

# 低雷诺数 $k-\epsilon$ 模型钝体绕流场预测能力研究

杨志刚<sup>1,2</sup>, 周永祥<sup>1,2</sup>, 朱 晖<sup>1,2</sup>, 李彦龙<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学 上海地面交通工具风洞中心, 上海 201804; 2. 同济大学 上海市地面交通工具空气动力与热环境模拟重点实验室, 上海 201804)

**摘要:** 以 1:3 缩比标准 MIRA 三厢车型为对象, 基于合理的网格策略, 应用 AB、LS、AKN 和 CHC 四种低雷诺数  $k-\epsilon$  湍流模型, 对其外部绕流场进行数值仿真。以风洞试验数据为准, 通过比较气动阻力系数及车身表面压力系数, 系统研究四种低雷诺数湍流模型针对处于车体不同部位存在不同运动特征流动的仿真特性, 进而明确四种低雷诺数模型针对高雷诺数临地面钝体绕流预测能力的强弱。

**关键词:** 低雷诺数  $k-\epsilon$  模型; 风洞试验; 数值仿真

**中图分类号:** O355; U461.1

**文献标志码:** A

## Comparison of low Reynolds Number $k-\epsilon$ Models in Predicting Complicated Flow Field Around a Bluff Body

YANG Zhigang<sup>1,2</sup>, ZHOU Yongxiang<sup>1,2</sup>, ZHU Hui<sup>1,2</sup>, LI Yanlong<sup>1,2</sup>

(1. Shanghai Automotive Wind Tunnel Center, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Shanghai Key Laboratory of Vehicle Aerodynamics and Vehicle Thermal Management Systems, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** Four low Reynolds number  $k-\epsilon$  turbulence models were adopted to numerically simulate the flow field around 1:3 scaled standard Moto Industry Research Association (MIRA) sedan model with reasonable grid strategy. Based on wind tunnel test data, the feature of different low Reynolds number  $k-\epsilon$  turbulence models for simulating different flow fields with unique movement characteristics around special parts of vehicle body was studied systematically by comparing  $C_D$ , surface pressure coefficient and oil flow patterns on the surface. Finally, the levels of ability to predict the high Reynolds number flow around a bluff body near ground of four low Reynolds number  $k-\epsilon$  turbulence models was identified.

**Key words:** low Reynolds number  $k-\epsilon$  model; wind tunnel test; numerical simulation

经典  $k-\epsilon$  模型属于高雷诺数湍流模型, 在求解充分发展的湍流场时, 在近壁面区采用壁面函数法将壁面附近和湍流核心区的物理量相关联。但是, 在分离现象显著的流动中, 壁面函数法的适用性受限<sup>[1]</sup>。

有别于传统的  $k-\epsilon$  模型结合壁面函数作法, 低雷诺数模型通过引入局部雷诺数  $Re_t$  修正及附加源项修正, 使其可对流动全区域进行求解。因此, 在学理层面及低雷诺数或简单三维流动仿真实践中体现出优势<sup>[2-5]</sup>, 但对高雷诺数复杂流场计算能力尚不明确。

汽车外流场包含附着、局部分离、尾迹大分离流动现象, 属于复杂的高雷诺数临地面钝体绕流范畴<sup>[6]</sup>。本文以标准 MIRA 三厢车型<sup>[7]</sup>为对象, 在合理的网格策略及风洞实测数据的基础上, 研究四种低雷诺数湍流模型针对处于车体不同部位存在不同运动特征流动的仿真特性, 并结合车体所受气动阻力及表面压力系数的计算与试验比较数据明确四种低雷诺数模型针对高雷诺数临地面钝体绕流预测能力的强弱。

## 1 低雷诺数湍流模型

$k-\epsilon$  湍流模型引入涡粘概念将雷诺应力与平均速度梯度相联系。

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (1)$$

式中:  $\rho$  为流体密度;  $u_i$  和  $u_j$  为时均速度;  $u'_i$  和  $u'_j$  为速度脉动量;  $x_i$  和  $x_j$  为坐标;  $\delta_{ij}$  为 Kronecker delta 符号;  $k$  为湍动能;  $\mu_t$  为涡粘系数, 该项由  $k$  及修正耗散率  $\epsilon$  所决定, 定义为

$$\mu_t = \frac{c_\mu f_\mu \rho k^2}{\epsilon} \quad (2)$$

收稿日期: 2015-09-30

基金项目: 上海市地面交通工具风洞专业技术服务平台(16DZ2290400)

第一作者: 杨志刚(1961—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为流体力学。E-mail: zhigangyang@tongji.edu.cn

通讯作者: 朱 晖(1977—), 男, 讲师, 主要研究方向为汽车空气动力学。E-mail: zhuhuisuccess@163.com

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} + D \quad (3)$$

在壁面处附加源项  $D$  取  $\varepsilon$  的值, 当  $D=0, \bar{\varepsilon}=\varepsilon$ . 流场当地的  $k$  及  $\varepsilon$  由时均化半经验方程控制:

$$\rho U \frac{\partial k}{\partial x} + \rho V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \mu_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \rho \varepsilon \quad (4)$$

$$\rho U \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y} \right] + \left[ c_1 f_1 \mu_t \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \rho c_2 f_2 \bar{\varepsilon} \right] \frac{\bar{\varepsilon}}{k} + E \quad (5)$$

不同的低雷诺数模型对相关参数的模化方式及常数的取值不尽相同. 关于阻尼函数和附加源项的物理意义与有效性检验可参考文献[8]. 表 1 及表 2 总结了四种低雷诺数  $k-\varepsilon$  模型所含常数、阻尼函数以及附

加源项的模化方法. 表中  $C_\mu, C_1, C_2, \sigma_k$  和  $\sigma_\varepsilon$  为模型常数;  $f_\mu, f_1$  和  $f_2$  为阻尼函数;  $\nu$  为流体运动粘度;  $\mu$  为流体动力粘度;  $D$  和  $E$  为附加源项;  $y$  代表壁面法向坐标. 湍流雷诺数项定义为  $Re_t = k^2 / (\nu \varepsilon)$ ,  $Re_y = k^{0.5} y / \nu$ , 其他常数参考相关文献, 不赘述.

表 1 模型常数及附加源项

Tab.1 Model constants and additional source terms							
湍流模型	$C_\mu$	$C_1$	$C_2$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$D$	$E$
AB	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	0	0
LS	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	$2\nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$	$2\mu_t \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$
AKN	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	0	0
CHC	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	0	0

表 2 阻尼函数

Tab.2 Damping functions

湍流模型	$f_\mu$	$f_1$	$f_2$
AB	$\tanh(0.008 Re_y) < 1 + 4 Re_t^{-3/4} >$	1.0	$[1 - 2/9 \exp(-Re_t^2/36)]^2 [1 - (Re_y/12)]$
LS	$\exp[-3.4/(1 + Re_t/50)^2]$	1.0	$1 - 0.3 \exp(-Re_t^2)$
AKN	$\{1 + 5.0/Re_t^{3/4} \exp[-(Re_t/200)^2]\} [1 - \exp(-Re_t/14)]^2$	1.0	$\{1 - 0.3 \exp[-(Re_t/6.5)^2]\}$
CHC	$[1 - \exp(-0.0215 Re_y)]^2 [1 + 31.66/Re_t^{5/4}]$	1.0	$[1 - 0.01 \exp(-Re_t^2)] [1 - \exp(-0.0631 Re_y)]$

由于 LS 模型与 JL 模型在模化方式上基本一致<sup>[9]</sup>, 只是常数取值不同, 所以选用 LS 模型; AB 模型针对流动层湍转捩现象的预测具有优势<sup>[10]</sup>, 因此选为仿真模型之一; 汽车外流场尾迹区回流现象明显, 将 AKN 模型、CHC 模型引入仿真过程<sup>[11-13]</sup>.

## 2 流场仿真相关信息

仿真对象为 1:3 缩比 MIRA 三厢车型, 长为 1 388.3 mm; 宽为 541.7 mm; 高为 473.7 mm, 具体构造如图 1 所示.

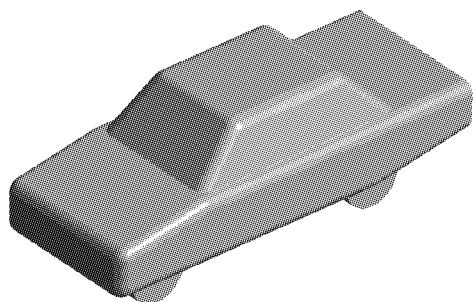


图 1 模型构造

Fig.1 Structure of model

仿真空间区域, 长为 13.88 m; 宽为 5.42 m; 高为 2.37 m; 阻塞比为 1.61%;  $x$  正向为从左到右的空气流动方向,  $z$  正向垂直向上,  $y$  正向以右手螺旋定则确定, 如图 2 所示.

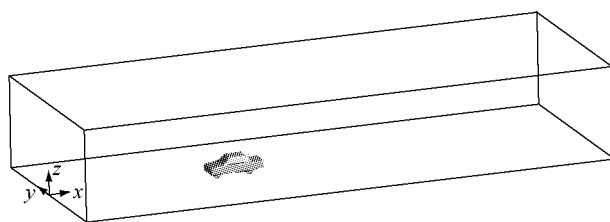


图 2 计算区域

Fig.2 Domain of simulation

仿真采用混合网格结构, 在车身周围区域建立小计算域, 采用适应性较好的四面体网格, 在外围区域采用六面体网格, 具体布局见图 3.

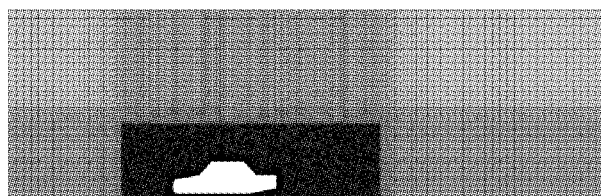


图 3 体网格布局

Fig.3 Arrangement of mesh

计算域入口边界设为速度入口, 速度均匀分布:  $U=30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, V=W=0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; 出口边界设为压力出口, 表压为 0. 车体及地面皆采用无滑移壁面边界条件, 计算域左右两侧及顶部采用对称边界条件. 按车长计算的雷诺数为  $Re \approx 2.81 \times 10^6$ .

压力速度耦合方式采用 SIMPLEC<sup>[14]</sup> 算法, 所

有算例均采用一阶精度计算 1 000 步后,调用二阶精度计算至残差降到  $10^{-4}$ ,同时对气动力进行实时监测以确保计算收敛。

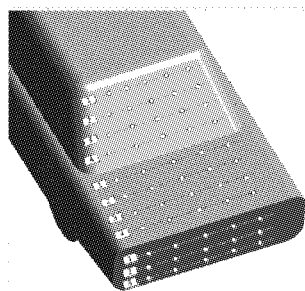
### 3 网格数的确定

采用 LS 模型,根据低雷诺数  $k-\epsilon$  模型直接求解边界层粘性底层的构建思想,以  $y^+ < 1$  控制边界层首层网格高度,并选定 5 种面网格尺寸:5,4,3,2 和 1.5 mm,对应体网格数范围:[1 820 万,6 745 万]单元。

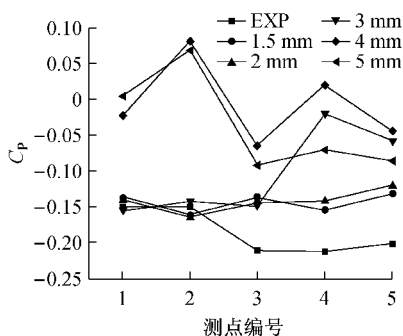
不同网格方案对应的气动阻力系数计算结果及相对误差见表 3,可知:随着网格数增多,粘性阻力系数增大,压差阻力系数整体呈现先减小后增大的趋势,3 mm 网格方案对应的压差阻力系数最小且总阻力系数相对误差最小。

表 3 气动阻力系数对比  
Tab.3 Comparison of  $C_D$

面网格/ mm	体网格/ 万单元	$C_{D\text{粘}}$	$C_{D\text{压}}$	$C_{D\text{总}}$	Err /%
5	1 820	0.042	0.262	0.304	2.53
4	2 087	0.046	0.263	0.309	4.22
3	2 714	0.050	0.249	0.299	0.84
2	4 353	0.055	0.254	0.309	4.22
1.5	6 745	0.064	0.259	0.323	8.94



a 测点示意



c 行李箱第三组

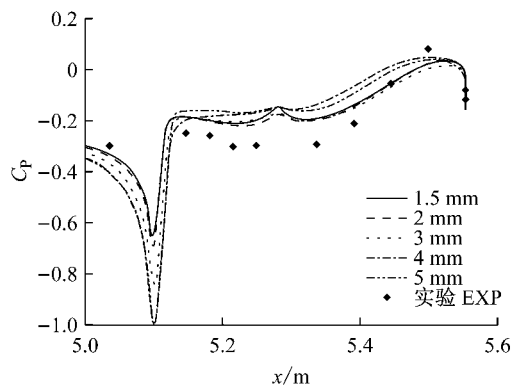
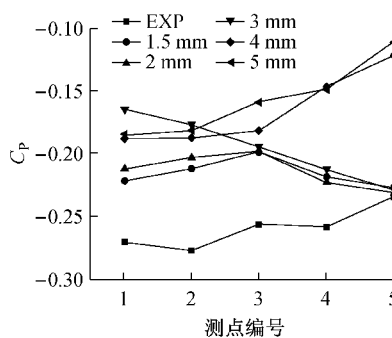


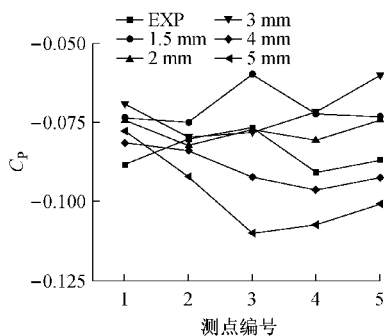
图 4 车身纵向对称面压力系数  $C_p$

Fig.4  $C_p$  of the symmetry plane

图 5 显示了车身后风窗、行李箱及尾部端面监测点的压力系数分布,测点定位方法为:先确定各区域的测点组号,然后从左至右对测点排序。通过在选定测点处实验数据与计算结果的对比,可知:从整体趋势及具体数值两方面考察,1.5 mm 网格方案的计算结果与实验数据符合良好,且具有明显的对称分布特征。



b 后风窗第二组



d 尾部端面第二组

图 5 后风窗、行李箱和尾部端面压力系数

Fig.5  $C_p$  of rear window, trunk and tail end

车身表面 254 个监测点压力系数误差的统计结果见图 6。误差大于 70% 的监测点, 1.5 mm 网格方案的数量最少, 仅有 6 个; 误差小于 10% 的监测点, 2 mm 网格方案的数量最少, 1.5 mm 网格方案和 3 mm 网格方案的数量次之。

车身表面的油流谱如图 7 所示, 各网格方案计算结果的差别主要体现在后风窗与行李箱上部的结合区域: 随着面网格尺寸的减小, 该区域的对称性逐渐趋好, 1.5 mm 网格方案的对称性显著。在几何模型对称的前提下, 理论上定常解具有对称特征; 因此由面网格尺寸引起的数值误差直接导致其他网格方案计算结果的不对称性。

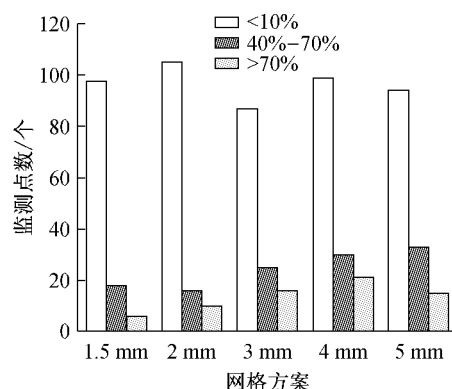


图 6 监测点压力系数的误差统计

Fig. 6 Error statistics of  $C_p$  on monitor points

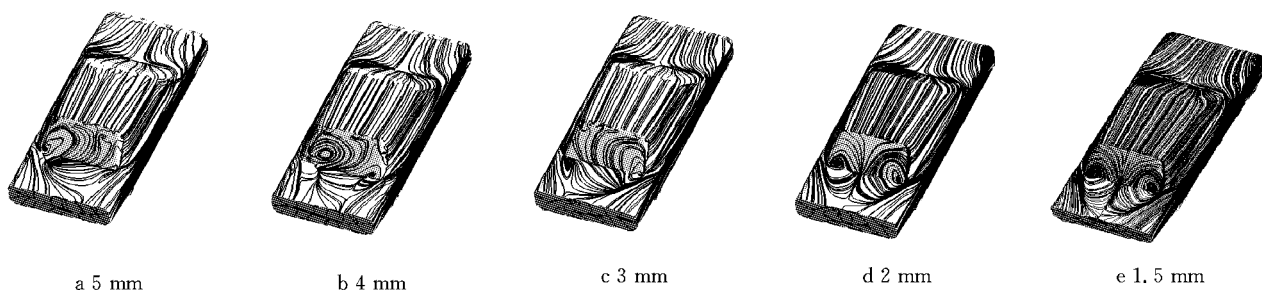


图 7 车身表面油流谱

Fig. 7 Oil flow patterns on surface of models

对气动阻力系数、车身表面压力系数、流场结构对称性三方面进行综合评估, 确定采用 1.5 mm 网格方案(网格结构及总数固定)进行不同低雷诺数模型的仿真特性研究。

#### 4 模型对比研究

四种低雷诺数模型气动阻力系数的计算结果见图 8, 倒 T 线为相对于风洞试验值的误差线。由图 8 可知: 粘性阻力系数的不同直接导致各模型计算所得总阻力系数间的差异。CHC 模型所得粘性阻力系

数最小, 为 0.046, 对应的  $C_D$  值最小, 与试验值误差为 2.19%; LS 模型所得粘性阻力系数最大, 为 0.064, 对应的  $C_D$  值最大, 为 0.323, 与试验值误差为 8.93%。

各低雷诺数模型在近壁区以外皆采用高雷诺数  $k-\epsilon$  模型对流场求解, 因而所得压差阻力系数几乎相同。在近壁区内, 不同模型的修正方法不同, 对粘性切应力的解算策略各异, 因而所得粘性阻力系数的差异较大。四种模型所得  $C_D$  值皆大于试验值, 表明各低雷诺数模型的近壁修正方法皆有对粘性切应力预测过度的可能<sup>[15]</sup>。

各模型针对纵向对称面压力系数分布预测的差异主要体现在车体后部, 如图 9 所示。由图 9 可知: AB、AKN 及 CHC 低雷诺数模型计算所得车身上、下表面的  $C_p$  分布差异较小; 以试验数据为准, 对车身上表面  $C_p$  的计算, LS 模型的精度最高; 对车身下表面  $C_p$  的计算, 在 [4.8 m, 5.3 m] 区间内, LS 模型的精度最低, 在 [5.3 m, 5.6 m] 区间内, LS 模型的精度最高, 因此四种模型对车体底部纵向对称面  $C_p$  的预测能力相当。

图 10 显示了后风窗表面监测点的压力系数分布(图 10~图 12 的测点布置见图 5a, 定位方式相同)。由图可知: 由于气流在后风窗上缘产生分离且

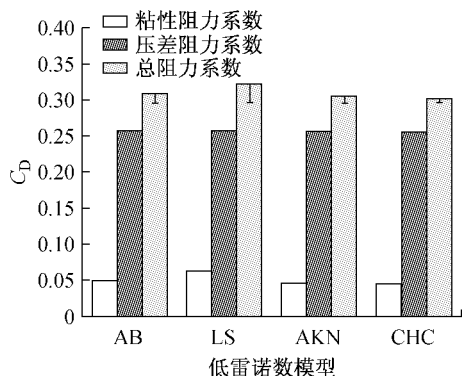


图 8 气动阻力系数对比

Fig. 8 Comparison of  $C_D$

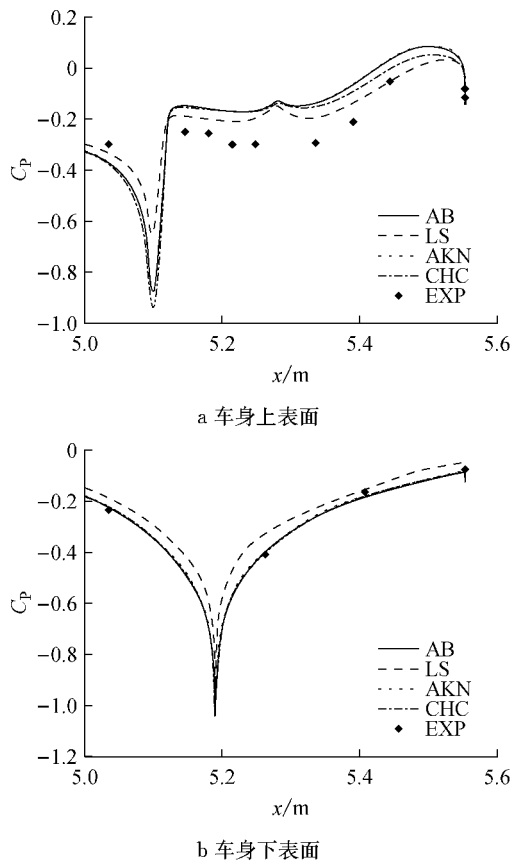


图9 纵向对称面压力系数对比

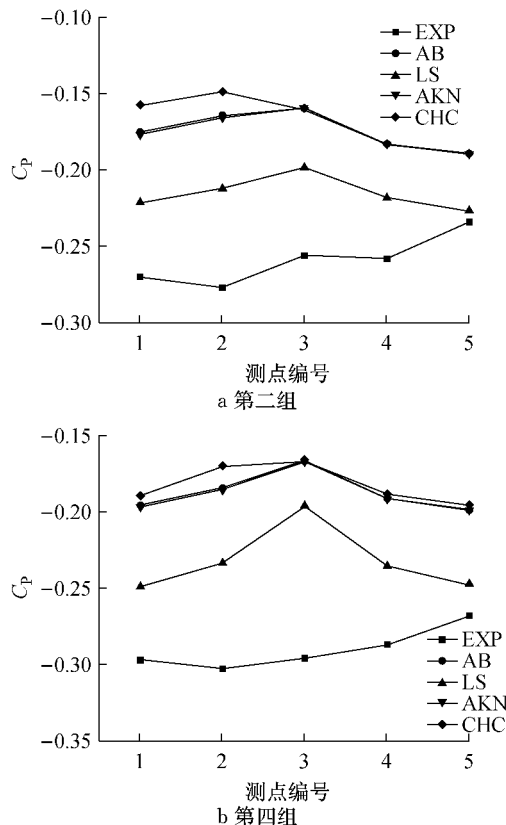
Fig.9 Comparison of  $C_p$  on  $y=0$  plane

图10 后风窗监测点压力系数对比

Fig.10 Comparison of  $C_p$  on rear window

在越过C柱后形成拖曳涡对,增强了流动三维性及非定常性,致使四种低雷诺数模型计算结果在数值上与试验值之间存在较大偏差,但趋势一致性尚可。因为低雷诺数模型没有完全摆脱时均化两方程概念,所以针对分离及三维性较强流动区域的预测能力有限。

图11显示了行李箱表面监测点的压力系数分布。由图11可知:由于行李箱上部的气流再附着、结构边缘的气流分离以及C柱拖曳涡的发展,使得该处流动的三维性及非定常性显著,导致四种低雷诺数模型计算结果在数值上与试验值之间差异较大,但LS模型计算结果的趋势一致性较好,明显优于AB模型、AKN模型及CHC模型。

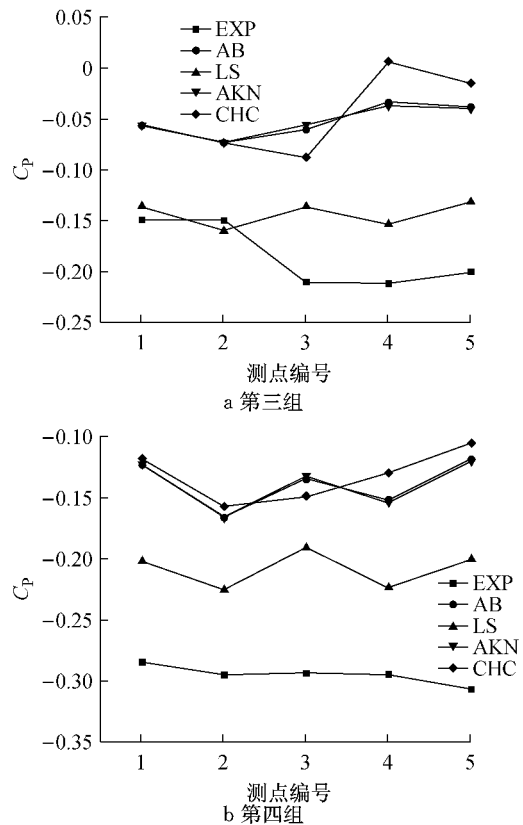


图11 行李箱监测点压力系数对比

Fig.11 Comparison of  $C_p$  on trunk

图12显示了车体尾部端面选定监测点的压力系数分布。由图12可知:由于车体尾部流动大分离结构的存在,四种低雷诺数模型计算结果在数值上与试验值之间存在较大偏差,仅LS模型计算结果的趋势一致性良好,其他模型皆出现趋势预测失真的现象。

图13显示了车底上翘面选定监测点的压力系数分布。由图13可知:由于车底上翘面受到轮后分离流动及地面效应的影响,四种低雷诺数模型计算

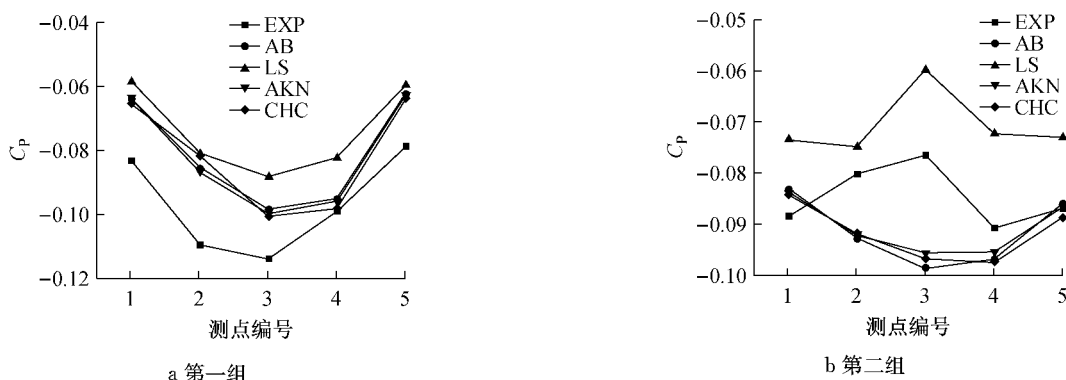


图 12 尾部端面监测点压力系数对比

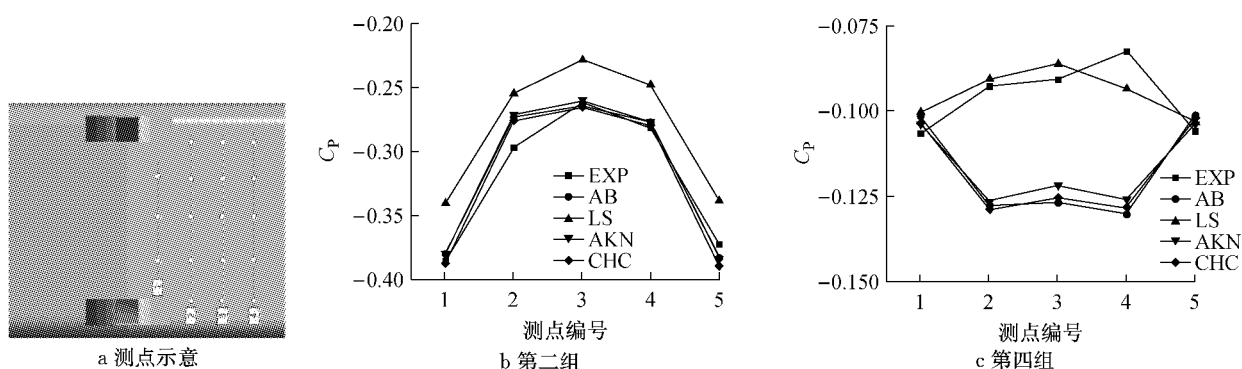
Fig.12 Comparison of  $C_p$  on tail end

图 13 上翘面监测点压力系数对比

Fig.13 Comparison of  $C_p$  on upswept surface

结果在数值上与试验值之间依然存在偏差,仅 LS 模型计算结果的趋势一致性良好,其他模型皆出现趋势预测失真的现象。

图 14 统计了车身表面 254 个监测点在压力系数误差区间的分布情况:误差小于 10% 的监测点,LS 模型的数量最多;误差大于 70% 的监测点,LS 模型仅有 6 个,AB 模型、AKN 模型和 CHC 模型分别有 14 个、13 个和 13 个,主要分布在前轮内侧边缘、行李箱边缘和后风窗侧面。

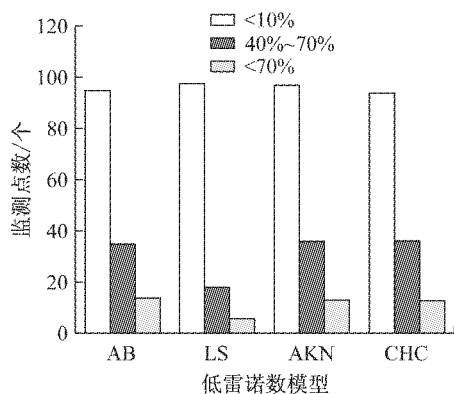


图 14 各模型压力系数的误差

Fig.14 Error of  $C_p$  solved by different models

## 5 结论

(1) 针对 1:3 缩比三厢车形体,面网格尺寸引起的数值误差是不对称现象的主因,在  $y^+ < 1$  的前提下,面网格尺寸降至 1.5 mm,网格量达到在  $y^+ < 1$  的前提下,当网格量达到 6 700 万单元时,符合学理的流场对称性得以体现;

(2) 对流动三维性弱,分离及附着点明确的车体头部及顶部区域流动,四种湍流模型预测能力相当,且与试验值符合良好;

(3) 对车体底部存在分离/附着及地面效应的流动,LS 模型预测能力最强;

(4) 对流动三维性强、分离及附着点漂移、非定常特征显著的车体后风窗及行李箱区域流动,LS 模型预测能力最强;对车体尾部存在大分离结构的流动,LS 模型预测能力最强;

(5) 以  $C_D$  为准,CHC 模型的计算结果最接近试验值;以  $C_p$  为准,LS 模型预测能力最强。

## 参考文献:

- [1] Patel V C, Rodi W, Scheuerer G. Turbulence models for near wall and low Reynolds number flows: a review [J]. AIAA Journal, 1985, 23(9): 1308.
- [2] Hrenya C M, Bolio E J, Chakrabarti D, *et al.* Comparison of low Reynolds number  $k-\epsilon$  turbulence models in predicting fully developed pipe flow [J]. Chemical Engineering Science, 1995, 50(12): 1923.
- [3] Ganesh R I, Savash Y. Comparison of low Reynolds number  $k-\epsilon$  models in simulation of momentum and heat transport under high free stream turbulence [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1999, 42: 723.
- [4] Sushil K R, Manab K D. Comparison of two low Reynolds number turbulence models for fluid flow study of wall bounded jets [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2013, 61: 365.
- [5] Carla C, Rui S, Fernando G, *et al.* Application of different low Reynolds  $k-\epsilon$  turbulence models to model the flow of concentrated pulp suspensions in pipes [J]. Procedia Engineering, 2015, 102:1326.
- [6] Hucho W H. Aerodynamics of road vehicles[M]. 4th ed[S. L.]: SAE Inc, 2004.
- [7] Carr G. W, Stapleford W. R. Blockage Effects in Automotive Wind-Tunnel Testing[C] // SAE International Congress and Exposition.[S. L.]: SAE, 1986: 860093.
- [8] Launder B E, Sharma B I. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc[J]. Letters in Heat and Mass Transfer, 1974, 1(2): 131.
- [9] Jones W P, Launder B E. The calculation of low Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulence [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1973, 16(6): 1119.
- [10] Abid R. Evaluation of two-equation turbulence models for predicting transitional flows [J]. International Journal of Engineering Science, 1993, 31 (6):831.
- [11] Abe K, Kondoh T, Nagano Y. A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows I: Flow field calculations [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1994, 37 (1): 139.
- [12] Chang K C, Hsieh W D, Chen C S. A modified low Reynolds number turbulence model applicable to recirculating flow in pipe expansion [J]. Journal of Fluids Engineering, 1995, 117: 417.
- [13] Hsieh W D, Chang K C. Calculation of wall heat transfer in pipe-expansion turbulence flows [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1996, 39 : 3813.
- [14] Van doormal J P, Raithby G D. Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows [J]. Heat Transfer, 1984(7): 147.
- [15] 严明, 宿兴远, 魏然, 等. 应用改进的低雷诺数湍流模型预测转捩流动[J]. 航空动力学报, 2009, 24(12): 2683.
- YAN Ming, SU Xingyuan, WEI Ran, *et al.* Prediction of transitional flows using an improved low Reynolds number turbulence model with transition sensitivity [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(12): 2683.