

# 基于灵敏度分析的供水管网模型多目标校核

信昆仑, 詹书俊, 陶 涛, 李树平

(同济大学 环境科学与工程学院, 上海 200092)

**摘要:** 运用全局灵敏度分析方法(Sobol'法)对供水管网模型中的管道摩阻进行灵敏度分析,选取灵敏度较大的管道进行参数校核,并以实际给水管网为实例进行自动校核工作。校核结果表明,利用 Sobol'法求得管道灵敏度后,只校核灵敏度较高的管段摩阻,减少了决策变量的个数,大大降低了校核时间,运用精英型非支配排序的多目标优化算法(NSGA-II 算法)进行求解,提高了校核效率,达到了预定的精度要求。

**关键词:** 供水管网; 模型; 多目标; 校核; 灵敏度分析

中图分类号: TU991.3

文献标志码: A

## Multi-objective Calibration of Hydraulic Model in Water Distribution Network Based on Sensitivity Analysis

XIN Kunlun, ZHAN Shujun, TAO Tao, LI Shuping

(College of Environmental Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Urban water supply network is of critical infrastructure. In the process of water distribution network planning, operation management and optimization scheduling, it needs to understand the hydraulic and water quality status of water distribution network comprehensively. The establishment of water distribution network hydraulic model is the most effective method. In this study, Sobol' sensitivity analysis method is selected to analyze the parameter sensitivity in the model, then a real water supply network is taken as an example for automatic calibration. The results show that with Sobol' sensitivity analysis method and NSGA-II algorithm, calibrating the pipe friction factors which have higher sensitivity, can reduce the number of decision variables and calibrating time.

**Key words:** water distribution network; model; multi-objective; calibration; sensitivity analysis

建立准确的供水管网模型,已成为供水行业数字化、信息化进程中迫切需要解决的问题。所谓模型校核,就是利用实测值与模拟值之间的差异,调整需要校核的参数,使模拟值尽可能接近实测值,从而使管网模型能够模拟实际的管网工况。在模型建立时,需要校核的参数通常包括节点流量、管径、管道粗糙系数、阀门开度和水泵特征曲线等<sup>[1]</sup>,其中主要是对管道粗糙系数和节点流量的校核<sup>[2]</sup>。而随着许多自来水公司信息中心的建立和营业收费管理系统的应用,节点流量的统计趋于准确<sup>[3]</sup>,摩阻系数的校核就成了管网模型参数校核中的重点<sup>[4]</sup>。管道粗糙系数与管材、管径和敷设年代都存在着一定关系,相对来说比较稳定,但也会随着时间而变化,由于供水管道大多都敷设在地下,数量众多,管道摩阻系数 C 难以一一测量。所以本研究主要考虑 C 作为校核的对象。

对于大型供水管网,包括数千乃至数万条管段,如果把这些管段全部作为决策变量,需要较多的个体数量和大量的计算时间,使得进化过程比较缓慢,难以达到实用的效果。针对此情况,本研究运用全局灵敏度分析方法(Sobol'法)对供水管网模型中的管道摩阻进行灵敏度分析,分析摩阻的变化对监测点压力和流量的影响。然后选取灵敏度较大的管道进行校核,其他管道仍取经验值。

传统的校核模型主要以单目标较多,遇到多目标情况则是利用加权求和转化为单目标,但是这样的方法具有一定的局限性。首先,权重因子的确定带有很强的主观性,不同的权重因子可能会导致求解结果不同。而各目标函数的权值都是按经验人为规定,所以带有很大的主观性。其次,各个目标函数之间通过决策变量相互制约,对其中一个目标函数的优化通常会导致其他目标函数的劣化,致使加权目标函数的拓扑结构十分复杂。随着多目标优化算法的发展,本文尝试建立以节点压力的实测值与模拟

值之间的差值平方和最小,以及管段流量的实测值与模拟值之间差值平方和最小为目标的多目标校核模型,并结合精英型非支配排序的多目标优化算法(NSGA-II)对模型进行求解。

## 1 模型建立及求解

建立以节点压力的实测值与模拟值之间的差值平方和最小,以及管段流量的实测值与模拟值之间差值平方和最小为目标的多目标校核模型

$$\begin{aligned} \min h(x) &= \sum_{t=1}^{L_{\max}} \left( \sum_{i=1}^N (H_{it} - H_{it,0})^2 \right) \\ \min q(x) &= \sum_{t=1}^{L_{\max}} \left( \sum_{j=1}^M (Q_{tj} - Q_{tj,0})^2 \right) \end{aligned}$$

式中: $L_{\max}$ 为工况数; $N, M$ 分别为测压点和测流点数目; $H_{it}, H_{it,0}$ 分别为第 $t$ 种工况下第 $i$ 个测压点的模型计算值和现场监测值; $Q_{tj}, Q_{tj,0}$ 分别为第 $t$ 种工况下第 $j$ 个测流点的模型计算值和现场监测值。

在求解模型的算法上采用NSGA-II多目标优化算法<sup>[5-6]</sup>。

## 2 全局灵敏度分析方法

全局灵敏度分析方法——Sobol'法,是一种基于方差的分析方法<sup>[7]</sup>,是通过采样进行模拟的方法,所以它在一些非线性和非单调的模型处理上得到了很好的应用。

Sobol'法的核心是把模型分解为单个参数及参数之间相互组合的函数,且模型的总方差可表示为

$$D = \int f^2(x) dx - f_0 \quad (1)$$

式中: $D$ 为模型总方差; $f(x)$ 为模型函数,且 $f_0 = \int f(x) dx$ 。

对式(1)两边先平方再积分可得

$$D = \sum_{i=1}^k D_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} D_{ij} + \dots + D_{1,2,\dots,k} \quad (2)$$

式中: $D_i$ 为除 $x_i$ 外所有因数的模型方差; $D_{ij}$ 为除 $x_i, x_j$ 外所有因数的模型方差,以此类推。

将式(2)两边同时除以 $D$ 做量纲一化处理可得

$$\sum_{i=1}^k S_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} S_{ij} + \dots + S_{1,2,\dots,k} = 1$$

其中, $S_i = D_i/D$ ,对于 $S_i$ 称为1阶灵敏度, $S_{ij}$ 为2阶灵敏度,以此类推,引入 $i$ 的总灵敏度 $S_t(i)$ 如下:

$$S_t(i) = S_i + S_{i(\sim i)} = 1 - S_{\sim i}$$

因此,因素 $x_i$ 对模型输出总方差的影响为

$$S_t(i) = 1 - D_{\sim i}/D$$

Sobol'法的一个显著特点就是模型总方差 $D$ 可以通过蒙特卡洛积分法求得

$$\begin{aligned} f_0 &\approx \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n f(x_m) \\ D &\approx \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n f^2(x_m) \\ D_i &\approx \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n f(x_{(\sim i)m}^{(1)}, x_m^{(1)}) f(x_{(\sim i)m}^{(2)}, x_m^{(2)}) - f_0^2 \\ D_{\sim i} &\approx \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n f(x_{(\sim i)m}^{(1)}, x_m^{(1)}) f(x_{(\sim i)m}^{(2)}, x_m^{(2)}) - f_0^2 \end{aligned}$$

式中: $n$ 为蒙特卡洛估计的采样数; $x_m$ 是空间的采样点; $x_m^{(1)}, x_m^{(2)}$ 为2次独立的蒙特卡洛取样的一个样本。这样,通过 $D_i$ 可求得 $x_i$ 的1阶灵敏度,通过 $D_{\sim i}$ 可求得 $x_i$ 的总灵敏度。

用Sobol'法求灵敏度的步骤如下:①构造目标函数或模型;②根据模型中各随机因素的分布,在计算机上产生随机数;③设计和选取合适的采样方法,进行随机采样;④求出问题的1个随机解;⑤求出各参数的灵敏度。

## 3 工程实例

WX市供水人口近400万人,总设计取水能力为每天225.6万m<sup>3</sup>;城市供水普及率达100%。目前已建成比较完善的输配供水网系统,输配水管道总长2700 km,最大输水干管直径为2200 mm,压力监测点共有22个,管网的水力模型及压力点布置如图1所示。

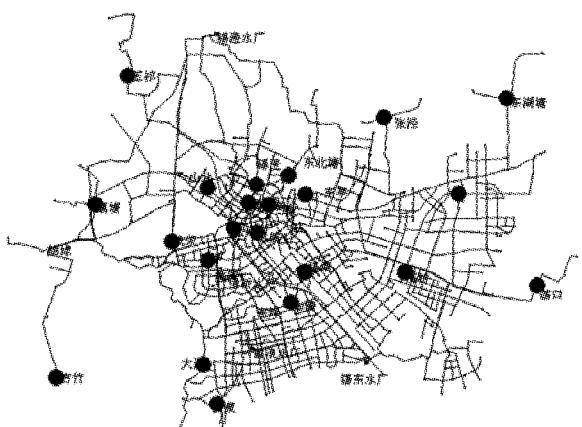


图1 压力监测点布置图

Fig.1 Pressure monitoring points

该模型主要包括连接节点数1275个,管段总

数 1 826 条,初始的摩阻系数为 100 或 90. 整个管网现有压力监测点 22 个,流量监测点 8 个,其中,流量监测点主要分布在 4 个水厂的出水管上.

本文采用 WX 市 2012 年供水最高日工况进行校核,分别选取了供水最高日的 1:00, 7:00 和 12:00 三个时刻的工况(工况 1、工况 2 和工况 3)进行摩阻校正. 其中,工况 1 为供水低峰时,工况 2 为供水高峰时,工况 3 为供水平均时.

### 3.1 管道灵敏度计算

WX 市给水管网模型中管道总数为 1 826 条,采用优化算法一一进行校核需要很大的计算量,难以实现. 因此,需要对管道进行灵敏度计算,选择其中灵敏度较大的管道进行校验分析.

管网每一条管道摩阻的变化,都会不同程度地引起节点压力和管道流量的变化. 所以,灵敏度系数是衡量管道摩阻对节点水压和管道流量影响程度的指标,采用 Sobol' 法计算灵敏度,目标函数为

$$f(x) = \sum_{i=1}^{L_{\max}} \left[ \sum_{j=1}^N \left( \frac{H_{ij} - H_{ij,0}}{H_{ij,0}} \right)^2 + \sum_{j=1}^M \left( \frac{Q_{ij} - Q_{ij,0}}{Q_{ij,0}} \right)^2 \right]$$

由于采用的是蒙特卡罗抽样方法,虽说采样次数越多结果越精确可靠,但采样次数超过一定数目,计算负荷增加的影响远超其带来的效益,故本研究选用 2 万次这一经验值.

本管网管段较多,许多管段求得的灵敏度系数值较小,有的甚至达到了  $10^{-6}$  级别,可以忽略不计,所以从 1 826 根管段中选取灵敏度系数值较大的前 134 根管段进行校核. 前 20 根灵敏度系数较大的管段如图 2 中粗线所示.

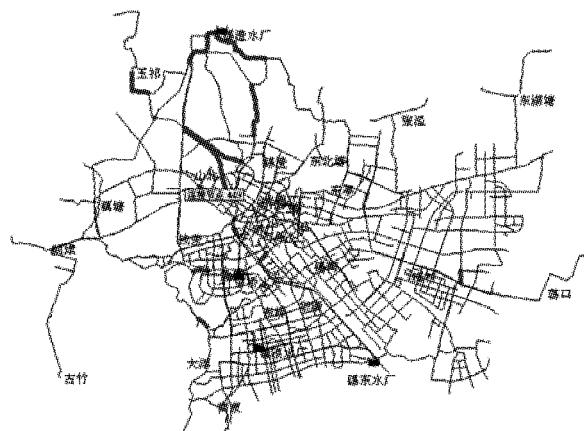


图 2 高灵敏度管道示意图

Fig.2 The high sensitivity of the pipeline

### 3.2 模型校核结果分析

如图 3 所示,第 1 代种群为计算机随机生成,其个体两个目标函数空间上的分布较为离散和无序,

并没有呈现一定的变化趋势. 节点压力的实测值与模拟值之间的差值平方和  $h(x)$  最大值为  $332 \text{ m}^2$ ,最小值为  $218 \text{ m}^2$ ,波动范围较小. 管段流量的实测值与模拟值之间差值平方和  $q(x)$  最大值为  $3.3 \times 10^5 \text{ m}^6 \cdot \text{s}^{-2}$ ,最小值为  $3 \times 10^4 \text{ m}^6 \cdot \text{s}^{-2}$ ,波动范围较大. 经过 50 代的进化后,从图 4 已经能看出帕累托最优解的趋势,但是第 50 代种群的帕累托前沿线还没最终定型,需继续进化.

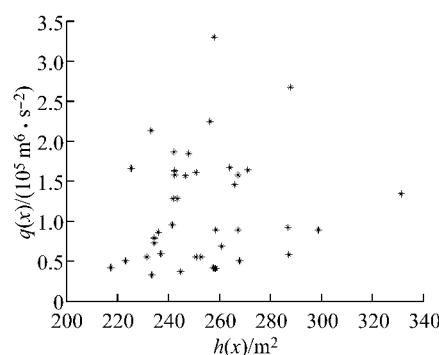


图 3 管网模型校核第 1 代种群分布图

Fig.3 The 1st generation population distribution map in network model calibration

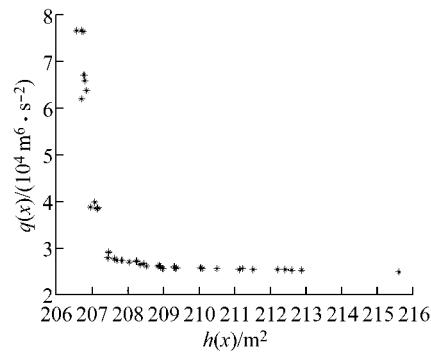


图 4 管网模型校核第 50 代种群分布图

Fig.4 The 50th generation population distribution map in network model calibration

本次工程实例以种群进化到 200 代为循环终止条件,对比图 5 和图 6 可以看出,帕累托前沿线的推进程度不明显,优化工程主要为减少局部拥挤度,均匀分布个体,可认为第 200 代种群已接近于最优的帕累托解. 所以,最优个体从第 200 代种群中获得. 校核结果见表 1.

由表 1 可以看出:3 个工况内管网 22 个压力监测点的压力计算值与实测值的绝对误差,100% 的绝对误差应在  $\pm 4 \text{ m}$  范围之内,80% 的绝对误差应在  $\pm 2 \text{ m}$  范围之内,50% 的绝对误差应在  $\pm 1 \text{ m}$  范围之内的规定标准<sup>[8]</sup>,模型可以接受.

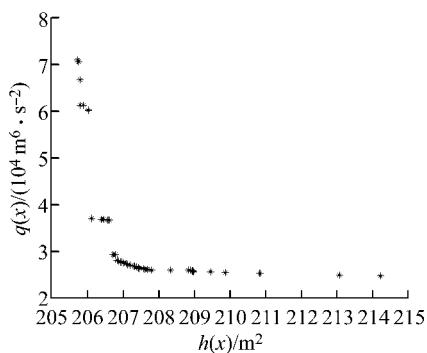


图5 管网模型校核第100代种群分布图

Fig.5 The 100 th generation population distribution map in network model calibration

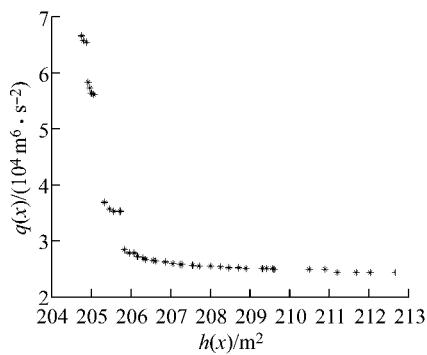


图6 管网模型校核第200代种群分布图

Fig.6 The 200 th generation population distribution map in network model calibration

表1 测压点压力校正评价

Tab.1 Evaluation of measurement points pressure correction

工况	绝对误差≤±4 m 的测压点(=100%)		绝对误差≤±2 m 的测压点(≥80%)		绝对误差≤±1 m 的测压点(≥50%)	
	个数	百分比/%	个数	百分比/%	个数	百分比/%
工况1	22	100	22	100	22	59.09
工况2	22	100	22	100	22	68.18
工况3	22	100	22	100	22	81.82

对应于摩阻系数C值最优组合的各监测点流量的计算值和实测值的相对误差,达到了100%的相对误差应在±5%范围之内的规定标准<sup>[8]</sup>,模型可以接受。

## 4 结论

本文在最优化方法进行管网模型校核的理论基础上,研究了Sobol'法和NSGA-II在模型校核的应用,主要得出以下几点结论:

(1)通过Sobol'法分析管道摩阻变化对节点压力和管道流量的影响,发现只有一部分管道摩阻变

化对节点水压和管道流量影响较大,应首先考虑校正,而其他管道的摩阻变化对节点水压和管道流量影响较小,可以忽略,其摩阻仍取经验值。

(2)管网模型校核中不同形式的目标函数对校核结果有一定影响。传统的将多目标转化为单目标存在一定局限性。本文建立的多目标模型,将该多目标优化算法与模型校核相结合,实现模型的校核,取得了较好的效果。

(3)以WX市供水管网的摩阻系数校正为例,论述了其管道灵敏度分析和模型校核过程。利用Sobol'法求得各管道的灵敏度值,然后选取灵敏度大的管段进行校核,其他管段则取经验值,取得了较好效果的同时,减少了校核变量的个数,从而减少了工作量和计算时间。校核后的模型模拟的压力、流量结果,经验证符合我国校核标准的规定,精度较高。

## 参考文献:

- [1] 陈宇辉.给水管网动态模型维护与校验方法研究[D].上海:同济大学,2006.
- [2] CHEN Yuhui. Calibration method and dynamic hydraulic model in water distribution system[D]. Shanghai: Tongji University, 2006.
- [3] Koppel T, Vassiljev A. Calibration of a model of an operational water distribution system containing pipes of different age[J]. Advances in Engineering Software, 2009, 40(8):659.
- [4] LU Hai. Hydraulic model calibration of water distribution system[D]. Qingdao: Qingdao Technological University, 2007.
- [5] 牛志广,王宇飞,张珽,等.供水管网的摩阻系数校核与漏损定位计算方法[J].天津大学学报,2011,44(4):365.
- [6] NIU Zhiguang, WANG Yufei, ZHANG Ting, et al. The pipe friction calibration and location of water loss in water distribution system[J]. Journal of Tianjin University, 2011, 44(4):365.
- [7] Deb K, Pratap A, Agrawal S. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II [M]. Kanpur: Indian Institute Technology, 2000.
- [8] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2):182.
- [9] Jiri N, Pieter E, Willy B. Sobol' sensitivity analysis of a complex environmental model[J]. Environmental Modelling & Software, 2011, 26(12):1515.
- [10] 赵洪宾.给水管网系统理论与分析[M].北京:中国建筑工业出版社,2003.
- [11] ZHAO Hongbin. Water distribution system theory and analysis [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2003.