

# 基于非达西渗流的砂井地基径向固结解

李文翔<sup>1</sup>, 刘曙光<sup>1</sup>, 蔡奕<sup>1</sup>, 阮春生<sup>2</sup>

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 中交第三航务工程勘察设计院有限公司, 上海 200032)

**摘要:** 采用考虑起始水力梯度的非达西渗流模型, 修正了砂井地基固结理论, 建立了相应的控制方程, 并对其求解, 给出了便于应用的显式解答, 在此基础上研究了考虑起始水力梯度时砂井地基的固结性状。结果表明, 由于起始水力梯度的存在, 应力固结度最终将稳定在一个小于 100% 的数值上, 最终的固结度随着起始水力梯度增大而减小。初始孔压也会对固结性状产生影响, 初始孔压越大, 孔压消散越充分, 最终达到的应力固结度越大。但是初始孔压增大到一定值之后, 最终固结度对其灵敏度降低。

**关键词:** 起始水力梯度; 非达西渗流; 砂井地基; 固结

**中图分类号:** TU473.2

**文献标志码:** A

## Analytical Solution for Radial Consolidation of Sand Drains Foundation Based on Non-Darcy Seepage

LI Wenxiang<sup>1</sup>, LIU Shuguang<sup>1</sup>, CAI Yi<sup>1</sup>, RUAN Chunsheng<sup>2</sup>

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. CCCC Third Harbor Consultants Co. Ltd., Shanghai 200032, China)

**Abstract:** Sand drains foundation consolidation theory is modified based on the non-Darcy seepage model taking the initial hydraulic gradient into consideration. The control equations are derived and then explicit solutions are obtained. The consolidation behavior of sand drains foundation with a consideration of initial hydraulic gradient is researched. The results show that because of the existence of initial hydraulic gradient, the consolidation degree of stress finally reaches a value less than 100%, and the final degree of consolidation decreases with the increase of initial hydraulic gradient. Meanwhile, the initial pore water pressure also influences the consolidation characters, higher initial pore water pressure lead to faster dissipating of pore water pressure and consequently higher degree of consolidation. However, the sensitivity of consolidation degree with initial pore water

pressure will reduce as the initial pore water pressure increases to a certain value.

**Key words:** initial hydraulic gradient; non-Darcy seepage; sand drains foundation; consolidation

在沿海地区的工程建设中, 经常会遇到含水量大、承载力低、压缩量高的软土地基。通过在软土地基中打设砂井可以改变土体的排水路径, 形成砂井地基, 促使土体提高固结速率从而达到增加地基承载力、控制工后沉降等目的。1948 年 Barron<sup>[1]</sup> 首先提出了砂井轴对称固结理论, 此后 Hansbo 等<sup>[2]</sup> 给出了等应变条件下考虑井阻和涂抹作用的砂井地基固结解, 谢康和等<sup>[3]</sup> 推导了等应变条件下考虑径竖向组合渗流的砂井固结方程并得到了解析解。砂井固结理论在不断完善<sup>[2-8]</sup>。

但是, 这些成果大多是在假定土层中孔隙水渗流特性符合达西定律的基础上取得的。大量研究证明<sup>[5-8]</sup>, 在软黏土中渗流特性往往会偏离达西定律, 表现出非线性和存在起始水力梯度的非达西特征。软黏土中常含有大量的亲水物质, 土颗粒周围因存在结合水而呈现黏滞性, 只有克服结合水的黏滞阻力后, 渗流才会发生。而克服此黏滞力所需的水力梯度, 称为起始水力梯度。由于存在起始水力梯度, 使得软黏土中的渗流特性偏离达西定律, 进而会对软黏土地基的固结性状产生影响。齐添等<sup>[4]</sup> 利用 GDS 固结仪对萧山黏土进行了固结渗透联合试验, 研究了渗流速度与水力梯度的非线性关系, 结果表明, 黏土中的渗流呈现出非达西特性。Hansbo<sup>[5]</sup> 在实验的基础上提出了指数形式的渗流模型, 并将其引入砂井地基固结理论。刘忠玉等<sup>[6-7]</sup>、周琦等<sup>[8]</sup> 对考虑起始水力梯度时软黏土的固结情况进行了研究, 但都未给出显式解。

收稿日期: 2012-09-01

基金项目: 国家自然科学基金(41101480)

第一作者: 李文翔(1982—), 男, 博士生, 主要研究方向为软土地基处理。E-mail: iverson1226@sina.com

通讯作者: 刘曙光(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为水利及岩土工程。E-mail: liusglu@tongji.edu.cn

本文将考虑起始水力梯度的非达西渗流模型引入了砂井地基固结理论,建立了相应的控制方程,并通过推导给出了其显式解.最后通过计算分析,研究了考虑起始水力梯度时砂井地基的固结性状.

## 1 模型的建立

### 1.1 计算简图及基本假定

砂井地基固结计算简图如图1所示.图中 $l$ 为砂井计算长度, $H$ 为土层的厚度,单面排水时 $l=H$ .本文不考虑涂抹作用, $r_e$ 为砂井的影响区土体半径, $r_w$ 为砂井半径, $d_e$ 为砂井的影响区土体直径, $k_h$ 为地基水平渗透系数, $k_v$ 为地基竖向渗透系数, $k_w$ 为砂井渗透系数, $q_0$ 为瞬时施加并在固结过程中保持不变的均布荷载. $r, z$ 分别为径向和竖向坐标.

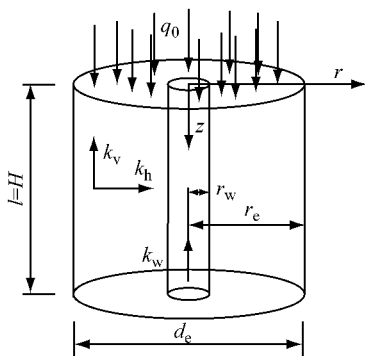


图1 砂井地基固结计算简图

Fig.1 Schematic diagram for consolidation computation of sand drains foundation

采用如图2所示的考虑起始水力梯度的渗流模型取代达西渗流模型,其数学模型可以表示为

$$v = \begin{cases} 0 & i < i_b \\ ki + b & i_b \leq i \end{cases} \quad (1)$$

式中: $v$ 为孔隙水渗流速度; $i$ 为水力梯度; $i_b$ 为起始水力梯度; $k$ 为图中直线的斜率,即土体的渗透系数; $b = -ki_b$ .除此之外,采用与传统砂井固结理论相似的假定,即

(1)等应变条件成立,即假定在砂井影响区范围内同一水平面上各点的土体竖向变形相等.

(2)砂井地基固结过程中,径向和竖向渗流可以分别单独考虑.本文只考虑径向渗流情况,且认为固结开始时渗流前锋面已到达 $r_e$ .

(3)土体完全饱和,且孔隙水的渗流情况服从式(1)表示的非达西渗流模型.

(4)在任一深度处,从土体中沿井周流入砂井的水量等于从砂井流出的水量增量.

(5) $H$ 深度处为不透水土层,且认为影响区径向 $r_e$ 外也为不透水区域.

(6)除了渗透系数之外,砂井与土体的其他性质相同.

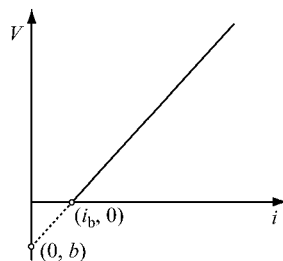


图2 考虑起始水力梯度的非达西渗流模型

Fig.2 The non-Darcy seepage model with a consideration of initial hydraulic gradient

### 1.2 控制方程及定解条件

根据基本假定<sup>[1-3,9]</sup>,用式(1)代替达西定律的公式,经过推导可以得到考虑起始水力梯度的砂井地基固结控制方程为

$$\frac{k_h}{\gamma_w} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + r \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} \right) + \frac{b}{r} = - \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \quad (2)$$

$$2\pi r_w dz \left( \frac{k_h}{\gamma_w} \frac{\partial u_r}{\partial r} + b \right) \Big|_{r=r_w} = - \pi r_w^2 dz \frac{k_w}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} = - \frac{1}{E_s} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} \quad (4)$$

式中: $\gamma_w$ 为孔隙水重度; $\epsilon_v$ 为仅考虑径向渗流时砂井影响区内土体任一点的体积应变; $u_r$ 为影响区内土体中任一点的孔压; $u_w$ 为砂井内任一深度的孔压; $\bar{u}_r$ 为影响区内土体中任一深度的平均孔压; $t$ 为时间; $E_s$ 为土体压缩模量.其中

$$\bar{u}_r = \frac{1}{\pi(r_e^2 - r_w^2)} \int_{r_w}^{r_e} 2\pi r u_r dr \quad (5)$$

模型的定解条件为

$$\textcircled{1} u_r|_{r=r_w} = u_w, \textcircled{2} \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = 0,$$

$$\textcircled{3} u_w|_{z=0} = 0, \textcircled{4} \frac{\partial u_w}{\partial z} \Big|_{z=l} = 0,$$

$$\textcircled{5} \bar{u}_r|_{t=0} = u_0 = q_0.$$

其中 $u_0$ 为施加 $q_0$ 后在土体中产生的初始孔压.

把控制方程(2),(3),(4)和定解条件①,②,③,④,⑤结合在一起,就构成了考虑起始水力梯度的砂井地基固结的定解问题.

## 2 方程求解

对式(2)两边关于 $r$ 积分,并利用定解条件②,

可以得到

$$\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r} = \frac{\gamma_w}{2k_h} \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \left( \frac{r_e^2}{r} - r \right) + \frac{\gamma_w}{k_h} b \left( \frac{r_e}{r} - 1 \right) \quad (6)$$

将式(6)代入式(3),并整理可得

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\frac{\gamma_w}{k_w} \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \left( \frac{r_e^2}{r_w} - 1 \right) - \frac{2\gamma_w}{k_w} b \frac{r_e}{r_w} \quad (7)$$

对式(6)两边再次关于  $r$  积分,并利用定解条件①,可以得到

$$u_r = \frac{\gamma_w}{2k_h} \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \left( r_e^2 \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2} \right) + u_w + \frac{\gamma_w}{k_h} b \left( r_e \ln \frac{r}{r_w} - r + r_w \right) \quad (8)$$

将式(8)代入式(5),并计算整理可得

$$\begin{aligned} \bar{u}_r = & \frac{\gamma_w}{2k_h} \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} r_e^2 \left( \frac{r_e^2}{r_e^2 - r_w^2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} - \frac{r_e^2 - r_w^2}{4r_e^2} \right) + u_w + \\ & \frac{\gamma_w}{k_h} b \left[ r_e \left( \frac{r_e^2}{r_e^2 - r_w^2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} \right) - \frac{2}{3} \frac{r_e^3 - r_w^3}{r_e^2 - r_w^2} + r_w \right] \end{aligned} \quad (9)$$

为了简化方程,可以设

$$F_a = \frac{r_e^2}{r_e^2 - r_w^2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} - \frac{r_e^2 - r_w^2}{4r_e^2} \quad (10)$$

$$F_b = \frac{\gamma_w}{k_h} \left[ r_e \left( \frac{r_e^2}{r_e^2 - r_w^2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} \right) - \frac{2}{3} \frac{r_e^3 - r_w^3}{r_e^2 - r_w^2} + r_w \right] \quad (11)$$

则式(9)可以简写为

$$\bar{u}_r = \frac{\gamma_w}{2k_h} \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} r_e^2 F_a + u_w + b F_b \quad (12)$$

联立式(4),(7),(12),可以得到

$$\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} = -\frac{8k_h}{\gamma_w} \frac{E_s}{d_e^2 F_a} (\bar{u}_r - u_w - F_b b) \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\frac{8k_h}{k_w} \frac{r_e^2 - r_w^2}{r_w^2 d_e^2 F_a} (\bar{u}_r - u_w - F_b b) - \frac{\gamma_w}{k_w} \frac{r_e}{r_w^2} b \quad (14)$$

可以设

$$\lambda = \frac{8k_h}{\gamma_w} \frac{E_s}{d_e^2 F_a} \quad (15)$$

$$\rho^2 = \frac{8k_h}{k_w} \frac{r_e^2 - r_w^2}{r_w^2 d_e^2 F_a} \quad (16)$$

$$F_c = \frac{\gamma_w}{k_w} \frac{r_e}{r_w^2} b \quad (17)$$

则式(13),(14)可以写为

$$\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} = -\lambda (\bar{u}_r - u_w - F_b b) \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\rho^2 (\bar{u}_r - u_w - F_b b) - F_c b \quad (19)$$

式(19)两边对  $t$  求导数,可得

$$\frac{\partial^3 u_w}{\partial z^2 \partial t} = -\rho^2 \left( \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} - \frac{\partial u_w}{\partial t} \right) \quad (20)$$

并且由式(19)可得

$$\bar{u}_r - u_w - F_b b = -\frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} + F_c b \right) \quad (21)$$

将式(21)代入式(18)可得

$$\frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho^2} \left( \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} + F_c b \right) \quad (22)$$

再将式(22)代入式(20),整理可得

$$\frac{\partial^3 u_w}{\partial z^2 \partial t} + \lambda \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} - \rho^2 \frac{\partial u_w}{\partial t} + \lambda F_c b = 0 \quad (23)$$

可见,式(23)为非齐次偏微分方程,不能直接通过分离变量法求解,需要对其进行代换处理. 令

$$u_w(z, t) = V(z, t) + W(z) \quad (24)$$

式(23)可以改写为

$$\frac{\partial^3 V}{\partial z^2 \partial t} + \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \rho^2 \frac{\partial V}{\partial t} + \lambda W'' + \lambda F_c b = 0 \quad (25)$$

同时,定解条件③,④可写为

$$\textcircled{6} \quad u_w|_{z=0} = V(z, t)|_{z=0} + W(z)|_{z=0} = 0$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{\partial u_w}{\partial z} \Big|_{z=l} = \frac{\partial V(z, t)}{\partial z} \Big|_{z=l} + W'(z)|_{z=l} = 0$$

选取  $W(z)$  使得其满足

$$\lambda W'' + \lambda F_c b = 0, W(z)|_{z=0} = 0, W'(z)|_{z=l} = 0 \quad (26)$$

可以解得

$$W = F_c b \left( lz - \frac{z^2}{2} \right) \quad (27)$$

而对于  $V(z, t)$  则有

$$\frac{\partial^3 V}{\partial z^2 \partial t} + \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \rho^2 \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (28a)$$

$$V(z, t)|_{z=0} = 0 \quad (28b)$$

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} \Big|_{z=l} = 0 \quad (28c)$$

可以使用分离变量法对其求解. 设

$$V(z, t) = Z(z)T(t) \quad (29)$$

将其代入式(28a),则有

$$\frac{Z''}{Z} = \frac{\rho^2 T'}{T + \lambda T} \quad (30)$$

设式(30)比值为  $-\eta^2$ , 由于左式不依赖于  $t$ , 右式不依赖于  $z$ , 因此  $-\eta^2$  既不依赖于  $t$  又不依赖于  $z$ , 它只能是常数, 其数值待定. 于是有

$$Z'' + \eta^2 Z = 0 \quad (31)$$

$$(\rho^2 + \eta^2) T' + \lambda \eta^2 T = 0 \quad (32)$$

分别对式(31),(32)求解,可以得到

$$T = C_1 e^{-\frac{\lambda \eta^2}{\rho^2 + \eta^2} t} \quad (33)$$

$$Z = C_2 \cos \eta z + C_3 \sin \eta z \quad (34)$$

式中:  $C_1, C_2, C_3$  为待定系数. 将式(33),(34)代入式(29)有

$$V(z, t) = (A \sin \eta z + B \cos \eta z) e^{-\frac{\lambda \eta^2}{\rho^2 + \eta^2} t} \quad (35)$$

式中:  $A, B$  为待定系数, 其中  $A$  为  $C_1$  或  $C_3$ ,  $B$  为  $C_1$  或  $C_2$ .

利用求解条件(28b), (28c), 可得

$$B = 0, \cos \eta l = 0$$

为了使得  $V(z, t)$  有非零解, 应当有

$$\eta = \frac{M}{l} \quad (36)$$

$$M = \frac{(2m+1)}{2}\pi \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (37)$$

于是有

$$V(z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} A \sin \frac{Mz}{l} e^{-\frac{\lambda \eta^2}{\rho^2 + \eta^2} t} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (38)$$

将式(27), (28)代入式(24), 有

$$u_w(z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} A \sin \frac{Mz}{l} e^{-\frac{\lambda \eta^2}{\rho^2 + \eta^2} t} + F_c b \left( lz - \frac{z^2}{2} \right) \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (39)$$

将式(39)代入式(19)可得

$$\bar{u}_r = \sum_{m=0}^{\infty} A \sin \frac{Mz}{l} e^{-\frac{\lambda \eta^2}{\rho^2 + \eta^2} t} \left( \frac{\rho^2 + \eta^2}{\rho^2} \right) + b \left( F_c lz - F_c \frac{z^2}{2} + F_b \right) \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (40)$$

由式(40)和初始条件⑤, 可得

$$\bar{u}_r|_{t=0} = u_0 = \sum_{m=0}^{\infty} A \sin \frac{Mz}{l} \left( \frac{\rho^2 + \eta^2}{\rho^2} \right) + b \left( F_c lz - F_c \frac{z^2}{2} + F_b \right) \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (41)$$

$$\text{设 } B_r = \frac{\lambda \eta^2}{\rho^2 + \eta^2} \quad (42)$$

再利用函数系

$$\sin \frac{Mz}{l} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (43)$$

在区间  $[0, l]$  上的正交性质, 可得

$$A = u_0 \frac{2}{M} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} - \frac{2}{M} \frac{l^2}{M^2} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} b F_c - \frac{2}{M} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} b F_b \quad (44)$$

联立式(4), (8), (39), (40), (44)可得

$$u_w(z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \left( u_0 \frac{2}{M} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} - \frac{2}{M} \frac{l^2}{M^2} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} b F_c - \frac{2}{M} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} b F_b \right) \sin \frac{Mz}{l} e^{-B_r t} + F_c b \left( lz - \frac{z^2}{2} \right) \quad (45)$$

$$\bar{u}_r = \sum_{m=0}^{\infty} \sin \frac{Mz}{l} e^{-B_r t} \left( u_0 \frac{2}{M} - \frac{2}{M} \frac{l^2}{M^2} b F_c - \frac{2}{M} b F_b \right) + b \left( F_c lz - F_c \frac{z^2}{2} + F_b \right) \quad (46)$$

$$u_r = \frac{\gamma_w}{2k_h} \frac{B_r}{E_s} \left( r_e^2 \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2} \right) \sum_{m=0}^{\infty} \sin \frac{Mz}{l} \cdot e^{-B_r t} \left( u_0 \frac{2}{M} - \frac{2}{M} \frac{l^2}{M^2} b F_c - \frac{2}{M} b F_b \right) + \left( u_0 \frac{2}{M} \cdot \frac{\lambda - B_r}{\lambda} - \frac{2}{M} \frac{l^2}{M^2} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} b F_c - \frac{2}{M} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} b F_b \right) \cdot \sin \frac{Mz}{l} e^{-B_r t} + F_c b \left( lz - \frac{z^2}{2} \right) + \frac{\gamma_w}{k_h} b \left( r_e \ln \frac{r}{r_w} - r + r_w \right) \quad (47)$$

地基任一深度的径向固结度  $U_r$  为

$$U_r = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \sin \frac{Mz}{l} \frac{2}{M} e^{-B_r t} + \frac{b}{u_0} \left[ F_b \left( 1 - \sin \frac{Mz}{l} \frac{2}{M} e^{-B_r t} \right) + F_c \left( \sin \frac{Mz}{l} e^{-B_r t} \frac{2l^2}{M^2} + lz - \frac{z^2}{2} \right) \right] \quad (48)$$

地基平均径向固结度  $\bar{U}_r$  为

$$\bar{U}_r = 1 - \left( \frac{1}{H} \int_0^H \bar{u}_r dz \right) \frac{1}{u_0} = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-B_r t}}{M u_0} \left( \frac{2u_0}{M} - \frac{2l^2}{M^2} b F_c - \frac{2}{M} b F_b \right) + \frac{b}{u_0} \left( F_c \frac{l^2}{3} + F_b \right) \quad (49)$$

若不考虑井阻作用,  $k_w \rightarrow \infty$ ,  $F_c = 0$ ,  $B_r = \lambda$ , 并由级数理论, 可以证明<sup>[3]</sup>

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{l} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} = 1 \quad (50)$$

$$\bar{U}_r = U_r = (1 - e^{-\lambda t}) \left( 1 + \frac{F_b b}{u_0} \right) \quad (51)$$

式(45), (46), (47), (48), (49), (51)即为本文的解。可见, 若将  $b=0$  代入, 本文的解与文献[3]和文献[10]的结果相同, 即本文解可以退化为传统砂井地基固结理论解。

### 3 算例分析

由本文解的形式可以看出, 考虑起始水力梯度的砂井地基固结解与传统理论解的差异大小, 会受到参数  $b, u_0$  和  $r_e$  的影响。根据文献[11-12]的研究, 起始水力梯度的取值范围在 0~13 之间。图 3 为不同的起始水力梯度下, 砂井地基的固结曲线。考虑起始水力梯度时, 砂井地基在经历长时间固结后, 其最终的应力固结度将不会达到 100%, 而是会稳定在一个小于 100% 的数值上。最终的固结度会随着起始水力梯度的增加而减小。图 3 中, 当  $i_b$  分别为 2, 4, 6,

8,10 时,最终固结度分别为 87%,75%,62%,50%,37%。

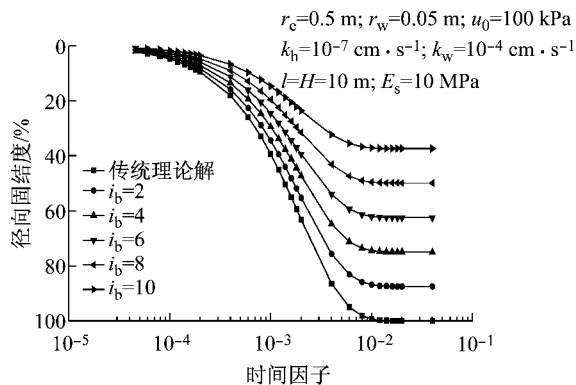


图3 起始水力梯度对固结度的影响

Fig.3 Influence of initial hydraulic gradient on consolidation rate

图4为取不同的影响区半径情况下,砂井地基的固结曲线。可见当 $r_e$ 逐渐增大时,最终的固结度逐渐减小。当 $r_e$ 分别为0.40,0.45,0.50,0.55,0.60 m时,最终固结度分别为91%,89%,87%,85%,83%。

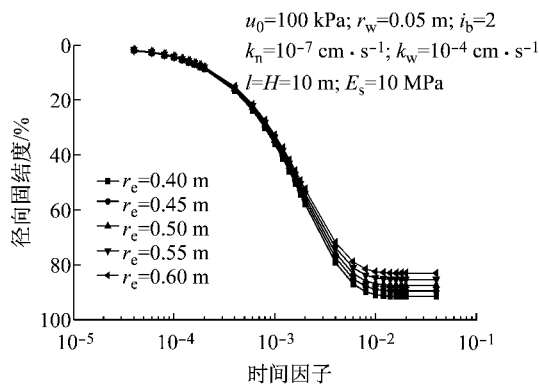


图4 影响区半径对固结度的影响

Fig.4 Effect of influence zone radii on consolidation rate

图5为不同的初始孔压下,砂井地基的固结曲

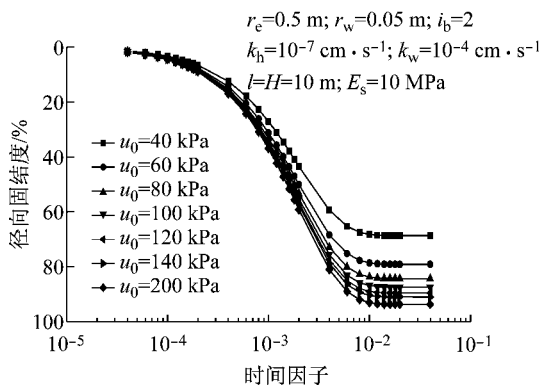


图5 初始孔压对固结度的影响

Fig.5 Influence of initial pore water pressure on consolidation rate

线。可见当 $u_0$ 逐渐增大时,最终的固结度也逐渐增大。因为固结压力越大,在土体中产生的水力梯度越大,这有利于渗流的发生,使得孔压消散更为充分。但是,由图5可以发现, $u_0$ 每增加20 kPa时,对最终固结度的影响程度是不一样的。当 $u_0$ 从40 kPa增加到100 kPa时,最终的固结度从69%增加到87%,但是,若再继续增加 $u_0$ 则对最终的固结度影响不大。可以认为在本算例中,当 $u_0$ 达到100 kPa后,最终的固结度对 $u_0$ 的灵敏度降低。

## 4 结论

(1)本文将考虑起始水力梯度的非达西渗流模型引入砂井地基固结理论,建立相应的控制方程,并通过详细的推导,给出了便于应用的显示解答。该解答可以退化为达西渗流模型的固结理论解。

(2)研究了考虑起始水力梯度时砂井地基的固结性状。结果表明,由于起始水力梯度的存在,应力固结度最终将稳定在一个小于100%的数值上,最终的固结度随着起始水力梯度增大而减小。

(3)考虑起始水力梯度存在时,影响区半径和初始孔压也会对砂井地基的固结性状产生影响。 $r_e$ 越大,最终达到的应力固结度越小; $u_0$ 越大,最终达到的应力固结度越大。但是需要注意的是,当 $u_0$ 增大到某一个值之后,若再继续增加 $u_0$ 则对最终的固结度影响不大。在本文算例中 $u_0$ 增大到100 kPa之后,最终固结度对 $u_0$ 的灵敏度降低。

## 参考文献:

- [1] Barron R A. Consolidation of fine grained soils by drains wells [J]. Transactions of ASCE, 1948, 718.
- [2] Hansbo S, Jamiolkowski M, Kok L. Consolidation by vertical drains [J]. Geotechnique, 1981, 31(1):45.
- [3] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论 [J]. 岩土工程学报, 1989, 21(2):3.  
XIE Kanghe, ZENG Guoxi. Consolidation theories for drain wells under equal strain condition [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 21(2):3.
- [4] 齐添, 谢康和, 胡安峰, 等. 萧山黏土非达西渗流性状的实验研究 [J]. 浙江大学学报:工学版, 2007, 41(6):1023.  
QI Tian, XIE Kanghe, HU Anfeng, et al. Laboratorial study on non-Darcy seepage in Xiaoshan clay [J]. Journal of Zhejiang University, Engineering Science, 2007, 41(6):1023.
- [5] Hansbo S. Consolidation equation valid for Darcy and non-Darcy flow [J]. Geotechnique, 2001, 51(1):51.

(下转第1391页)