

# 高温后混凝土断裂韧度及其权函数算法

俞可权, 商兴艳, 陆洲导

(同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

**摘要:** 基于双  $K$  (开裂韧度和失稳韧度) 断裂模型, 研究高温后混凝土断裂性能. 使用最高温度为  $600\text{ }^{\circ}\text{C}$  的 10 组楔入劈拉试件测量荷载-裂缝张开位移曲线, 计算混凝土的双  $K$  断裂韧度. 根据权函数法, 计算了基于 Petersson 黏聚应力软化曲线的黏聚断裂韧度值, 并与黏聚断裂韧度的积分解析计算结果进行对比, 两类计算结果吻合较好, 论证了双  $K$  断裂模型对高温后混凝土的适用性.

**关键词:** 高温后; 双  $K$  断裂模型; 权函数法; 黏聚断裂韧度  
**中图分类号:** TU 528.01 **文献标志码:** A

## Residual Fracture Toughness and Its Weight Function Method of Post-fire Concrete

YU Kequan, SHANG Xingyan, LU Zhoudao

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Investigations on the residual fracture properties based on Double- $K$  fracture model is implemented. The load-crack mouth opening displacement curves of ten groups specimens at the maximum temperature of  $600\text{ }^{\circ}\text{C}$  are obtained to calculate the Double- $K$  fracture parameters. Using the Petersson softening curve of cohesive stress, the cohesive fracture toughness is calculated by weight function method and the result is compared to that by analytical integral method. The comparison results demonstrate a good coincidence and the validity of Double- $K$  fracture model to post-fire concrete is proved.

**Key words:** post-fire; Double- $K$  fracture model; weight function method; cohesive fracture toughness

1976 年 Hillerborg 提出了虚拟裂缝模型<sup>[1]</sup>, 该模型认为可将混凝土裂缝端部的微裂缝区视为一虚拟的可传递应力的裂缝, 缝上各点传递应力的的大小根据该点变形值而定. 在 Hillerborg 研究基础上, Bazant

提出了钝裂缝带模型(CBM)<sup>[2]</sup>. 20 世纪 80 年代以来, 以虚拟裂缝模型 FCM 和断裂带模型 CBM 为基础的混凝土非线性断裂力学取得了迅速的发展, 许多反映裂缝扩展以及断裂过程区(FPZ)的模型也相继建立起来, 主要有双参数模型(TPFM)<sup>[3]</sup>, 有效裂缝模型(ECM)<sup>[4]</sup>, 尺寸效应模型(SEM)<sup>[5]</sup>.

上述各类断裂模型中, 均以临界断裂韧度作为单一参量, 在此基础上, 徐世烺等<sup>[6-8]</sup>观察了混凝土材料裂缝发展的全过程, 提出了双  $K$  (开裂韧度和失稳韧度) 断裂模型及其断裂控制参数的闭合积分解析, 随后提出了实用的简化计算公式, 并使用三点弯曲梁和楔入劈拉试件验证了简化公式的合理性. 张秀芳等<sup>[9]</sup>采用权函数法计算黏聚断裂韧度的计算公式, 计算混凝土双  $K$  断裂韧度, 发现其与积分法计算的黏聚韧度具有很好的吻合性.

在常温混凝土断裂性能研究的基础上, 众多学者对高温后混凝土的断裂性能也进行了广泛研究, 且多集中于材料断裂能方面<sup>[10-12]</sup>, 对断裂韧度的研究开展较少<sup>[13-14]</sup>, 在研究中未考虑裂缝的亚临界扩展, 其计算结果值得商榷.

本文采用楔入劈拉法试件, 研究高温后混凝土断裂性能, 确定混凝土在各温度下的开裂韧度  $K_{Ic}$  和失稳韧度  $K_{IIc}$ , 采用 Petersson 双线性软化曲线计算黏聚韧度, 并通过权函数法进行进一步验证, 以期对双  $K$  断裂模型在高温后混凝土的适用性进行论证.

## 1 积分法计算高温后混凝土黏聚断裂韧度

黏聚韧度由虚拟裂缝上的黏聚应力积分得到, 黏聚应力的不同分布将对临界黏聚韧度  $K_{Ic}$  的计算造成直接影响. 本文采用 Petersson 双线性软化曲线来确定高温后混凝土黏聚断裂韧度, 其具体形式如

收稿日期: 2012-10-11

基金项目: 土木工程国家重点实验室基金(SLDRCE09-D-02)

第一作者: 俞可权(1986—), 男, 博士生, 主要研究方向为混凝土抗火. E-mail: zjzjyq@163.com

通讯作者: 陆洲导(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为混凝土抗火. E-mail: lzd@tongji.edu.cn

下:

$$\begin{cases} \sigma_s = f_t/3 \\ w_s = 0.8G_F/f_t \\ w_0 = 3.6G_F/f_t \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\sigma_s$  为双线性软化曲线转折点处应力;  $f_t$  为高温后混凝土抗拉强度;  $w_s$  为双线性软化曲线转折点对应的张开位移;  $G_F$  为高温后混凝土断裂能;  $w_0$  为黏聚力为零处的裂缝张开宽度。

在文献[15]的分析中,指出对于小尺寸试件而言,当达到最大荷载时,临界裂缝尖端张开位移  $\mu_c$  不大于双线性软化曲线转折点对应的张开位移,即  $\mu_c \leq w_s$  (图 1a),因此用单线性函数来计算临界黏聚韧度的大小;但是对于大尺寸试件,  $\mu_c$  则明显大于  $w_s$  (图 1b),此时应用双线性函数计算临界黏聚韧度值。

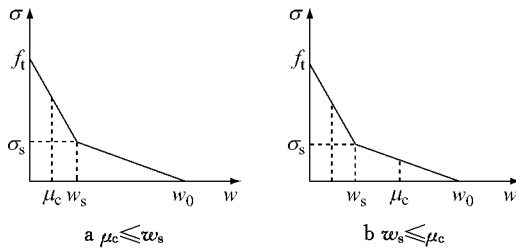


图1 临界裂缝尖端张开位移  $\mu_c$  与软化曲线转折点位移  $w_s$  的关系

Fig.1 Relationship between critical crack tip opening displacement  $\mu_c$  and softening curve turning point displacement  $w_s$ .

本文采用的楔入劈拉法试件虽然尺寸较小,但历经高温后,试件延性增加,  $\mu_c$  值有可能大于式(1)提及的转折点张开位移  $w_s$ ,故在计算黏聚韧度值时考虑以下两种情形:

(1) 裂缝失稳前,黏聚应力近似呈线性分布(图 2a),在临界等效裂缝开口位移  $a_c$  范围内,任意等效裂缝位置  $x$  处的黏聚应力为

$$\sigma(x) = \sigma(\mu_c) + (f_t - \sigma(\mu_c))(x - a_0)/(a_c - a_0) \quad (2)$$

$$\sigma(\mu_c) = \sigma_s(w_s) + \frac{w_s - \mu_c}{w_s}(f_t - \sigma_s(w_s)) \quad (3)$$

式(2), (3)中:  $\sigma(\mu_c)$  为临界状态下预制缝端 ( $x = a_0$ ,  $a_0$  为裂缝预制长度) 开口位移达到  $\mu_c$  时的黏聚力;  $\sigma_s(w_s)$  为软化曲线转折点处应力;  $a_c$  为临界裂缝开口位移。

临界黏聚韧度  $K_{Ic}$  可采用下式计算<sup>[16]</sup>:

$$K_{Ic} = \int_{a_0}^{a_c} 2\sigma(x)F\left(\frac{x}{a_c}, \frac{a_c}{h}\right) / \sqrt{\pi a_c} dx \quad (4)$$

其中:  $F\left(\frac{x}{a_c}, \frac{a_c}{h}\right)$  的含义参见文献[16]。

(2) 裂缝失稳前,当黏聚力如图 2b 所示时,其黏聚力表达式如下:

$$\begin{cases} \sigma_2(x) = \sigma(\mu_c) + (\sigma_s(w_s) - \sigma(\mu_c)) \frac{(x - a_0)}{(a_s - a_0)} \\ a_s \leq x \leq a_0 \\ \sigma_3(x) = \sigma_s(w_s) + (f_t - \sigma_s(w_s)) \frac{(x - a_s)}{(a_c - a_s)} \\ a_s \leq x \leq a_c \end{cases} \quad (5)$$

$$\sigma(\mu_c) = \frac{w_0 - \mu_c}{w_0 - w_s} \sigma_s(w_s) \quad (6)$$

式中:  $a_s$  为裂缝张开口位移等于  $w_s$  时对应的等效裂缝长度,求解非线性方程就可获得等效裂缝长度  $a_s$ <sup>[3]</sup>。

$$w_s = \delta_c \left\{ \left(1 - \frac{a_s}{a_c}\right)^2 + \left(1.018 - 1.149 \frac{a_c}{h}\right) \left[ \frac{a_s}{a_c} - \left(\frac{a_s}{a_c}\right)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (7)$$

式中:  $\delta_c$  为裂缝开口位移。

此时,黏聚韧度通过下式计算:

$$K_{Ic} = \int_{a_0}^{a_s} 2\sigma_2(x)F\left(\frac{x}{a_c}, \frac{a_c}{h}\right) / \sqrt{\pi a_c} dx + \int_{a_s}^{a_c} 2\sigma_3(x)F\left(\frac{x}{a_c}, \frac{a_c}{h}\right) / \sqrt{\pi a_c} dx \quad (8)$$

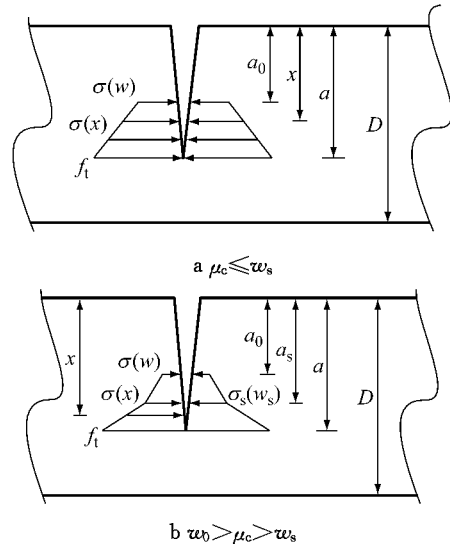


图2 裂缝失稳前黏聚应力分布情况

Fig.2 Distribution of cohesive stress before unstable crack propagation

## 2 权函数法计算混凝土黏聚断裂韧度

为进一步验证上述黏聚韧度公式计算的准确性,本文继续采用权函数方法计算临界黏聚韧度。



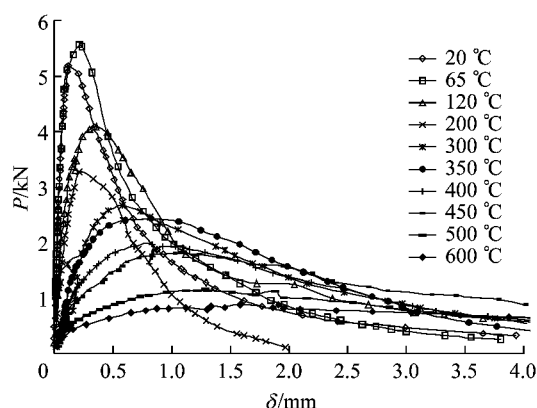
图 4 各温度下典型试件的  $P-\delta$  曲线Fig.4  $P-\delta$  curves of specimens at different temperatures

表 1 列出了试验的原始数据,包括起始荷载  $P_{\text{ini}}$ ,临界荷载  $P_{\text{max}}$  及其对应裂缝开口位移  $\delta_c$ ,弹性模量  $E$ ,断裂能  $G_F$ ,起裂韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{I}}$  及实测失稳断裂韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{E}}$ . 起裂荷载  $P_{\text{ini}}$  采用荷载-裂缝开口位移曲线中转折点进行确定,同时利用转折点前曲线的初始柔度,参照文献[7]的公式计算弹性模量  $E$ . 由积分法计算得到的黏聚断裂韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{I}}$  及失稳断裂韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{E}}$ ,由权函数法计算得到的黏聚断裂韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{wf}}$  及失稳断裂韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{wfE}}$  也列入表 1.

由表 1 可知,在总共 45 个有效试件中,当采用积分法计算时,计算失稳韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{E}}$  与实测失稳韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{E}}$  的误差在 5% 以内的试件共有 22 个,占 49%,

表 1 不同方法计算的混凝土失稳韧度值的比较

Tab.1 Comparison of unstable fracture toughness determined by weight function approach and analytical approach

试件	温度/ °C	$P_{\text{ini}}/$ kN	$P_{\text{max}}/$ kN	$\delta_c/$ mm	$E/$ GPa	$G_F/$ ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ )	$K_{\text{IC}}^{\text{I}}/$ ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ )	$K_{\text{IC}}^{\text{E}}/$ ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ )	$K_{\text{IC}}^{\text{wf}}/$ ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ )	$K_{\text{IC}}^{\text{E}}/$ ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ )	$K_{\text{IC}}^{\text{I}}/$ ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ )	$K_{\text{IC}}^{\text{wfE}}/$ ( $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ )
WS1	20	6.19	8.33	0.174	15.30	234.15	0.505	0.666	0.691	1.061	1.171	1.196
WS2		6.28	9.81	0.120	20.51	483.66	0.523	0.571	0.608	1.070	1.094	1.131
WS3		7.26	10.40	0.210	20.66	438.22	0.610	0.968	1.002	1.497	1.578	1.612
WS4		7.02	7.92	0.152	18.88	219.39	0.357	0.799	0.818	1.091	1.156	1.175
WS5		5.65	9.39	0.237	15.45	321.05	0.503	0.715	0.742	1.213	1.218	1.245
平均值		6.55	9.17	0.178	18.16	339.30	0.498	0.744	0.772	1.186	1.243	1.271
WS11	120	5.03	8.37	0.191	10.65	396.52	0.518	0.450	0.489	0.900	0.968	1.007
WS12		4.71	7.53	0.357	9.48	654.73	0.419	1.016	1.070	1.202	1.435	1.489
WS13		4.69	8.25	0.224	11.87	517.82	0.417	0.745	0.754	1.058	1.162	1.171
WS14		2.79	7.53	0.198	15.42	345.46	0.249	0.858	0.951	1.107	1.107	1.200
WS15		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
平均值		4.31	7.92	0.243	9.48	478.63	0.401	0.767	0.816	1.067	1.168	1.217
WS21	300	1.89	3.40	0.653	2.45	437.92	0.168	0.450	0.478	0.556	0.618	0.646
WS22		3.48	5.53	0.667	3.49	611.47	0.309	0.553	0.597	0.841	0.862	0.906
WS23		1.82	3.38	0.672	1.91	341.77	0.162	0.374	0.386	0.480	0.536	0.548
WS24		2.61	4.97	0.577	1.99	564.12	0.232	0.359	0.381	0.589	0.591	0.613
WS25		2.03	4.17	0.651	4.03	549.99	0.175	0.820	0.824	0.913	0.995	0.999
平均值		2.37	4.29	0.644	2.78	501.05	0.209	0.512	0.533	0.676	0.721	0.742
WS36	450	1.52	3.37	1.009	1.41	611.53	0.135	0.387	0.401	0.582	0.522	0.536
WS37		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
WS38		1.52	3.26	1.419	1.46	482.45	0.135	0.341	0.375	0.527	0.476	0.510
WS39		1.12	3.07	1.348	1.34	663.10	0.100	0.420	0.437	0.563	0.520	0.537
WS40		0.99	2.94	1.394	1.58	678.79	0.088	0.513	0.508	0.659	0.601	0.596
平均值		1.29	3.16	1.293	1.16	608.97	0.115	0.415	0.430	0.583	0.530	0.545
WS46	600	0.76	1.13	1.482	0.47	228.23	0.067	0.174	0.188	0.221	0.231	0.245
WS47		0.53	1.48	2.082	0.48	395.06	0.063	0.209	0.216	0.277	0.284	0.291
WS48		0.81	1.65	1.908	1.14	539.22	0.072	0.478	0.512	0.550	0.550	0.584
WS49		0.58	1.14	1.687	0.38	331.99	0.052	0.188	0.198	0.225	0.225	0.235
WS50		0.62	1.48	2.082	0.38	273.07	0.068	0.155	0.161	0.213	0.213	0.219
平均值		0.62	1.38	1.848	0.57	353.51	0.064	0.241	0.255	0.297	0.301	0.315

误差在 15% 以内的试件共 40 个,占 89%;当采用权函数法计算时,计算失稳韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{wfE}}$  与实测失稳韧度  $K_{\text{IC}}^{\text{E}}$  的误差在 5% 以内的试件共有 20 个,占 45%,误差在 15% 以内的试件共 42 个,占 93%,表明双  $K$

断裂模型适用于高温后混凝土断裂性能的描述;积分法与权函数法计算的黏聚韧度的误差在 5% 以内的试件占 65%,显示出两者具有很好的吻合性。

## 5 结论

本文采用楔入劈拉法对高温后混凝土的断裂性能进行研究,设置 20~600 °C 共 10 组温度,在总共 45 个有效试件中,计算失稳韧度  $K_{\text{IE}}^{\text{I}}$  与实测失稳韧度  $K_{\text{IE}}^{\text{E}}$  的误差完全在工程可控范围内,由此论证了双  $K$  断裂准则对于高温后混凝土的适用性.在此基础上,进一步运用权函数法对黏聚韧度进行计算并与积分法计算值进行比较,两者误差较小,具有很好的吻合性,权函数法具有较高的计算精度.

### 参考文献:

- [1] Hillerborg A, Modeer M, Petersson P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements [J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773.
- [2] Bazant Z P, Oh B-H. Crack band theory for fracture of concrete [J]. Materials and Structures (RILEM), 1983, 16(93): 155.
- [3] Jenq Y S, Shah S P. Two parameter fracture model for concrete [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(10): 1227.
- [4] Nallathambi P, Karihaloo B L. Determination of specimen-size independent fracture toughness of plain concrete[J]. Magazine of Concrete Research, 1986, 38(135): 67.
- [5] Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1983, 110(4): 518.
- [6] 徐世烺. 混凝土断裂机理[D]. 大连: 大连理工大学土木工程学院, 1988.  
XU Shilang. Fracture mechanism of concrete [D]. Dalian: College of Civil Engineering of Dalian University of Technology, 1988.
- [7] Xu S L, Reinhardt H W. Determination of double- $K$  criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture, Part I, II, III [J]. International Journal of Fracture, 1999, 98(2): 111.
- [8] Xu S L, Reinhardt H W. A simplified method for determining double- $K$  fracture parameters for three-point bending tests [J]. International Journal of Fracture, 2000, 104(2): 181.
- [9] 张秀芳, 徐世烺. 权函数法计算的混凝土断裂韧度[J]. 工程力学, 2011, 28(4): 58.  
ZHANG Xiufang, XU Shilang. Fracture toughness of concrete determined using weight function approach [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(4): 58.
- [10] Baker G. The effect of exposure to elevated temperatures on the fracture energy of plain concrete [J]. Materials and Structures, 1996, 29(190): 383.
- [11] Zhang B, Bicanic N, Pearce C J, et al. Residual fracture properties of normal- and high-strength concrete subject to elevated temperatures [J]. Magazine of Concrete Research, 2000, 52(2): 123.
- [12] Nielsen C V, Bicanic N. Residual fracture energy of high-performance and normal concrete subject to high temperatures [J]. Materials and Structures, 2003, 36(262): 515.
- [13] Hisham Abdel-Fattah, Hanoush A S. Variation of the fracture toughness of concrete with temperature [J]. Construction Building and Materials, 1997, 11(2): 105.
- [14] Prokopski G. Fracture toughness of concretes at high temperature [J]. Journal of Materials Science, 1995, 30: 1609.
- [15] XU S. Determination of parameters in the Bilinear, Reinhardt's and exponentially nonlinear softening curves and their physical meanings [C]//Werkstoffe und Werkstoffprüfung im Bauwesen. Hamburg: Libri BOD, 1999: 410-424.
- [16] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 北京: 科学出版社, 1981.  
Aviation Institute of China. Stress intensity factor handbook [M]. Beijing: Science Press, 1981.
- [17] Kumar S, Barai S V. Determination the double- $K$  fracture parameters for compact tension and wedge splitting tests using weight function [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2009, 76: 935.