

钢轨扣件减振橡胶动态刚度特性分析

李莉¹, 王书卫¹, 吕英康², 刘艳¹

(1. 同济大学铁道与城市轨道交通研究院, 上海 201804; 2. 北京城建设计研究总院, 北京 100037)

摘要: 基于黏弹性材料动态恢复力由非线性弹性恢复力和非线性阻尼力叠加而成的理论, 提出钢轨扣件减振橡胶的动态力学模型. 根据实际工作状态对减振橡胶进行动态试验, 对试验数据进行拟合分析, 并验证了拟合的有效性. 分析研究了振幅和频率对非线性弹性恢复力、非线性阻尼力以及动态刚度的影响规律. 结果表明: 随着振幅的增加, 弹性恢复力和迟滞阻尼力迅速增大, 动刚度值也相应增大; 随着激励频率增加, 弹性恢复力略有减小, 阻尼力有所增大, 同时, 动刚度也有增大的趋势.

关键词: 钢轨扣件; 刚度; 振幅; 频率

中图分类号: U213.5

文献标志码: A

Dynamic Stiffness Analysis of Rubber Absorber in Rail Fastenings

LI Li¹, WANG Shuwei¹, LÜ Yingkang², LIU Yan¹

(1. Railway & Urban Mass Transit Research Institute, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Beijing Urban Engineering Design & Research Institute Co. Ltd., Beijing 100037, China)

Abstract: Based on a hypothesis superposition theory of nonlinear elastic restoring force (NEF) and nonlinear damping force (NDF), a non-linear dynamic mechanical model was proposed. The rubber absorber was tested according to its working condition, and the experimental data was analyzed. This model was verified. Amplitude and frequency dependence of NEF, NDF and the dynamic stiffness were studied. The results show that with the increase of the amplitude, the NEF and the NDF increase rapidly, and the dynamic stiffness increases too. With the increase of the frequency, the NEF decreases slightly, but the NDF increases, the dynamic stiffness has an increasing trend too.

Key words: rail fastening; stiffness; amplitude; frequency

其弹性的优劣直接影响到列车运行的平稳性和舒适性. 随着列车速度的不断提高, 扣件弹性对轮轨系统的影响也越来越明显^[1]. 为了满足铁路运行品质, 精确设计车辆-轨道耦合系统的动态刚度, 成为研究轮轨关系中的一个重要任务. 为此, 国内外学者对轮轨作用减振元件进行了大量的理论研究, 力求对轮轨动力作用有一个比较深入的了解. 在目前轨道动力学研究中, 通常对整个轨道和轮轨系统模型比较重视, 往往忽略了钢轨扣件的刚度特征, 对扣件系统中减振元件非线性力学特性带来的影响没有引起足够重视. 在仿真模型中, 一般对钢轨扣件系统的非线性刚度进行简单的均值线性化描述. 这种简化在方便计算的同时也将钢轨扣件中存在的动刚度与振动位移、频率之间的内在关系隐藏了.

研究表明, 橡胶材料由于特殊的微观结构而兼具黏性液体和弹性固体的特性, 其动态性能与一般弹性材料有较大的不同, 文献[2]中通过建立力和位移的关系采用3个力分量叠加模型, 使用线弹性力描述其弹性特性, 库伦摩擦力描述其振幅相关性, Kelvin-Voigt黏性力描述其频率相关性来揭示和反映其在频率和位移变化条件下的非线性. 文献[3]详细讨论了分数导数在黏弹性材料本构关系及有限元方程建立中的应用, 并对模型进行了进一步的完善. 文献[4]采用电动振动台对橡胶减振器的非线性动态特性进行了试验研究, 指出刚度和阻尼与振幅和频率之间呈曲面关系. 可以看出, 橡胶材料在不同的动态激励下, 其力学特征也会发生很大变化, 一般说来与作用在结构上的激励频率和振幅有关.

本文通过理论分析和试验相结合的方法对钢轨弹性扣件中橡胶减振元件的动态特性进行研究, 着重分析其动态刚度在不同激励频率和振幅下的变化规律和非线性特性.

钢轨扣件系统是轨道结构中的重要减振元件,

1 钢轨扣件减振橡胶动力学模型

在一般的橡胶减振装置中,减振器的工作状态通常为无预压力、无初始位移的自然状态,在动态载荷作用下,应变滞后于应力,其动态刚度曲线为具有一定斜率的类椭圆形滞后期圈^[5].而钢轨扣件系统在工作时,减振橡胶在扣件的预压力作用下,具有初始位移.同时,在列车载荷作用下,扣件系统的减振橡胶在扣件压力基础上又承受轮轨耦合作用产生的动态力.在初始静态载荷 F_0 和初始位移 x_0 的共同影响下,减振橡胶动态刚度曲线不再是具有一定斜率的类椭圆形滞后期圈,而是呈月牙状,见图1.

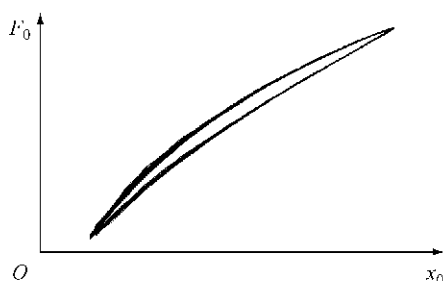


图1 钢轨扣件减振橡胶迟滞曲线示意图

Fig.1 Force-displacement loop of rubber absorber in railway fastening

由橡胶材料作为减振元件的钢轨扣件,在产生动态应力—应变时,一部分能量以势能贮存起来,另一部分能量则被转化成热能耗散掉.根据工程橡胶的这种力学特性,减振元件中橡胶材料的动态力可以由不耗能的非线性弹性恢复力 F_K 和耗能的非线性阻尼力 F_C 叠加组成,用以描述减振系统中的迟滞恢复力^[2],可简单表述为

$$F = F_C + F_K \quad (1)$$

则橡胶减振器迟滞环分解为非线性阻尼力—位移闭合曲线和非线性弹性恢复力—位移曲线两部分.前者闭合面积与分解前的整体闭合曲线面积相等.非线性弹性恢复力—位移曲线可采用高阶非线性多项式表示^[6].如图2.

研究表明^[4,6],非线性恢复力不仅是位移 x 的函数,同时也是振幅 A 和频率 ω 的函数.相应的非线性阻尼力和非线性弹性恢复力也与这3个参数有关.因此式(1)还可以进一步表达为

$$F(x, \omega, A) = F_C(x, \omega, A) + F_K(x, \omega, A) \quad (2)$$

高分子材料在动力作用下其非线性阻尼力与位移的关系曲线通常呈椭圆形,因此可以采用椭圆函数来模拟钢轨扣件减振橡胶非线性阻尼力与位移的

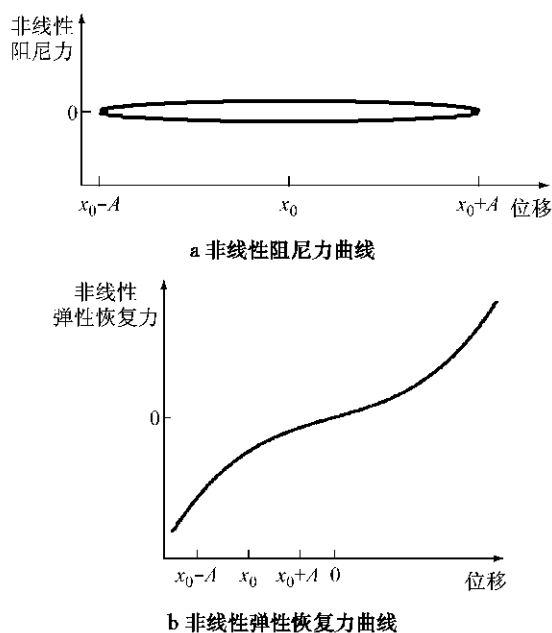


图2 恢复力—位移迟滞曲线分解示意图

Fig.2 Decomposition diagram of restoring force-displacement curve

关系曲线^[7]

$$\frac{(x - x_0)^2}{A^2} + \frac{F_C(x)^2}{l(\omega, A)^2} = 1 \quad (3)$$

式中: x 表示位移; x_0 为预压力作用下的初始位移;椭圆长轴 A 为激励振幅;椭圆短轴为待定系数.由于椭圆面积,即迟滞闭合曲线的面积表示对应循环加载周期的能量耗散值 E ,而减振缓冲系统中的橡胶材料能量耗散值随激励频率和振幅的变化而变化^[2],故根据椭圆面积公式可得

$$l(\omega, A) = \frac{E(\omega, A)}{\pi A} \quad (4)$$

由式(3)和(4),可得减振橡胶非线性阻尼力表达式为

$$F_C(x, \omega, A) = \pm l(\omega, A) \sqrt{1 - \frac{(x - x_0)^2}{A^2}} = \pm \frac{E(\omega, A)}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{(x - x_0)^2}{A^2}} \quad (5)$$

根据扣件系统橡胶减振元件动态试验曲线的形状和特征,可以选用幂函数多项式来描述非线性弹性恢复力的变化特性^[8],所取项数 n 根据拟合精度而定.考虑最一般情况,非线性弹性恢复力不仅是位移 x 的函数,而且还是激励频率 ω 和振幅 A 的函数,并将幂函数多项式各阶系数定义为对应阶数动刚度 K_i ,非线性弹性恢复力可表示为

$$F_K(x, \omega, A) = \sum_{i=1}^{(n+1)/2} K_{2i-1}(\omega, A) \cdot x^{2i-1} = K_1(\omega, A)x + K_3(\omega, A)x^3 +$$

$$K_5(\omega, A)x^5 + \dots \quad (6)$$

综上所述,钢轨扣件减振橡胶的动态力学模型可表示为

$$F(x, \omega, A) = F_K + F_C = \sum_{i=1}^{(n+1)/2} K_{2i-1}(\omega, A) \cdot x^{2i-1} \pm \frac{E(\omega, A)}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{(x - x_0)^2}{A^2}} \quad (7)$$

2 模型参数识别及验证

2.1 动态特性试验

为了确定模型中的未知参数,验证模型的正确性,分析钢轨扣件减振橡胶的动态特性,对实际弹性钢轨扣件进行了动态试验。试验通过对钢轨扣件减振橡胶作用一组不同频率和位移的动态力,测定不同频率和振幅条件下钢轨扣件系统的响应。试验装置如图3所示。



图3 钢轨扣件减振橡胶动态试验

Fig.3 Dynamic experiment on rubber absorber in railway fastening

试验选取实际的钢轨扣件,静态刚度为 $50 \text{ kN} \cdot \text{mm}^{-1}$,减振橡胶材料为氯丁橡胶,硬度为邵氏75度,扯断强度为13 MPa,试验荷载为正弦位移激励函数 $x(t) = A \sin(\omega t) + x_0$ 。其中, x_0 为静态预荷载作用下的初始位移响应,初始预压力为20 kN。由于钢轨扣件减振橡胶实际工作环境中所承受的主频率低于10 Hz^[9],所以试验激励频率范围选取2~10 Hz,频率间隔2 Hz。振幅范围选取0.3~0.7 mm,振幅间隔0.1 mm。

2.2 动态力学模型的参数识别

通过将试验所得数据代入模型中,应用曲线拟合的最小二乘法,基于Matlab对模型参数进行了拟合。根据此模型,对试验数据进行数值处理,可求出试验扣件各阶动刚度 K_i 的数值。为保证精度,拟合

中 n 取5。表1列举了部分工况各阶刚度拟合数值。

根据非线性参数识别理论,基于Matlab平台进行曲线拟合,可得各阶动刚度随振幅和频率变化曲线的表达式^[10]。

表1 部分工况下拟合出的各阶动刚度值
Tab.1 Identified dynamic stiffness of each order for every working conditions

频率 ω/Hz	振幅 A/mm	1阶动刚度 $K_1/(\text{kN} \cdot \text{mm}^{-1})$	3阶动刚度 $K_3/(10^6 \text{ kN} \cdot \text{mm}^{-3})$	5阶动刚度 $K_5/(10^{10} \text{ kN} \cdot \text{mm}^{-5})$
2	0.3	2.744	4.618	—
4	0.3	2.519	4.753	—
6	0.3	2.454	4.800	—
8	0.3	2.376	4.876	—
10	0.3	2.323	4.952	—
2	0.5	2.969	3.050	63.875
4	0.5	2.634	3.332	58.643
6	0.5	2.547	3.426	56.807
8	0.5	2.400	3.654	51.072
10	0.5	2.354	3.779	48.752
2	0.7	1.605	3.708	15.639
4	0.7	1.416	3.866	11.545
6	0.7	1.242	4.088	9.789
8	0.7	1.135	4.216	7.781
10	0.7	1.198	4.185	8.733

注:0.3 mm处5阶刚度拟合值相比于其3阶刚度非常小,已在精度影响范围之外,在此忽略。

2.3 模型验证

以频率6 Hz、振幅0.5 mm单一工况为例,当最高阶数为5时试验曲线与理论模型重构的拟合曲线如图4所示。可见经过理论模型各个参数识别过程,理论模型曲线与实际试验结果有着较好的一致性,且当幂函数多项式最高阶取 $n=5$ 时,即可满足一定的精度要求。

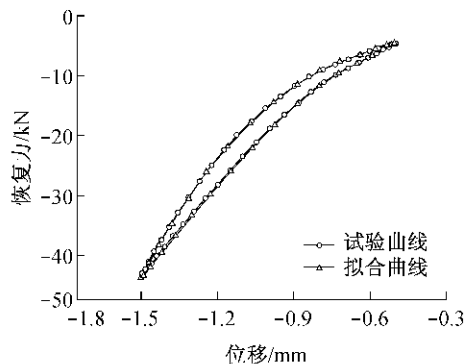


图4 振幅0.5 mm、频率6 Hz的试验曲线与理论模型曲线

Fig.4 Comparison of the force-displacement loops between the experimental and the calculated results on the single working condition of $f=6 \text{ Hz}$ and $A=0.5 \text{ mm}$

3 动态特性试验结果分析

3.1 振幅和频率对非线性弹性恢复力的影响

将表1拟合所得各阶动刚度数值代入式(6),即可得出不同振幅与频率下非线性弹性恢复力的表达式.在减振橡胶形变量最大处,非线性阻尼力 $F_c=0$,即 $F_{\max}=F_{K\max}$.根据分析所得数据,不同振幅和频率下非线性弹性恢复力最大值见图5(为方便观察,恢复力表示为正值,下同).非线性弹性恢复力最大值随振幅的增大而显著增大,但随频率的增加变化不大.

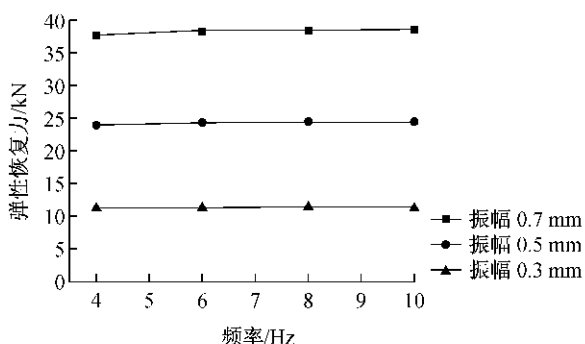


图5 不同频率和振幅下非线性弹性恢复力最大值示意图
Fig.5 Comparison of $F_{K\max}$ of different amplitudes and frequencies

为研究不同振幅和频率下,钢轨扣件非线性弹性恢复力的瞬态变化规律,笔者选取了2个形变量点 $x_1=x_0+0.09\text{ mm}$ 和 $x_2=x_0+0.11\text{ mm}$ 进行比较分析.结果见图6.

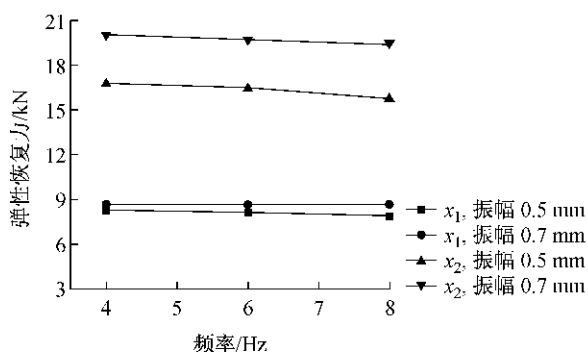


图6 不同频率和振幅下非线性弹性恢复力瞬态值
Fig.6 Comparison of the transient F_K of different amplitudes and frequencies

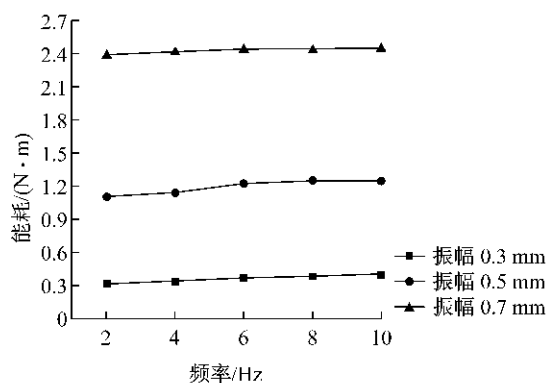
由图6可以看出,在同一形变量处,随着振幅的增大,非线性弹性恢复力随之增大;振幅越大,非线性弹性恢复力增大越迅速.而随着频率的增大,非线性弹性恢复力有一定的减小.

3.2 振幅和频率对非线性弹性阻尼力的影响

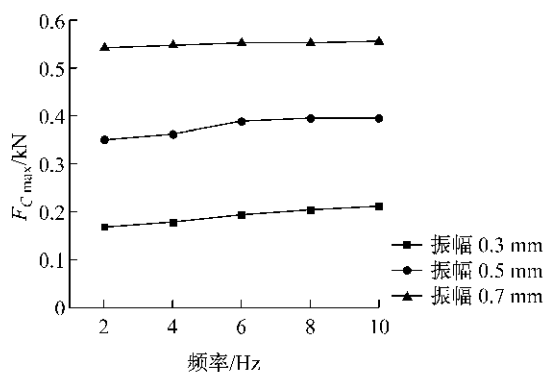
如前文所述,非线性弹性阻尼力对位移的曲线呈轴对称椭圆形,长轴为振幅 A ,位于 $F_c=0$ 轴线上.由于这种对称性,本文仅取去负载阶段,即 F_c 为正值的情况加以研究.根据式(5),振幅 A 对非线性弹性阻尼力有明显的影响关系,而频率 ω 会通过影响能耗 E 来对非线性弹性阻尼力产生影响.根据黏弹性材料动力学理论,一个周期内扣件系统弹性材料的能耗 E 等于其迟滞曲线闭合的面积.根据式(4),一个周期内非线性阻尼力最大值为

$$F_{c\max} = \frac{I(\omega, A)}{2} = \frac{E(\omega, A)}{2\pi A} \quad (8)$$

不同振幅和频率下,钢轨扣件减振橡胶的能耗值 E 及 $F_{c\max}$ 值见图7.



a 不同工况下单周期能耗数值图



b 不同工况下 $F_{c\max}$ 比较图

图7 频率和振幅对单周期能耗和 $F_{c\max}$ 的影响

Fig.10 The impact of amplitude and frequency to energy consumption and $F_{c\max}$

由图7可以看出,钢轨扣件减振橡胶的单周期能耗随频率的升高而少量增加,随振幅的增大增长明显,频率越高,振幅越大,橡胶的耗能越多.振幅和频率对非线性阻尼力的影响与对单周期能耗的影响关系是一致的,决定非线性阻尼力大小的主要因素是振幅.

3.3 振幅和频率对钢轨扣件弹性元件动刚度的影响

钢轨扣件减振橡胶动刚度的计算公式为

$$K = (F_{\max} - F_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) = (F_{\max} - F_{\min}) / 2A \quad (9)$$

而 $F = F_K + F_C$, 当恢复力 F 取最大和最小值时, $F_C = 0$. 因此

$$K(\omega, A) = (F_{K\max} - F_{K\min}) / 2A = [\sum K_m(x_0 + A) - \sum K_n(x_0 - A)] / 2A \quad (10)$$

式中: K_m 为 $x = x_0 + A$ 处的各阶动刚度; K_n 为 $x = x_0 - A$ 处的各阶动刚度. 由此可知, 动态刚度是由非线性弹性恢复力决定的, 是关于振幅 A 和频率 ω 的函数. 为研究橡胶动态刚度关于振幅和频率的变化规律, 本试验拟合了部分工况下橡胶的动态刚度值, 见表 2.

表 2 部分工况下计算出的元件动刚度值 K
Tab.2 Identified dynamic stiffness K for some working conditions

频率/Hz	动刚度/(kN · mm ⁻¹)		
	振幅 0.3 mm	振幅 0.5 mm	振幅 0.7 mm
2	14.848	21.794	25.522
4	14.911	21.968	25.872
6	15.025	22.093	26.357
8	15.133	22.227	26.686
10	15.622	22.585	26.934

由表 2 可以看出, 钢轨扣件减振橡胶的动态刚度值随振幅和频率的增大而增大. 其中振幅是主要影响因素, 振幅每增加 0.2 mm, 动态刚度值增加幅度超过 15%, 且随着振幅的升高, 增加幅度变小. 而频率每增加 2 Hz, 动态刚度增加幅度小于 1.5%. 因此在低频情况下, 频率对动刚度值影响不大; 随着频率的提高, 其对动态刚度值影响也将越来越明显.

4 结论

(1) 振幅是影响钢轨扣件减振橡胶动态特性的主要因素之一. 结果表明, 在不同的动力作用下, 钢轨扣件减振橡胶的动态特性有较强的非线性, 随着振幅的增加, 弹性恢复力和迟滞阻尼力迅速增大, 动刚度值也相应增大; 且随着振幅的进一步加大, 这种变化的幅度有变小的趋势.

(2) 频率对钢轨扣件减振橡胶动态特性有明显影响. 作用在钢轨扣件的动力激励频率增加, 弹性恢复力略有减小, 阻尼力有所增大, 其中, 阻尼力的增

加值大于弹性恢复力的减小值; 同时, 相应动刚度也有增大的趋势.

因此, 在研究钢轨扣件减振橡胶的动态特性时, 必须考虑激励载荷的振幅和频率特征, 这对充分发挥钢轨扣件系统的动态性能至关重要. 同时在对减振扣件设计及优化过程中, 也要考虑扣件使用条件下列车通过的振动特性, 以便达到更好的减振效果, 尤其是在高速铁路载荷特点的高频、大变形条件下, 这一点显得尤为突出.

参考文献:

- [1] XIAO Xinbao, JIN Xuesong, WEN Zefeng. Effect of disabled fastening systems and ballast on vehicle derailment[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2007, 129(2): 217-229.
- [2] Berg M. A model for rubber springs in the dynamic analysis of rail vehicle[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 1997, 21(1): 95.
- [3] Schmidt A, Gaul L. Finite element formulation of viscous elastic constitutive equations using fractional time derivatives[J]. Nonlinear Dynamics, 2002, 29: 37.
- [4] 韩德宝, 宋希庚, 薛冬新. 橡胶减振器非线性动态特性的试验研究[J]. 振动工程学报, 2008, 21(1): 102.
HAN Debao, SONG Xigeng, XUE Dongxin. Experiment on nonlinear dynamic characteristics of rubber isolator[J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 21(1): 102.
- [5] Singiresu S Rao. Mechanical vibrations[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
- [6] 韩德宝, 宋希庚. 橡胶减振器刚度和阻尼本构关系的试验研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(1): 152.
HAN Debao, SONG Xigeng. Experimental study on constitutive model for damping and stiffness of a rubber isolator[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(1): 152.
- [7] 方明霞, 冯奇, 陈江红. 汽车迟滞非线性动力系统仿真研究[J]. 汽车技术, 2006, 11: 23.
FANG Mingxia, FENG Qi, CHEN Jianghong. Simulating research of automobile hysteresis nonlinear dynamic system[J]. Automobile Technology, 2006, 11: 23.
- [8] Dong X, Houghton J R. Structural damping measurement under random excitation [C] // Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference, Tokyo: [s. n.], 1997: 497-503.
- [9] 瞿连辉. 城市轨道交通用减振扣件的试验方法[J]. 橡胶工业, 2009, 56(4): 252.
QU Lianhui. Test method of rail fastening for urban rail transit[J]. Rubber Industry, 2009, 56(4): 252.
- [10] 刘艳, 罗雁云. 钢轨扣件减振橡胶动态特性分析[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2011, 42(9): 2875.
LIU Yan, LUO Yanyun. Dynamic characteristic analysis of rubber absorber in rail fastening [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2011, 42(9): 2875.