

采用摩擦型阻尼器的斜拉索被动控制

王慧萍^{1,2}, 孙利民¹

(1. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 2. 东南大学 交通学院, 南京 210096)

摘要: 研究了较常用的线性粘滞阻尼器具有更高附加阻尼的非线性摩擦型阻尼器的斜拉索振动控制. 首先通过单自由度系统详细分析了摩擦型阻尼器的非线性阻尼特性. 进而采用张紧弦模型模拟斜拉索, 通过 Galerkin 方法建立了斜拉索-摩擦型阻尼器系统的运动方程. 采用半解析半数值方法分析了斜拉索自由振动的阻尼特性, 对其阻尼机理进行了讨论. 通过对拉索模态阻尼比的参数分析, 得到了阻尼器参数和拉索附加阻尼关系的通用设计曲线, 并与已有实索试验结果进行了比较, 两者吻合良好. 研究了摩擦型阻尼器的参数优化取值, 结果表明拉索的最大模态阻尼比依振动初始条件等参数影响分布在一个范围而非定值, 其下限值仍高于采用线性粘滞阻尼器时所获得的最大模态阻尼比.

关键词: 斜拉索; 被动控制; 摩擦型阻尼器; 模态阻尼比; 参数分析

中图分类号: TU311.3

文献标志码: A

Passive Control of Stay Cable Using Nonlinear Friction Damper

WANG Huiping^{1,2}, SUN Limin¹

(1. State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. School of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: Passive control of stay cable using nonlinear friction damper was studied. A friction damper can provide higher additional damping to stay cable than that of a common linear viscous damper. The damping performance of a single degree of freedom system with a friction damper was investigated. The equation of motion of a taut cable with a coulomb friction damper was derived and was solved by using Galerkin formulation. The free vibration attenuation characteristics and the damping performance of the cable with a friction damper were theoretically and numerically investigated. The damping mechanism was discussed. A universal estimation curve was proposed that relates the modal

damping ratio of a cable with a friction damper when the effect of various parameters on damping was considered. The results of numerical simulation were compared with those of the experiments, they are in good agreement. The value of a maximum available additional damping was analyzed. The results show that the maximum modal damping ratio of cable with a friction damper is not a fixed value, but a range, the lowest value of which is larger than that of an optimal passive linear viscous damper.

Key words: stay cable; passive control; friction damper; additional modal damping ratio; parametric analysis

斜拉索作为斜拉桥的主要承重构件, 其柔性大、自重轻、内阻尼低, 极易在外界风/雨激励下发生强烈的振动, 因此, 需要采取相应的减振措施. 在实际工程中, 应用最为广泛的拉索减振措施是在拉索端部安装阻尼器来控制拉索的振动. 近年很多学者对线性粘滞阻尼器的设计方法进行了研究, 形成了较为成熟的理论分析方法. Pacheco 等^[1]采用无阻尼水平张紧弦模型, 通过 Galerkin 方法得到索-阻尼器系统的振动微分方程, 分别以量纲一的阻尼系数和系统模态阻尼比作为横纵坐标, 得到了线性粘滞阻尼器的通用设计曲线. Xu 和 Yu^[2-3]提出了解析和数值的混合法, 建立了附加线性粘滞阻尼器的拉索三维模型, 讨论了拉索的垂度、倾角、阻尼器刚度和位置对各阶模态阻尼比的影响. Tabatabai 和 Mehrabi^[4]推导了考虑拉索垂度和抗弯刚度后拉索振动的量纲一微分方程. Krenk^[5]基于张紧弦假定和阻尼器位置接近索端的前提, 利用复模态分析方法推导出线性粘滞阻尼器通用设计曲线的近似解析表达式. Main 等^[6]运用阻尼器引起的系统频率变化作为主要参数, 推导出与 Krenk 一致的“通用设计曲线”解析表

收稿日期: 2014-01-13

基金项目: 国家“八六三”高技术研究发展计划(2006AA11Z120)

第一作者: 王慧萍(1975—), 女, 硕士, 讲师, 博士生, 主要研究方向为结构振动控制. E-mail: whp3354@sina.com

通讯作者: 孙利民(1963—), 男, 工学博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为结构振动控制与结构健康监测.

E-mail: lmsun@tongji.edu.cn

达式. 但线性粘滞阻尼器具有明显的不足, 拉索所获得的最大模态阻尼比与阻尼器离索端的距离成正比. 在实际工程中, 由于景观和其他因素的限制, 阻尼器的安装位置往往局限在斜拉索的锚固端附近, 一般不超过索长的5%. 而现代斜拉桥正朝着超大跨度的方向发展, 随着斜拉桥跨径超越1 000 m, 斜拉索长度已增加到接近600 m, 如香港昂船洲大桥(Stonecutters Bridge), 主跨1 018 m, 最长索长为536 m; 苏通大桥(1 088 m)的最长索已达到580 m. 对于如此长的斜拉索, 当阻尼器位置到索端距离很近时(由于景观要求一般限制在索长的3%以内)将无法提供足够的阻尼.

针对以上不足, 为了进一步提升超长斜拉索的减振效果, 本文研究了安装非线性摩擦型阻尼器的斜拉索振动控制. Yves^[7]开发了一种新型的摩擦型阻尼器, 于2000年成功安装于瑞典Uddevalla桥. Chen等^[8]首次将MR(磁流变)阻尼器应用在洞庭湖大桥上, MR阻尼器具有很强的非线性, 力学性能在很大程度上类似于摩擦型阻尼器. Main等^[9]对分数形式的非线性阻尼器运用复模态方法进行了分析, 在阻尼器位置处, 为了实现拉索张力和阻尼力的平衡, 使其误差在半个振动周期内最小, 得到了模态阻尼值的近似解析解. Krenk等^[10]利用与线性粘滞阻尼器消耗能量相同的原理, 提出了非线性阻尼器的设计方法.

以上对非线性阻尼器的研究要么作了近似处理, 要么等效成线性, 其最优减振效果也和线性阻尼器基本相同. 如果不把摩擦型阻尼器等效成线性阻尼器, 而是按实际的非线性阻尼器进行分析, 其对斜拉索的减振是否比线性粘滞阻尼器有更多的优势呢? 基于这样的疑问本文采用半解析半数值的分析方法对作用非线性摩擦型阻尼器的斜拉索的附加阻尼进行了参数分析, 研究了斜拉索-摩擦型阻尼器系统最大附加阻尼的取值, 最后将研究结果与已有实索试验数据进行了对比验证.

1 具有摩擦型阻尼的单自由度系统分析

作用摩擦型阻尼器的单自由度系统可以用一个简单的质点-弹簧-阻尼器模型来描述, 如图1a所示, 图中, m 为质点的质量, k 为弹簧的刚度, $F_d(t)$ 为摩擦阻尼力, u 为质点的位移. 如果只考虑自由振动, 质点 m 的动力学方程为

$$m\ddot{u} + ku - F_d(t) = 0 \quad (1)$$

其中, 摩擦型阻尼器采用干摩擦模型, 摩擦阻尼力的表达式为

$$F_d(t) =$$

$$\begin{cases} F_d \operatorname{sgn}(\dot{u}), & \dot{u} \neq 0, \\ \min(F_s, |ku|) \operatorname{sgn}(-ku), & \dot{u} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

式中: F_d 表示滑动摩擦力; F_s 表示静摩擦力. 若令 $F_s = F_d$, 摩擦阻尼力和速度的关系如图1b所示, 在滑动状态时摩擦力与速度方向相反, 即

$$F_d(t) = F_d \operatorname{sgn}(\dot{u}) = \begin{cases} -F_d, & \dot{u} < 0, \\ F_d, & \dot{u} > 0. \end{cases} \quad (3)$$

可以看到, 速度为零时滑动摩擦力是非连续的, 而在速度为零时静摩擦力的定义将非连续性从微观上加以“连续化”了, 该模型属于非线性动力学理论中非光滑动力系统模型. 方程(1)可以按分段线性处理, 即

$$\begin{cases} m\ddot{u} + ku - F_d = 0, & \dot{u} \leq 0, \\ m\ddot{u} + ku + F_d = 0, & \dot{u} \geq 0. \end{cases} \quad (4)$$

各段均可按线性方程求解, 而每一段终点的位移和速度又是下一段起点的位移和速度, 各段的解连接起来就形成整个问题的精确解.

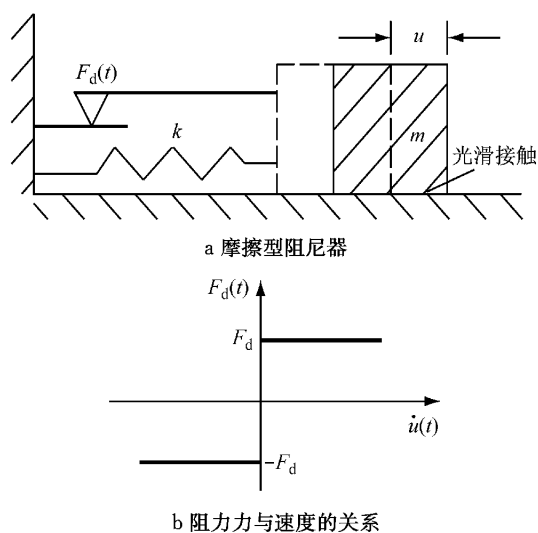


图1 具有摩擦型阻尼器的单自由度系统

Fig.1 A single degree of freedom system with a friction damper

由式(2)可知, 摩擦型阻尼器有一个启动和锁定的过程, 当位移 $|u| \geq \Delta$ 时, 其中 $\Delta = F/k$, 质点发生振动, 摩擦阻尼器启动开始工作; 当位移 $|u| \leq \Delta$ 时, 质点处于静力平衡, 摩擦阻尼器被锁定. 假设质点向右移动一个初始位移 u_0 , 且 $u_0 > \Delta$, 初始速度为零, 方程(4)第一个方程的解为

$$u = (u_0 - \Delta) \cos(\omega t) + \Delta, \dot{u} \leq 0, 0 \leq \omega t \leq \pi \quad (5)$$

式中, ω 为质点的自振频率, $\omega = \sqrt{k/m}$. 质点作以 $u = \Delta$ 为中心, 振幅为 $(u_0 - \Delta)$ 的简谐振动. 以该时段终点的位移和速度作为初始条件, 方程(4)第二个方程的解为

$$u = (u_0 - 3\Delta) \cos(\omega t) - \Delta, \dot{u} > 0, \pi < \omega t < 2\pi \quad (6)$$

质点作以 $u = -\Delta$ 为中心, 振幅为 $u_0 - 3\Delta$ 的简谐振动.

采用相同的方法, 可以递推求得全部时域解, 如图 2 所示. 从图中可以看出, 质点在每个周期, 位移振幅衰减 4Δ , 质点位移时程曲线的外包络线(峰值点的连线)是严格的直线衰减, 最后质点以零速度停止于 $-\Delta \leq u \leq \Delta$ 的某一位置, 处于静力平衡.

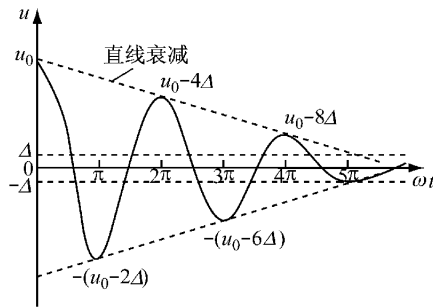


图 2 单自由度系统自由振动位移时程曲线

Fig. 2 The free vibration decay curves of the single degree of freedom system

2 斜拉索-摩擦型阻尼器系统的理论分析

前人研究表明^[1-6], 由于斜拉索的张力很大, 斜拉索的垂度、倾角和抗弯刚度对系统模态阻尼比的影响很小, 可以忽略不计, 因此可以把斜拉索假定为水平张紧弦, 如图 3 所示. 拉索长度为 l , 单位长度质量为 m , 张力为 T , 阻尼器安装位置距拉索左端的距离为 a . 拉索的内阻尼 ξ 很低, 一般 ξ 为 $0.10\% \sim 0.15\%$, 在此忽略不计.

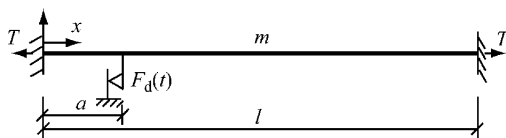


图 3 拉索-摩擦型阻尼器系统

Fig. 3 Taut cable with nonlinear friction damper

斜拉索-摩擦型阻尼器系统的运动方程可以表示为

$$m \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = F(x, t) + F_d(t) \delta(x - a) \quad (7)$$

式中: $y(x, t)$ 是斜拉索竖向位移; $F(x, t)$ 是拉索承受的随时间任意变化的分布荷载; $F_d(t)$ 为摩擦型阻尼器提供的阻尼力; $\delta(x - a)$ 是 Delta 函数.

采用 Galerkin 方法, 式(7)的拉索反应可以表示为如下的级数形式:

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \varphi_i(x) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \sin(\pi i x / l) \quad (8)$$

式中: n 为自由度数; $q_i(t)$ 为独立广义坐标, $i = 1, 2, \dots$; $\varphi_i(x)$ 为形状函数, 满足位移条件

$$y(0, t) = y(l, t) = 0 \quad (9)$$

将式(8)代入式(7), 并且两边同乘以 $\varphi_i(x)$, 沿索长度积分, 可以得到斜拉索-摩擦型阻尼器系统的关于广义坐标的运动方程

$$\sum_{j=1}^n [m_{ij} \ddot{q}_j(t) + k_{ij} q_j(t)] = F_q(t) + \varphi_i(a) F_d(t) \quad (10)$$

式中

$$m_{ij} = m \int_0^l \sin \frac{\pi i x}{l} \sin \frac{\pi j x}{l} dx = \frac{ml}{2} \delta_{ij} \quad (11)$$

$$k_{ij} = -T \int_0^l \sin \frac{\pi i x}{l} (\sin \frac{\pi j x}{l})'' dx = \frac{T \pi^2 i^2}{2l} \delta_{ij} \quad (12)$$

$$F_q = \int_0^l F(x, t) \sin(\pi i x / l) dx \quad (13)$$

$$\varphi_i(a) = \sin(\pi i a / l) \quad (14)$$

其中 $\ddot{q}_j(t)$ 为独立广义坐标 $q_j(t)$ 对时间 t 的二阶导数; δ_{ij} 为 Kronecker delta 函数.

将式(10)写成矩阵形式

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F}_q + \varphi(a) F_d(t) \quad (15)$$

式中, 质量矩阵 \mathbf{M} 和刚度矩阵 \mathbf{K} 均为对角矩阵.

考虑拉索的自由振动, 根据阻尼器位置处拉索速度的方向, 运动方程(15)可以分解为如下的分段方程组来描述:

$$\begin{cases} \frac{ml}{2} \ddot{q}_i + \frac{i^2 \pi^2 T}{2l} q_i = F_d \sin \frac{ia\pi}{l}, & \dot{y}(a, t) < 0^- \\ \frac{ml}{2} \ddot{q}_i + \frac{i^2 \pi^2 T}{2l} q_i = -F_d \sin \frac{ia\pi}{l}, & \dot{y}(a, t) > 0^+ \\ \frac{ml}{2} \ddot{q}_i + \frac{i^2 \pi^2 T}{2l} q_i = \pm F_d \sin \frac{ia\pi}{l}, & 0^- \leq \dot{y}(a, t) \leq 0^+, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (16)$$

式(16)的前两组方程为线性方程, 每个方程相当于

单自由度方程(4),可直接求出理论解析解,具体表示为

$$\begin{cases} q_i(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t + \Delta_i, \dot{y}(a,t) < 0^- \\ q_i(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t - \Delta_i, \dot{y}(a,t) > 0^+, \end{cases} \quad (17)$$

式中, $i=1,2,\dots,n$, A 与 B 由初始条件决定, Δ_i 可表示为

$$\Delta_i = \frac{2F_d l \sin \frac{ia\pi}{l}}{i^2 \pi^2 T} \quad (18)$$

式(16)的第 3 组方程为非线性方程,因为斜拉索-摩擦型阻尼器系统属于多自由度系统,阻尼器位置处拉索的速度是广义坐标的函数,表示为 $\dot{y}(a,t)$

$= \sum_{i=1}^n \dot{q}_i(t) \sin(\frac{\pi ia}{l})$, 在 $0^- \leq \dot{y}(a,t) \leq 0^+$ 范围内, $\dot{y}(a,t)$ 会随着 n 个 $\dot{q}_i(t)$ 的时程变化在正负值之间不断地变动,从而导致阻尼力不断地变换符号,表现出强非线性,求理论解析解比较困难. 这一点与单自由度系统有所不同,对于单自由度系统的运动方程(4),质点在 $\dot{u} \leq 0$ 和 $\dot{u} > 0$ 是分段线性的,在 $\dot{u} = 0$ 二者的解是相同的,因此可以递推求得完整的理论解析解,且位移时程曲线是严格的直线衰减(图 2).

拉索-摩擦型阻尼器系统的位移在 $\dot{y}(a,t) < 0^-$ 和 $\dot{y}(a,t) < 0^+$ 段会像单自由度系统一样按直线衰减,但在 $0^- \leq \dot{y}(a,t) \leq 0^+$ 段静止不动,整个位移时程曲线包络线近似按直线衰减,但不像单自由度系统一样是严格的直线衰减.

3 斜拉索-摩擦型阻尼器系统的数值分析

3.1 自由振动位移时程曲线

本文选一根中等长度的拉索用来数值模拟,它基本上能代表目前大跨度斜拉桥中的斜拉索,拉索的主要参数如下:索长为 200 m,质量为 $80 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$,弹性模量为 $2.0 \times 10^5 \text{ MPa}$,索张力为 $6 \times 10^3 \text{ kN}$.

通过有限元商业软件 ANSYS 对拉索-摩擦型阻尼器系统进行建模,图 4 为 ANSYS 中用来模拟干摩擦阻尼的模型,其中 K_1 为摩擦阻尼器的支架刚度, K_2 为系统刚度, C 为系统阻尼, M 为质点的质量, G_{AP} 为单元的初始间隙, FSLIDE 表示摩擦阻尼器提供的摩擦力.

将拉索离散成 500 个单元,忽略拉索本身的内

阻尼,给定拉索一个初始位移,分析拉索在摩擦阻尼器作用下的自由振动衰减过程,图 5 为拉索一阶振动时不同位置处的位移时程曲线. 图中, $y_{1/2}$, $y_{1/4}$, y_d 分别为拉索在 $L/2$, $L/4$ 和摩擦阻尼器位置处的位移.

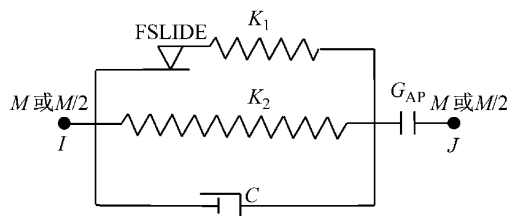
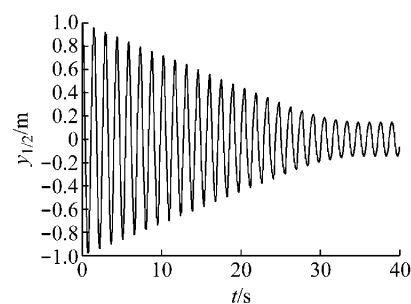
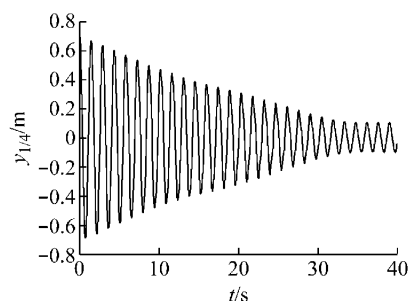


图 4 ANSYS 中的干摩擦阻尼模型

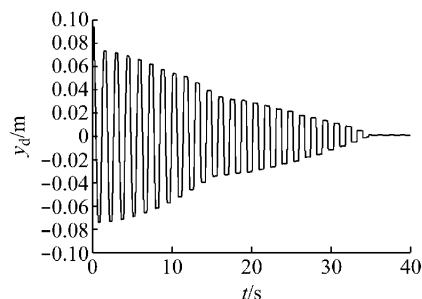
Fig.4 Friction damping model in ANSYS



a $L/2$ 处



b $L/4$ 处



c 阻尼器处

图 5 拉索不同位置处位移时程曲线

Fig.5 The vibration decay curves of cable at different locations

从图 5 可以看出,拉索不同位置处的位移时程曲线确实如理论分析所言近似按直线衰减,当位移

衰减到一定程度,摩擦阻尼器被锁定,阻尼器位置处拉索停止振动,其他位置处拉索作无阻尼的等幅振动。 $0^- \leq \dot{y}(a, t) \leq 0^+$ 段的非线性对阻尼器位置处的位移有直接影响,此时位移处于正负峰值点,几乎近似不动,振动曲线接近方波,质点的惯性力、恢复力和阻尼力处于动态平衡,其中位移处于正负峰值点,因此恢复力很大;加速度在此时剧烈震荡,因而惯性力也很大;速度总是忽正忽负,在零点附近不停震荡,阻尼力相对前两者来说比较小。从图 5c 看到,随着时间的增加方波效应愈加明显,这与非线性和加载历史有关,对时间产生累积效应所致。 $0^- \leq \dot{y}(a, t) \leq 0^+$ 段的非线性对其他位置处位移属于间接影响,因为其他位置处拉索的速度此时不一定恰好等于零,一般会有个相位差,离阻尼器位置越远非线性影响越不明显。

3.2 斜拉索的附加阻尼

通过拉索 $L/2$ 处位移时程曲线,计算拉索-摩擦型阻尼器系统的模态阻尼比

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{Y_n}{Y_{n+1}} \quad (19)$$

式中, Y_n, Y_{n+1} 分别为拉索位移时程曲线中相邻周期的振幅。

以量纲一的位移振幅 $TY_i/F_d L$ 作为横坐标轴,量纲一的系统模态阻尼比 $\xi L/a$ 作为纵坐标轴,针对不同的摩擦阻尼力 F_d ,拉索张力 T ,阻尼器与索端的距离 a/L ,以及不同的初始位移值 y_0 进行数值计算分析,如图 6 所示。从图中可以看出,针对不同的参数,模态阻尼比 $\xi L/a$ 与位移振幅 $TY_i/F_d L$ 的关系曲线基本可以汇集成一条曲线表示,本文把这条曲线称为斜拉索-摩擦型阻尼器系统的“通用设计曲线”。研究表明,在摩擦型阻尼器作用下,拉索获得的附加阻尼随位移振幅的减小不断增大,在振幅减小到一定程度,摩擦阻尼器将要被锁定时,拉索获得最大附加阻尼,随后附加阻尼随位移振幅的减小很快递减接近于零,此时阻尼器被锁定。

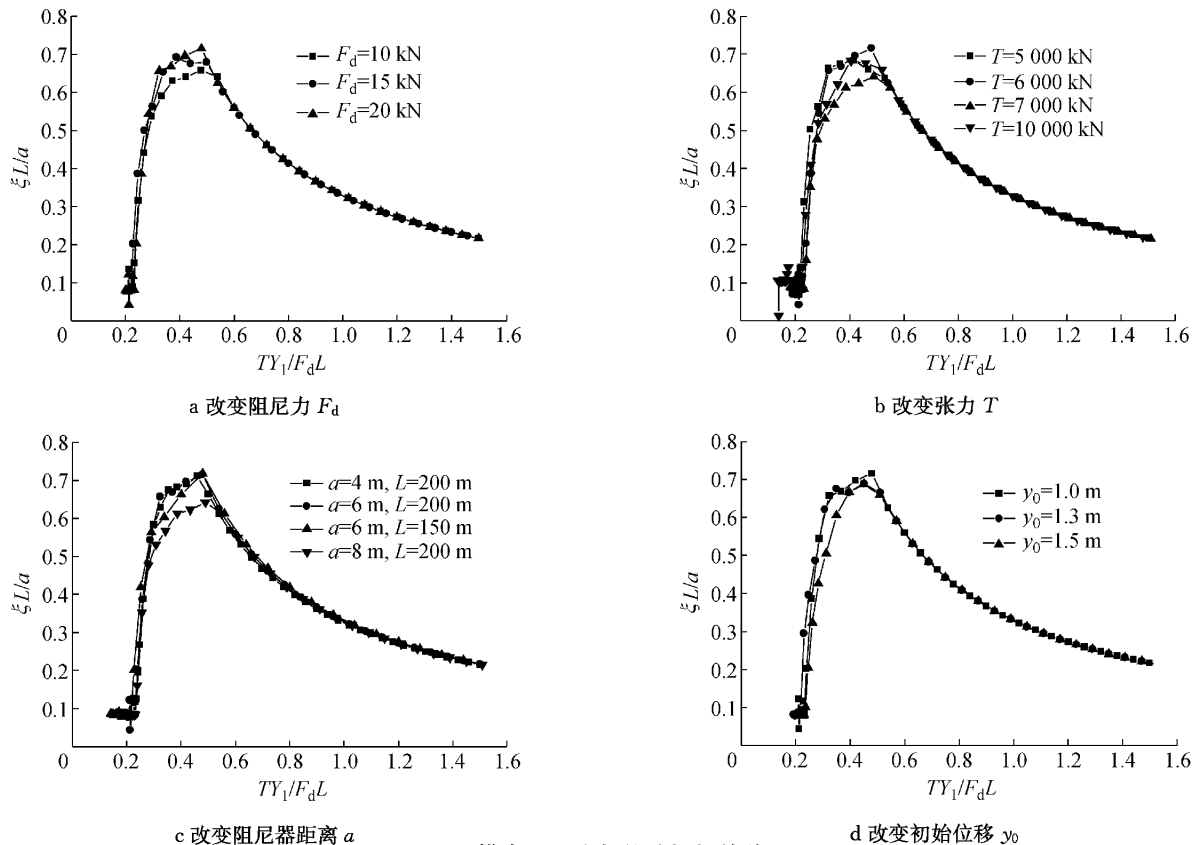


图 6 模态阻尼比与位移振幅的关系

Fig.6 Curve relating modal damping ratios with displacement amplitudes

在摩擦型阻尼器作用下(图 7),拉索的最大模态阻尼比 $\xi_{\max} L/a$ 不是一个定值,存在一个取值范围,即 ξ_{\max} 为 $0.64a/L \sim 0.72a/L$ 。这是由摩擦型阻尼器的非线性引起的,这种情况在单自由度系统中也会

发生,因为系统的最大模态阻尼比发生在摩擦型阻尼器即将被锁定的时刻,而此时所对应的实际位移振幅受振动初始条件以及阻尼器和拉索各种参数的影响会有所不同,因而导致系统最大附加阻尼分布

在一个范围而非定值. 不过, 即使 ξ_{\max} 取其下限值 $0.64a/L$ 仍高于拉索采用线性粘滞阻尼器时所获得的最大模态阻尼比 $\xi_{\max}=0.5a/L$.

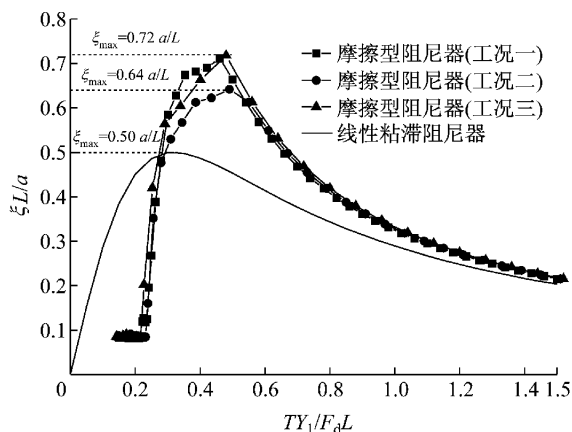


图 7 斜拉索-摩擦型阻尼器系统的通用设计曲线

Fig.7 Universal curves of the cable with friction dampers

3.3 实索试验数据验证

周海俊、孙利民等^[11]针对 5 类共 11 种阻尼器在拉索生产厂家进行了大规模的阻尼器实索减振试验, 其中有一类阻尼器就是本文所研究的摩擦型阻尼器, 本文利用当时的试验数据与数值分析结果进行了对比分析验证.

图 8 为根据实索试验三个工况所得到的 $L/4$ 位移处的通用设计曲线, 并与相应的数值分析进行了对比. 图 9 为实索 $L/8$ 位移处的通用设计曲线与相应数值分析的对比. 从图中可以看出, 实索试验结果与数值分析结果吻合很好, 说明本文关于摩擦型阻尼器作用于斜拉索振动控制的分析是正确的.

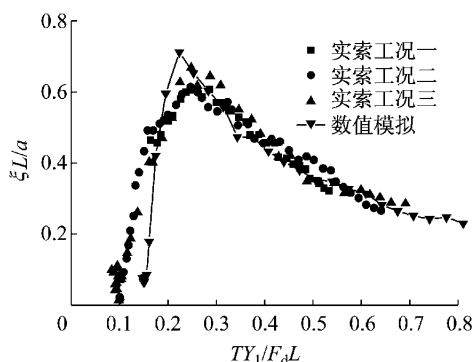


图 8 拉索 $L/4$ 处的通用设计曲线

Fig.8 Universal curves of the cable at $L/4$

4 结论

本文研究了较常用的线性粘滞阻尼器具有更高

附加阻尼特性的非线性摩擦型阻尼器的斜拉索振动控制. 首先通过单自由度系统详细分析了摩擦型阻尼器的非线性阻尼特性. 进而采用半解析半数值的分析方法对作用非线性摩擦型阻尼器的斜拉索的附加阻尼进行了参数分析, 最后将研究结果与已有实索试验数据进行了对比验证. 主要结论如下:

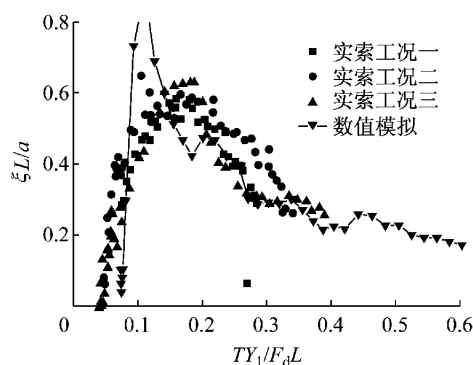


图 9 拉索 $L/8$ 处的通用设计曲线

Fig.9 Universal curves of the cable at $L/8$

(1) 采用张紧弦模型模拟斜拉索, 通过 Galerkin 方法建立了斜拉索-摩擦型阻尼器的运动方程并进行了求解.

(2) 采用半解析半数值的方法分析了斜拉索自由振动的衰减特征以及阻尼特性, 对其阻尼机理进行了讨论, 通过对系统模态阻尼比的参数分析, 得到了阻尼器参数和拉索附加阻尼关系的通用设计曲线.

(3) 研究了斜拉索-摩擦型阻尼器系统最大模态阻尼比的取值, 结果表明系统的最大模态阻尼比不是一个定值, 存在一个取值范围, 其值高于拉索采用线性粘滞阻尼器时所获得的最大模态阻尼比.

(4) 将数值结果和已有实索试验数据得到的通用设计曲线进行了对比, 二者吻合很好.

参考文献:

- [1] Pacheco B M, Fujino Y, Sulekh A. Estimation curve for modal damping in stay cables with viscous damper [J]. Journal of Structural Engineering, 1993, 119(6):1961.
- [2] Xu Y L, Yu Z. Mitigation of three-dimensional vibration of inclined sag cable using discrete oil dampers—II. application [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 214(4):675.
- [3] Yu Z, Xu Y L. Mitigation of three-dimensional vibration of inclined sag cable using discrete oil dampers—I. formulation [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 214(4):659.
- [4] Tabatabai H, Mehrabi A B. Design of mechanical viscous dampers for stay cables[J]. Journal of Bridge Engineering, 2000, 5(2):114.

(下转第 1693 页)