

# 基于任意级配的二维随机骨料生成方法

潘子超, 阮欣, 陈艾荣

(同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

**摘要:** 为解决目前二维骨料生成算法对任意级配适应性较差的问题, 通过对三维骨料模型截面上二维骨料粒径分布的统计分析建立了一种可用于确定任意级配的二维骨料质量累积分布函数的数值方法, 并利用 Fuller 级配从理论上对该方法的正确性进行了论证。在此基础上, 从降低需模拟的骨料数目、提高细观模型生成效率的角度对目前的混凝土细观模型进行了再细化, 提出了亚细观模型的概念, 并利用上述方法模拟得出工程中常见的细骨料和粗骨料的二维骨料质量累积分布函数。

**关键词:** 混凝土; 细观模型; 级配; 骨料

**中图分类号:** U448.34

**文献标志码:** A

## Simulation Method of Random Aggregate in Two Dimension Based on Arbitrary Gradation

PAN Zichao, RUAN Xin, CHEN Airon

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that the present simulation methods of two-dimensional random aggregate are difficult to be applied in arbitrary gradation, a numerical method is established which can be used to determine the mass cumulative distribution function (CDF) of two-dimensional aggregate for arbitrary gradation on the basis of a statistical analysis of the diameter of aggregate on the cross sections from three-dimension model. This method is theoretically verified with the Fuller's gradation. Based on this method, the current concrete meso-scale model is refined and a concept of sub meso-scale model is proposed to decrease the number of the simulated aggregates and increase the construction efficiency of meso-scale model. Furthermore, some common aggregate gradations for fine and coarse aggregate in practical engineering are studied, and their corresponding two-dimension aggregate mass CDFs are obtained.

**Key words:** concrete; meso-scale model; gradation;

aggregate

在细观尺度上混凝土可视为一种由骨料、水泥浆以及边界层组成的三相复合材料。其中, 骨料对混凝土的材料性能有显著的影响。一方面, 骨料提供了混凝土的骨架, 决定了混凝土的抗压、抗拉强度等力学性能; 另一方面, 骨料的不可渗透性, 对  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{CO}_2$  等有害物质的传输过程起到了阻碍作用, 对混凝土的耐久性能也有显著影响。可见, 对于细观尺度上的混凝土研究, 如何正确地描述骨料在水泥浆中的分布是一个基本同时也是十分重要的问题。

目前, 尽管球形、椭球形以及多面体等三维骨料的模拟技术已经较为成熟<sup>[1-2]</sup>, 但是受网格质量以及计算规模的限制, 很多研究仍然是在二维平面上进行的<sup>[3-5]</sup>。在二维平面上模拟骨料的生成, 一个核心问题是如何定义二维骨料的级配曲线。由于实际工程中给出的级配曲线是针对三维骨料的, 因此必须进行一定的转换才能用于二维平面上的模拟, 这种转换目前可通过 2 种方法实现: ①推导得出二维平面的骨料颗粒数累积分布函数 (cumulative distribution function, CDF), 然后根据随机产生的函数值反算出对应的骨料粒径<sup>[6-8]</sup>。这种方法能够得到粒径分布连续的随机骨料, 属于一种精确方法。不足之处在于: 二维平面上骨料颗粒数的 CDF 表达形式十分复杂, 骨料粒径和函数值之间的关系不能以显式给出, 需要求解非线性方程组。②利用 Walraven 公式直接计算得出平面上某个粒径区间的骨料总面积, 然后在该粒径区间随机生成骨料, 直至总面积满足要求为止<sup>[5,9]</sup>。该方法计算简单, 易于计算机编程。然而由于 Walraven 公式在推导过程中利用了 Monte Carlo 原理, 因此属于一种近似方法。

上述 2 种方法存在一个相同的局限, 即仅能用

收稿日期: 2012-04-16

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金

第一作者: 潘子超(1984—), 男, 博士生, 主要研究方向为混凝土桥梁构件耐久性。E-mail: panzichao@gmail.com

通讯作者: 阮欣(1977—), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为混凝土桥梁耐久性、风险评估等。E-mail: ruahxin@tongji.edu.cn

于生成满足特定理想级配的骨料,而对工程中采用的实际级配适应性较差.例如,基于骨料颗粒数 CDF 的方法目前仅适用于等体积级配以及 Fuller 级配,而 Walraven 公式在推导过程中则直接采用了 Fuller 级配的假定.尽管理论上而言,任意类型的骨料级配在上述 2 种方法体系中均有实现的可能<sup>[9]</sup>,但具体的实现过程则十分复杂,并不利于工程应用.

为了解决上述问题,在先前研究的基础上<sup>[10]</sup>提出了一种可用于生成满足任意级配的二维骨料的算法.基本思想为:首先根据三维级配曲线随机生成三维骨料,确定骨料的分布,然后在三维模型中截取平面,在该平面上统计位于各粒径区间的骨料总面积,从而得到二维骨料质量 CDF.在此基础上最终模拟生成满足特定级配的二维骨料.对该方法的具体实现过程进行了详细论述,并利用 Walraven 公式对方法的正确性进行了理论上的验证,同时,也对该方法在混凝土亚细观模型中的应用进行阐述.

## 1 方法描述

### 1.1 混凝土骨料的筛分试验

混凝土骨料的级配曲线一般通过筛分试验确定.具体做法为:将一组标准筛按孔径从大到小的顺序排列,然后将一定质量的骨料放置于最大孔径的筛中,进行适当振动,让骨料充分通过各筛,最后称遗留在各筛上的骨料质量,并根据该结果得到骨料质量的 CDF.设某筛的孔径为  $D_i$ ,遗留在该筛上的骨料质量为  $M_i$ ,则对于由  $n$  个筛组成的筛分试验其确定的三维骨料质量 CDF 可表述为

$$P_{3M}(D_i) = \sum_{j=1}^{i-1} M_j / \sum_{j=1}^n M_j \quad i = 2 \cdots n \quad (1)$$

式中:  $P_{3M}(D_i)$  为粒径小于  $D_i$  的骨料占有所有骨料的质量分数;  $M_j$  为遗留在第  $j$  个筛上的骨料质量;  $n$  为筛的总个数.

注意到式(1)中 CDF 曲线的起点纵坐标不为零,终点纵坐标不为 1.这是因为筛分试验中无法获得骨料最小粒径和最大粒径的信息,即通过最底层筛和遗留在最顶层筛的这 2 部分骨料未能计算在 CDF 中.为将上述 CDF 曲线标准化,可在标准筛的最下层和最上层分别增设虚拟筛,其孔径分别为  $D_0 = D_{\min}$  和  $D_{n+1} = D_{\max}$ ,其中  $D_{\min}$  和  $D_{\max}$  分别为骨料的最小和最大粒径.这种情况下,骨料质量 CDF 可改写为

$$P_{3M}(D_i) = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ \sum_{j=1}^{i-1} M_j / \sum_{j=1}^n M_j & i = 1, 2, \dots, n \\ 1 & i = n + 1 \end{cases} \quad (2)$$

若统计出各筛上遗留的骨料颗粒数,则可通过类似方法得到骨料颗粒数 CDF.但由于在小粒径筛上的骨料颗粒数极多,上述统计工作很难进行,因此实际工程中给出的骨料级配曲线一般都是指骨料质量的积累分布曲线.

### 1.2 三维球形骨料生成算法

在得到式(2)所示的骨料质量 CDF 后,可按下列步骤生成满足该级配的三维骨料.①假定骨料密度相等,则将骨料质量 CDF 转化为体积 CDF,即  $P_{3V}(D_i) = P_{3M}(D_i)$ ,其中  $P_{3V}(D_i)$  为粒径小于  $D_i$  的骨料占有所有骨料的体积分.②计算出粒径位于  $[D_i, D_{i+1}]$  之间的骨料总体积  $V_{i,i+1}$ ,  $V_{i,i+1} = [P_{3V}(D_{i+1}) - P_{3V}(D_i)] \phi_a V_m$ ,其中,  $\phi_a$  为骨料的体积分,  $V_m$  为整个模型的体积.③随机产生粒径位于  $[D_i, D_{i+1}]$  之间的骨料,直至总体积达到  $V_{i,i+1}$  为止.④重复步骤②和③,直至所有粒径区间处理完毕.

当所有骨料的粒径确定之后,可将骨料按粒径从大到小排序,然后从最大的骨料开始依次投放至模型中,具体方法见文献[11].

### 1.3 二维骨料积累分布函数

在得到三维骨料的空间分布后,将模型沿着某截面切开,然后统计该平面上二维骨料的粒径分布.这里需要注意的是,无论实际使用的骨料最小粒径取何值,二维平面上的骨料最小粒径的可能取值总为零,因此平面上二维骨料的粒径区间为  $[0, D_{\max}]$ .

设在某平面上粒径位于  $[d_i, d_{i+1}]$  的骨料总面积为  $A_i$ ,其中  $d_i$  为二维平面上的骨料粒径,则类似于三维骨料体积 CDF,二维骨料面积 CDF 可按式(3)定义:

$$P_{2A}(d_i) = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ \sum_{j=1}^{i-1} A_j / \sum_{j=1}^n A_j & i = 1, 2, \dots, n \\ 1 & i = n + 1 \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $P_{2A}(d_i)$  为二维平面上粒径小于  $d_i$  的骨料占该平面上所有骨料的面积分数;  $d_0 = 0$ ;  $d_{n+1} = D_{\max}$ .在骨料密度相同的前提下,该面积 CDF 可转化为质量 CDF,即  $P_{2M}(d_i) = P_{2A}(d_i)$ .

### 1.4 总体流程

图 1 给出了用于确定任意级配下二维骨料质量 CDF 的方法流程.整个流程的输入参数是三维骨料

的质量 CDF,这可以通过筛分试验得到,也可以直接按照相关规范确定<sup>[12-13]</sup>.

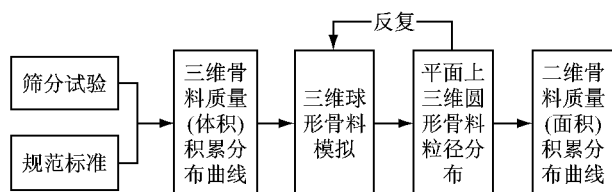


图1 任意级配下二维骨料质量积累分布函数的确定方法

Fig.1 Method to determine the mass CDF of aggregates in two dimension on arbitrary gradation

流程的最终输出参数是二维骨料的质量 CDF,这是通过对不同截面上二维骨料的粒径分布统计后得到的结果.由于这些截面是从一个特定的三维模型中取出的,因此需要经过多次模拟以得到足够多的三维骨料模型样本,这样才能够最大程度消除随机性对最终结果的影响.即上述流程中的三维骨料模拟与二维骨料统计是一个反复的过程.

当得到二维骨料质量 CDF 后,在平面上进行二维骨料的模拟与空间中生成三维骨料的模拟方法类似.

## 2 理论验证

本文提出的方法适用于任意级配骨料的模拟,因此对于 Fuller 级配,应当得到与 Walraven 公式一致的结果.在 Fuller 级配下,骨料质量 CDF 的表达式为<sup>[14]</sup>

$$P_{3M}(D) = (D/D_{\max})^n \quad D \in [0, D_{\max}] \quad (4)$$

其中,  $D$  为三维骨料粒径;  $n=0.5$ . 注意到式(4)中骨料的最小粒径为  $D_{\min}=0$ , 此时直接采用式(4)模拟生成三维骨料会使骨料颗粒数趋近于无穷大. 为了说明这个问题, 可将骨料粒径  $[0, D_{\max}]$  人为划分为若干个区段, 然后取区段上下限的粒径平均值作为该区段骨料的公称粒径. 根据此公称粒径可计算出其对应的骨料颗粒总数, 如图 2 所示, 其中  $D_{\max}=20$  mm, 骨料体积分数为 0.7, 模型大小为  $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ .

可以看出,随着骨料粒径的减小,颗粒数急速增大,对于公称粒径为 0.062 5 mm (粒径位于  $0 \sim 0.125$  mm) 的骨料,其颗粒总数已经达到了  $10^6$  量级,并且这一数值将随着上述区间的进一步细化而增加.

因此,为了提高骨料模拟的效率,通常根据实际工程中使用的骨料最小粒径将式(4)改写为

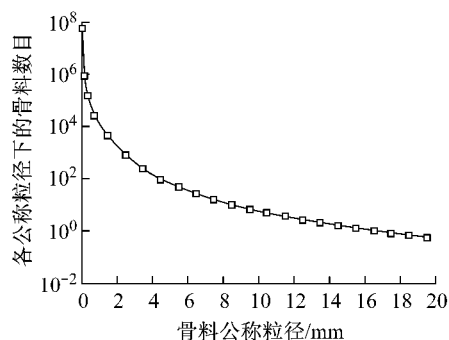


图2 Fuller 级配下骨料颗粒数与粒径的关系

Fig.2 Relationship between particle number and diameter at Fuller's gradation

$$P_{3M}(D) = \frac{D^n - D_{\min}^n}{D_{\max}^n - D_{\min}^n} \quad D \in [D_{\min}, D_{\max}] \quad (5)$$

但需要注意的是式(5)所描述的骨料级配已经不再是严格意义上的 Fuller 级配,其偏离程度随  $D_{\min}$  的增大而增大. 当  $D_{\min} \rightarrow 0$  时可认为该级配曲线收敛于 Fuller 级配,如图 3.

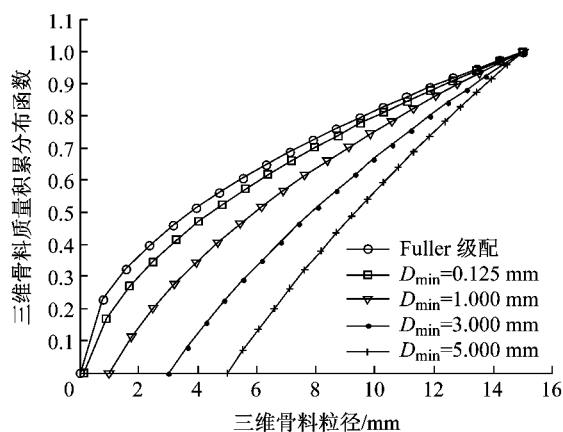


图3 不同  $D_{\min}$  下式(5)与 Fuller 级配的区别

Fig.3 Difference between Equation (5) and Fuller's gradation with different  $D_{\min}$

根据式(5)利用图 1 所示的方法分别模拟得到了  $D_{\min}$  为 0.125, 1.000, 3.000, 5.000 mm 四种情况下的二维骨料质量 CDF, 如图 4 所示.

可见,随着骨料最小粒径趋近于零,模拟得到的二维骨料级配曲线迅速逼近 Walraven 公式. 进一步分析表明(图 5),两者之间的差别主要是因为前者在生成三维骨料这一阶段忽略了粒径位于  $[0, D_{\min}]$  之间的骨料,从而在二维平面上,粒径位于  $[0, D_{\min}]$  的骨料数量明显小于 Walraven 公式得到的结果. 但这种差别随着  $D_{\min}$  值的减小而减小.

根据上述计算结果可以认为,当  $D_{\min}=0$  时,通过数值方法模拟得到的基于 Fuller 级配的二维骨料质量积累分布曲线与 Walraven 公式一致,从而在理

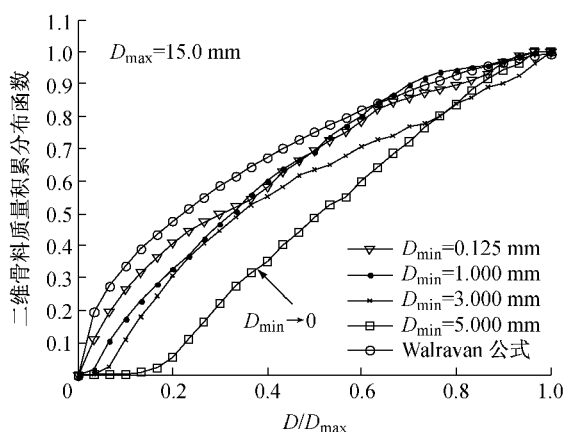


图 4 模拟得出的二维骨料质量积累分布函数与 Walraven 公式的比较

Fig.4 Comparison between the simulated two-dimensional mass CDF and walravaty's equation

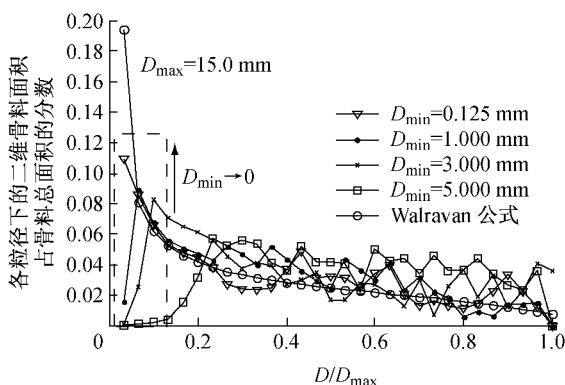


图 5 二维骨料面积与粒径之间的关系及其与 Walraven 公式的比较

Fig.5 Relationship between area and diameter of aggregates and comparison with Walraven's equation

论上证明了本文方法的正确性。

### 3 实际应用

#### 3.1 混凝土亚细观模型的概念

目前很多混凝土细观尺度上的研究都是直接在水泥浆体中同时模拟生成细骨料和粗骨料. 这种方法存在着不足. 一般而言, 工程中用的细骨料的最小粒径远远小于粗骨料的粒径. 例如, 对于钢筋混凝土结构中常见的二级配骨料, 其骨料最大粒径为 40 mm, 而细骨料的最小粒径为 0.15 mm, 两者相差 200 倍以上. 对于大坝等大体积混凝土结构这一差别还将扩大. 而用于后续分析的细观模型的整体大小是由骨料的粒径决定的, 随着最大粒径的增加, 细观模型的尺度也必须增加, 以充分体现骨料的级

配特性. 在这种情况下, 模型中的细骨料颗粒数将远远高于粗骨料. 文献[1]和[10]的计算结果表明, 若同时模拟生成粗细骨料, 则骨料的颗粒数将超过  $10^6$  量级, 这极大地降低了计算效率.

与上述做法不同, 混凝土的细观模型可以分 2 个阶段建立. 首先, 将混凝土材料视为由砂浆、粗骨料和边界层组成的三相复合材料, 在这个尺度上砂浆被视为一种均质材料. 其次, 将砂浆进一步分解为水泥浆、细骨料和边界层, 此时, 水泥浆被视为一种均质材料. 这种方法的优点是, 砂浆尺度上的计算模型可根据细骨料的粒径(通常为 4.75 mm 或 5.00 mm)决定, 因此将远小于混凝土尺度上的计算模型(由粗骨料的粒径决定), 这使得需要模拟生成的细骨料数目大大降低, 从而提高了整体的计算效率.

根据上述思想, 本文提出了混凝土亚细观模型的概念(图 6). 其主要包括 2 个方面. 首先是在混凝土的细观尺度上, 选择适当大小的几何区域, 在该区域中生成细骨料, 从而得到砂浆尺度上的计算模型; 其次是在模拟得出的砂浆模型中进行有限元等数值分析, 得到砂浆整体的材料性能, 将其返回至混凝土模型中, 并进行后续的数值分析, 以实现整个细观尺度上的研究.

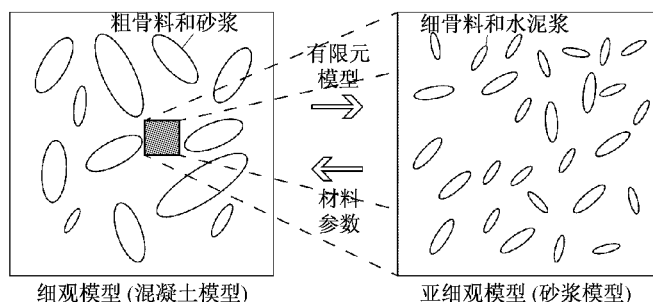


图 6 混凝土亚细观模型的概念

Fig.6 Concept of sub meso-scale model of concretes

#### 3.2 砂浆模型

根据文献[12], 建筑用砂按照其细度模数(MX)可分为粗、中、细 3 种规格. 其 MX 的区间分别为: 3.7~3.1, 3.0~2.3 和 2.2~1.6. 上述 3 种砂的级配关系在文献[12]中有详细的规定. 参考这些规定, 选择了 MX 为 3.33, 2.77 和 2.17 的 3 种不同规格的砂, 计算分析了其对应的二维骨料质量 CDF. 为此, 首先根据标准筛分试验中 3 种砂的累计筛余量确定其三维骨料质量 CDF, 如图 7a 所示. 然后利用本文提出的方法确定其二维骨料质量 CDF, 如图 7b 所示.

根据细度模数的定义, 细砂含有的小粒径颗粒

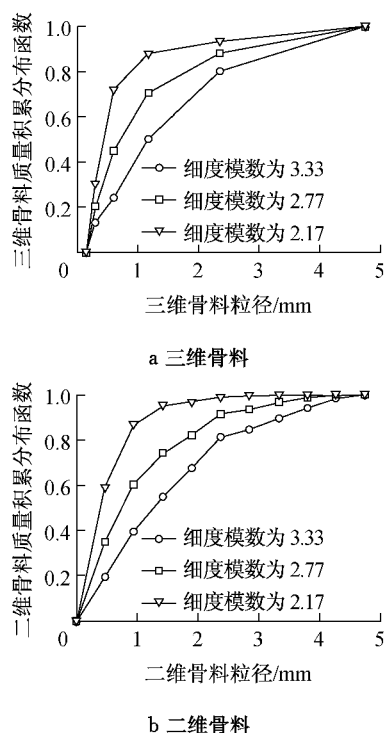


图7 3种砂的三维与二维骨料质量累积分布函数  
Fig.7 Three-dimensional and two-dimensional mass CDFs of three kinds of sand

数显著多于大粒径颗粒,使得三维 CDF 曲线的上凸程度高于粗砂。因此,对于细砂而言,在二维平面上发现小粒径颗粒的概率高于粗砂,使得细砂的二维 CDF 曲线上凸程度仍然高于粗砂。计算结果正确地反映了这一事实。

根据图 7b 中的二维 CDF,针对粗砂和细砂 2 种情况模拟生成了二维骨料的随机分布,如图 8 所示。其中,模型大小为  $15\text{ mm} \times 15\text{ mm}$ ,骨料面积分数为 0.5。从图中可以看出,细砂中的小颗粒数目明显多于粗砂中的。

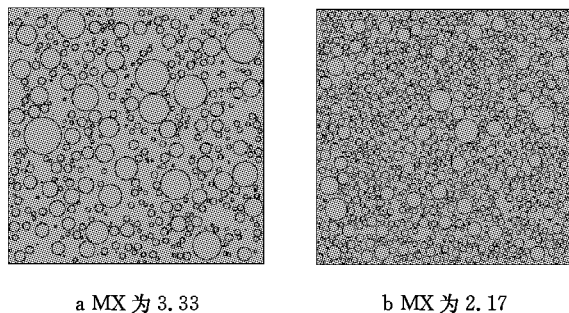


图8 粗砂和细砂在二维平面上的分布

Fig.8 Two-dimensional distribution of coarse and fine sands

### 3.3 混凝土模型

根据混凝土亚细观模型的概念,混凝土模型由砂浆、粗骨料和边界层组成。由于此时砂浆被视为一

种均质材料,因此仅需要模拟生成粗骨料。

工程上常用的粗骨料可按粒径分为四级,分别为:小石( $5 \sim 20\text{ mm}$ )、中石( $20 \sim 40\text{ mm}$ )、大石( $40 \sim 80\text{ mm}$ )、特大石( $80 \sim 150$ )。粗骨料的级配由各级骨料的体积比确定。例如,在常见的四级配骨料(也称全级配骨料)中,小石、中石、大石和特大石的体积比为  $2:2:3:3$ 。三级配骨料中,小石、中石和大石的体积比为  $3:3:4$ 。而对于建筑结构常用的二级配骨料,小石和中石的体积比为  $55:45$ 。

针对上述 3 种工程中常见的粗骨料级配,模拟得出了其对应的二维骨料质量 CDF,如图 9 所示。可以看出,由于粗骨料的最小粒径为  $5\text{ mm}$ ,因此在模拟生成的三维细观模型中不存在粒径位于  $0 \sim 5\text{ mm}$  之间的颗粒,从而在截面上得到的该区间的骨料面积显著低于其他粒径区间,具体表现为累积分布曲线在  $0 \sim 5\text{ mm}$  的起始段为凹曲线,这与细骨料的模拟结果显著不同(图 7b)。

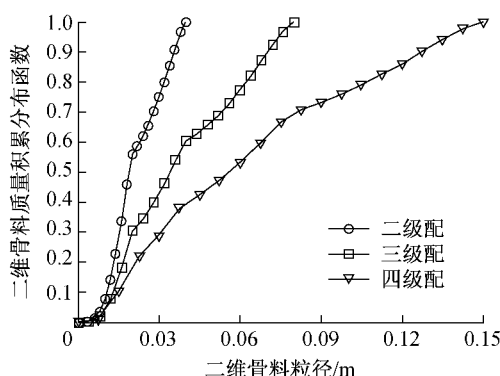


图9 常见粗骨料级配的二维骨料质量累积分布函数  
Fig.9 Two-dimensional mass CDF of common coarse aggregates

根据图 9 中的计算结果在二维平面上模拟生成二级配和四级配 2 种级配骨料的随机分布,如图 10 所示,模型大小为  $500\text{ mm} \times 500\text{ mm}$ ,骨料面积分数为 0.5。

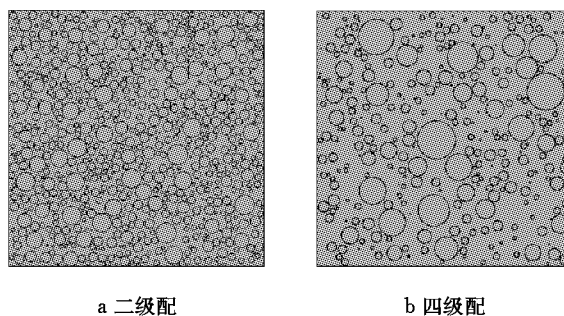


图10 常见二级配骨料和四级配骨料在平面上的分布  
Fig.10 Two-dimensional distribution of coarse aggregates at common gradation

## 4 结语

建立了一种可用于确定任意级配的二维骨料质量 CDF 的数值方法,使混凝土细观尺度下的数值模拟研究能够在二维平面上进行,从而降低了对网格质量和计算规模的限制.方法的基本思想是,根据实际工程中确定的三维骨料质量 CDF 模拟生成三维细观模型,然后在该模型中取出若干截面,记录下这些截面上骨料粒径的分布,在多次模拟的基础上,最终经统计可得出二维骨料质量 CDF.最后根据这一函数,直接在二维平面上模拟生成混凝土的细观模型.

在此基础上,针对目前混凝土细观尺度研究的困难,提出了亚细观模型的概念,使细观尺度上的研究能够分 2 个阶段进行,减少了所需模拟的骨料数目,既提高了细观模型的生成效率,也为后续的网格划分以及数值分析提供了便利.在这一概念的基础上,利用本文提出的方法对工程中常见的细骨料和粗骨料级配进行了模拟,分别得到了其对应的二维骨料质量 CDF,利用这些结果可直接在二维平面上生成亚细观尺度上的砂浆模型以及细观尺度上的混凝土模型.

## 参考文献:

- [1] Hafner S, Eckardt S, Luther T, et al. Mesoscale modeling of concrete: geometry and numeric [J]. Computers and Structures, 2006, 84(7): 450.
- [2] 夏晓舟. 混凝土细观数值仿真及宏细观力学研究[D]. 南京: 河海大学土木与交通学院, 2007.  
XIA Xiaozhou. The meso numerical simulation and the macro-meso mechanics research for concrete material[D]. Nanjing: College of Civil and Transportation Engineering of Hohai University, 2007.
- [3] Keskin R S O, Hover K C, Grigoriu M. Size effects in modeling diffusivity of hardened mortar[J]. Computers and Structures, 2011, 89(9/10): 713.
- [4] Kim S M, Al-Rub R K A. Meso-scale computational modeling of the plastic-damage response of cementitious composites[J]. Cement and Concrete Research, 2011, 41(3): 339.
- [5] Xu Z, Hao H, Li H N. Mesoscale modeling of fibre reinforced concrete material under compressive impact loading [J]. Construction and Building Materials, 2012, 26(1): 274.
- [6] Zheng J J, Li C Q, Zhao L Y. Simulation of two-dimensional aggregate distribution with wall effect[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2003, 15(5): 506.
- [7] 李雪梅. 混凝土细观结构的二维数值模拟及边界效应分析[D]. 北京: 北方交通大学土木建筑工程学院, 2002.  
LI Xuemei. The two-dimensional computer simulation and study of wall effect for mesoscopic structure of concrete[D]. Beijing: School of Civil Engineering of Beijing Jiaotong University, 2002.
- [8] 姜璐. 界面结构特性及混凝土弹性模量预测[D]. 杭州: 浙江工业大学建筑工程学院, 2005.  
JIANG Lu. Structural characteristics of ITZ and prediction of elastic modulus of concrete[D]. Hangzhou: College of Civil Engineering and Architecture of Zhejiang University of Technology, 2005.
- [9] Walraven J C. Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis[D]. Amsterdam: Department of Civil Engineering and Geosciences of Delft University, 1980.
- [10] Ruan X, Pan Z C. Mesoscopic simulation method of concrete carbonation process [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2012, 8(2): 99.
- [11] Wang Z M, Kwan A K H, Chan H C. Mesoscopic study of concrete I: generation of random aggregate structure and finite element mesh[J]. Computers and Structures, 1999, 70(5): 533.
- [12] 中国国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. GB/T 14684—2011 建设用砂[S]. 北京: 中国标准出版社, 2011.  
General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of P R China, Standardization Administration of P R China. GB/T 14684—2011 Sand for construction[S]. Beijing: China Standard Press, 2011.
- [13] 中国国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. GB/T 14685—2010 建设用卵石、碎石[S]. 北京: 中国标准出版社, 2011.  
General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of P R China. Standardization Administration of P R China. GB/T 14685—2010 Pebble and crushed stone for construction[S]. Beijing: China Standard Press, 2011.
- [14] Fuller W B, Thompson J E. The laws of proportioning concrete [J]. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1906, 57(2): 67.