Behavior of prestressed beam strengthened with external tendons[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2000,126(9): 1030.
- [3] 刘宏伟,张伟,庄惠平.预加力对梁的动力影响分析[J].黑龙江科技学院学报,2002,12(3):37.
LIU Hongwei, ZHANG Wei, ZHUANG Huiping. Analysis of dynamic effect of prestressed force on beam[J]. Journal of Institute of Science and Tecnology, 2002,12(3):37.
- [4] 楼梦麟,洪婷婷.预应力梁横向振动分析的模态摄动法[J].工程力学,2006,23(1):107.
LOU Menglin, HONG Tingting. Mode perturbation method for lateral vibration analysis of prestressed beam[J]. Engineering Mechanics, 2006,23(1):107.
- [5] 中国科学技术咨询服务中心预应力技术专家组.预应力工程实例应用手册(桥梁结构篇)[M].北京:中国建筑工业出版社,1996.
Prestressed Technique Expert Group of Science and Technology Consultative Center of China. Handbook of applications of prestressed technique in engineering (bridge structure) [M]. Beijing: China Architecture & Building Press,1996.
- [6] Timoshenko S, Young D H, Weaver W Jr. Vibration problems in engineering[M]. 4th ed. New York: John Wiley & Sons Inc, 1974.
- [7] 石树中,沈建文,楼梦麟.基岩场地强地面运动加速度反应谱统计特征[J].同济大学学报:自然科学版,2002,30(11): 1300.
SHI Shuzhong, SHEN Jianwen, LOU Menglin. Static features of response spectra of acceleration of strong ground motion at rock sites[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2002, 30(11): 1300.