

具有未知输入非线性系统的自适应观测器设计

朱芳来, 蒋 鹏, 李晓航

(同济大学 电子与信息工程学院, 上海 201804)

摘要: 针对具有未知输入和传感器噪声的非线性系统, 讨论了基于 T-S(Takagi-Sugeno)模型的未知输入观测器设计方法. 首先, 给出了基于非线性系统构造 T-S 模型系数矩阵的计算方法. 然后, 以 T-S 模型作为设计模型, 通过扩展传感器噪声为辅助状态向量的方式, 将系统扩展为增维系统. 继而, 针对 T-S 模型, 设计模糊自适应观测器以达到对非线性系统状态, 未知输入和传感器噪声同时估计之目的. 为此, 基于线性矩阵不等式, 给出了观测器存在的充分性条件. 最后, 通过实例仿真验证了此方法的有效性.

关键词: 自适应观测器; T-S 模型; 未知输入重构; 传感器噪声重构; 不可测前件变量

中图分类号: TH317

文献标志码: A

Adaptive Observer Design with Unknown Inputs for Nonlinear Systems

ZHU Fanglai, JIANG Peng, LI Xiaohang

(1. School of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: For the nonlinear systems with unknown inputs and measurable noises, the design method of unknown input observer based on the T-S model is discussed. At first, the calculation method of the coefficient matrix of the T-S model constructed based on nonlinear system is presented. Then, the T-S model is used as the design model, and the system is extended to an augmented system by extending the measurable noise as an auxiliary state. And then, for the T-S model, a fuzzy adaptive observer is designed to achieve the objective of the simultaneous estimations of the states, the unknown inputs and the measurable noises of the nonlinear system. Meanwhile, the sufficient condition of the existence of the observer is given based on a linear matrix inequality. Finally, simulation examples demonstrate the effectiveness of this method.

Key words: adaptive observer; T-S model; unknown input

reconstruction; measurement noise reconstruction; unmeasured premise variables

在实际的控制系统中, 未知输入具有广义的含义, 它可以是模型参数的不确定性, 可以是系统所受到的外部干扰, 也可以是系统的执行器故障信号等. 基于这样的原因, 未知输入观测器(unknown input observers, UIO)设计的研究, 具有重要意义和很好的应用前景, 如在容错控制、故障诊断与隔离和基于混沌同步的保密通讯等方面的应用, 都有很好的应用, 因而 UIO 设计成为控制领域所关注的热点问题之一^[1-3]. 例如, 文献[1]针对一类带有未知输入和相应延迟的线性系统, 设计了未知输入观测器. 文献[2]对具有未知输入的线性系统, 在观测器匹配条件不满足的情况下, 设计了降维和高阶滑模观测器来估计系统的状态. 文献[3]通过代数矩阵运算的方式, 对线性变参数系统设计了未知输入观测器.

T-S 模糊模型作为描述复杂非线性系统的有效手段之一, 自提出以来, 便得到国内外学者的广泛关注. T-S 模型有着简单的动态结构, 且能以任意的精度逼近任何一个光滑的非线性函数, 这使得借用线性系统的设计方法来解决一些非线性问题就成为可能, 由于这样的原因, 基于 T-S 模糊模型的观测器设计, 成为观测器设计领域中的研究热点之一^[4-8]. 例如, 文献[4]针对非线性动态系统, 通过一步一步的将高阶滑模观测器扩展为 T-S 模糊模型方法, 提出了一种传感器故障检测与隔离问题的解决方案. 文献[5]对动态 T-S 模糊系统, 分析和设计了两种不同的滑模观测器. 文献[6]对具有未知多项式输入的 T-S 模糊系统, 设计了自适应观测器来同时估计状态和未知输入. 文献[7]研究了离散模糊观测器设计方法, 提出了一种新的将非线性矩阵不等式(LMI)

收稿日期: 2015-10-29

基金项目: 国家自然科学基金(61074009).

第一作者: 朱芳来(1965—), 男, 教授, 工学博士, 博士生导师; 主要研究方向为观测器设计, 故障诊断与容错控制等.

E-mail: zhufanglai@tongji.edu.cn

条件转化为 LMI 形式的解耦方法,并将其应用到主动容错控制中.文献[8]针对具有传感器故障的模糊随机系统,设计了鲁棒观测器进行故障估计,同时,基于观测器给出了模糊容错控制方案.值得注意的是,许多现有的工作是建立在可测量前件变量 T-S (Takagi-Sugeno)模型的情况下完成的,然而在许多实际情况下,其前件变量是不可测的.目前,在基于 T-S 模型的观测器设计研究中,对于前件不可测的情况得到了广泛关注,并提出了一些成果^[9-11].例如,文献[9]对具有不可测前件变量的 T-S 模糊系统,设计了未知输入比例积分观测器.文献[10]针对不可测前件变量的 T-S 模糊系统,采用广义冗余的方法,设计了鲁棒 H_∞ 跟踪器.文献[11]基于不可测前件变量设计了观测器,以达到故障诊断的目的.然而从目前已有的研究成果来看,文献[1-3,6]只考虑了未知输入的估计,文献[4,8,11]也只对故障进行诊断,而对同时具有未知输入和传感器故障的观测器设计尚未有报道.因而,基于前件为未知的 T-S 模型,讨论同时具有未知输入和传感器噪声的未知输入观测器设计,具有重大意义.

本文针对不可测前件变量的 T-S 模糊系统,在具有未知输入和传感器噪声的情况下,提出一种模糊自适应观测器设计方法来估计非线性系统的状态,同时还给出了未知输入和传感器噪声重构的方法.本文的主要创新点体现在:对不可测前件变量的模糊系统,设计了模糊自适应观测器,并提出了状态、未知输入和传感器噪声同时估计的方法.

1 T-S 模型构造

考虑一类非线性系统模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A\phi(t) + Bu + D\eta(t) \\ y(t) = Cx(t) + E\omega(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^p$, $u \in \mathbb{R}^m$ 分别为状态、可测输出和控制输入向量; $\eta \in \mathbb{R}^r$ 和 $\omega \in \mathbb{R}^w$ 分别是未知输入和传感器噪声.函数 ϕ 为非线性项. $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 和 $E \in \mathbb{R}^{p \times w}$ 为相应维数的矩阵.假设矩阵 D 和 E 列满秩.

假设 1: 函数 ϕ 是连续可微的, $\phi(0) = 0$.

考虑 T-S 模糊模型如下:

如果 $z_1(t)$ 是 F_1^i , 且, \dots , 且 $z_s(t)$ 是 F_s^i , 则:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + Bu + D\eta(t) \\ y(t) = Cx(t) + E\omega(t) \end{cases}$$

式中: $z_j(t)$ 为前件变量; F_j^i 为第 i 条规则第 j 个变量的模糊集, 对应的隶属度函数为 $\delta_j^i(z_j(t))$, $i = 1, 2, \dots, h$, h 为模糊规则数, $j = 1, 2, \dots, s$, s 为前件变量数.因此, 非线性系统(1)可由 T-S 模型近似给出:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h h_i(z(t)) (A_i x(t) + Bu(t) + D\eta(t)) \\ y(t) = Cx(t) + E\omega(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 是第 i 个局部模型具有相应维数的矩阵, 而

$$h_i(z(t)) = \prod_{k=1}^s \delta_k^i(z_k(t)) / \sum_{i=1}^h \prod_{k=1}^s \delta_k^i(z_k(t))$$

为模糊权值, 且满足 $0 \leq h_i(z(t)) \leq 1$ 及 $\sum_{i=1}^h h_i(z(t)) = 1$.

式(2)中具体参数矩阵可由文献[12]提出的方法得到, 对任意状态 $x^{(j)}$, $j = 1, \dots, N$, N 是局部线性模型的个数, 求出 A_j 和 B_j , 满足:

$$\phi(x^{(j)}) + B(x^{(j)})u = A_j x^{(j)} + B_j u \quad (3)$$

对此, 对任意的 u , 有 $B(x^{(j)}) = B_j$, 对状态 $x^{(j)}$ 的邻域 x , 有常数矩阵 A_j 满足 $\phi(x) \approx A_j x$. 但对于状态 $x^{(j)}$, 希望得到 $\phi(x^{(j)}) = A_j x^{(j)}$. 因此, 定义 a_i^T 为矩阵 A_j 的第 i 行, 则可得到

$$\begin{cases} \phi_i(x) \approx a_i^T x \\ \phi_i(x^{(j)}) = a_i^T x^{(j)} \end{cases} \quad (4)$$

根据泰勒公式展开式(4)并忽略高阶项, 则:

$$\phi_i(x^{(j)}) + \nabla \phi_i(x^{(j)})^T (x - x^{(j)}) \approx a_i^T x \quad (5)$$

其中 $\nabla \phi_i(x)$ 为 ϕ_i 在 x 的梯度, 根据式(4)和式(5), 有 $\nabla \phi_i(x^{(j)})^T (x - x^{(j)}) \approx a_i^T (x - x^{(j)})$. 为了使常数向量 a_i 无限接近 $\nabla \phi_i(x^{(j)})$, 满足 $a_i^T x^{(j)} = \phi_i(x^{(j)})$ 可以通过一个优化问题求解, 即

$$\min \frac{1}{2} \|\nabla \phi_i(x^{(j)}) - a_i\|_2^2 \quad (6)$$

根据文献[13]给出的方法求解式(6), 则对 $x^{(j)} \neq 0$, 有

$$a_i = \nabla \phi_i(x^{(j)}) + \frac{\phi_i(x^{(j)}) - x^{(j)T} \nabla \phi_i(x^{(j)})}{\|x^{(j)}\|^2} x^{(j)}$$

定义 $D\phi(x^{(j)})$ 为 ϕ 在 $x = x^{(j)}$ 出的雅克比矩阵, 非线性系统(1)可转化为

$$\dot{x} = A_j x + B_j u + D\eta.$$

其中

$$\begin{cases} A_j = \left[D\phi(x^{(j)}) + \frac{(\phi(x^{(j)}) - D\phi(x^{(j)})x^{(j)})x^{(j)T}}{\|x^{(j)}\|^2} \right] \\ B_j = B(x^{(j)}) \end{cases} \quad (7)$$

命题 1 根据假设 1, 对于任意的 $\varepsilon_\phi > 0$, 存在带有模糊权值 $h_i(\cdot)$ 的 T-S 模糊系统(2), 可近似地描述系统(1), 其近似误差为

$$\left\| \phi(x) - \sum_{i=1}^h h_i(x) A_i x(t) \right\| \leq \varepsilon_\phi$$

证明 因为矩阵 B, C, D, E 是常数矩阵, 所以这是对文献[14]中证明的简单扩展.

引理 1 给定一个标量 $\delta > 0$. 对任意的向量 α 和 β , 有:

$$\alpha^T \beta + \beta^T \alpha \leq \delta \alpha^T \alpha + \delta^{-1} \beta^T \beta$$

注 1 隶属度函数通常是非线性的, 且依赖于前件变量的选取. 对于系统而言, 如果前件变量只包含 $\{u(t), y(t)\}$, 则前件变量是可测的; 如果包含系统状态 $x(t)$, 则是不可测的. 本文讨论的前件变量取为 $z(t) = x(t)$, 即前件变量是不可测的情形.

本文的主要目的, 是以 T-S 模型(2)为设计模型, 设计自适应观测器, 来估计原非线性系统(1)的状态, 同时给出未知输入和传感器噪声的重构方法. 为后续阐述方便, 在不引起歧义的情况下将变量进行简写, 如 $\Gamma(t)$ 写成 Γ .

2 自适应观测器设计

引入状态向量 $\bar{x} = [x^T \ \omega^T]^T \in \mathbb{R}^{n+w}$, 相应地, 定义 $\bar{A}_i = [A_i \ 0_{n \times w}] \in \mathbb{R}^{n \times (n+w)}$, $\bar{C} = [C \ E] \in \mathbb{R}^{p \times (n+w)}$ 并且 $T = [I_n \ 0_{n \times w}] \in \mathbb{R}^{n \times (n+w)}$, 则系统(2)可以改写为

$$\begin{cases} T\dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^h h_i(x) (\bar{A}_i \bar{x} + Bu + D\eta) \\ y(t) = \bar{C}\bar{x} \end{cases} \quad (8)$$

如果系统(8)存在自适应观测器, 就可以同时估计出 x 和 ω . 下面将设计一个自适应观测器来同时估计 x, ω 和 η .

对于系统(8), 设计自适应观测器如下:

$$\begin{cases} \dot{z} = \sum_{i=1}^h h_i(\hat{x}) (N_i z + L_i y + GBu + GD\hat{\eta}) \\ \hat{x} = z - Fy \\ \hat{y} = \bar{C}\hat{x} \\ \dot{\hat{\eta}} = \sum_{i=1}^h h_i(\hat{x}) (\Phi_i(y - \hat{y})) \end{cases} \quad (9)$$

式中: $z \in \mathbb{R}^{n+w}$ 是中间变量, $\hat{x} = [\hat{x}^T \ \hat{\omega}^T]^T$ 是 $[x^T \ \omega^T]^T$ 的估计. $\hat{\eta}$ 是未知输入的估计. 如下希望确定矩阵 N_i, L_i, G, F 和 $[G \ F] \begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix} = I_{n+w}$, 使观

测器(9)能在一定意义下估计系统(8)的状态.

注 2 式(9)通过自适应调节律实现了未知输入 η 的在线跟踪, 所以称式(9)所设计的观测器为自适应观测器. 与文献[15]中的方法相比, 本文式(9)中的第 4 个方程对未知输入的估计, 只用到了输出误差的信息, 而文献[15], 用到了输出误差的导数.

引理 2 存在两个矩阵 $G \in \mathbb{R}^{(n+w) \times n}$ 和 $F \in \mathbb{R}^{(n+w) \times p}$ 满足:

$$GT = I_{n+w} + F\bar{C} \quad (10)$$

证明 式(10)可等效为

$$[G \ F] \begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix} = I_{n+w} \quad (11)$$

由于矩阵 E 是列满秩的, 根据矩阵 T 和 \bar{C} 的定义, 知矩阵 $\begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix}$ 列满秩, 所以有矩阵 $\begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix}$ 的广义逆

$$\begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix}^+ = \left(\begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix}^T$$

存在. 于是式(11)存在关于矩阵 G 和 F 的解, 它们的一个解为

$$G = \begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} I_n \\ 0_{p \times n} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} T \\ -\bar{C} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} 0_{p \times n} \\ I_p \end{bmatrix} \quad (12)$$

定义估计误差 $e = \bar{x} - \hat{x}$, 则 $e = \bar{x} - z + Fy = (I_{n+w} + F\bar{C})\bar{x} - z = GT\bar{x} - z$.

所以误差动态系统可描述为

$$\begin{aligned} \dot{e} &= GT\dot{\bar{x}} - \dot{z} = G \sum_{i=1}^h h_i(x) (\bar{A}_i \bar{x} + Bu + D\eta) - \\ &\sum_{i=1}^h h_i(\hat{x}) (N_i z + L_i y + GBu + GD\hat{\eta}) = \\ &\sum_{i=1}^h h_i(\hat{x}) (G\bar{A}_i \bar{x} + GBu + GD\eta - N_i z - \\ &L_i y - GBu - GD\hat{\eta}) + \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) = \\ &\sum_{i=1}^h h_i(\hat{x}) (G\bar{A}_i \bar{x} + GD\hat{\eta} - N_i z - L_i y + \\ &N_i GT\bar{x} - N_i GT\bar{x}) + \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) = \\ &\sum_{i=1}^h h_i(\hat{x}) (N_i e + (G\bar{A}_i - L_i \bar{C} - N_i - \\ &N_i F\bar{C})\bar{x} + GD\hat{\eta}) + \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) \end{aligned}$$

其中 $\Psi(x, \hat{x}, u, \eta) = \sum_{i=1}^h (h_i(x) - h_i(\hat{x})) (G\bar{A}_i \bar{x} + GBu + GD\eta)$

假设 2 $\|\Psi(x, \hat{x}, u, \eta)\| \leq \beta \|e\|$, 且 β 是正的标量.

定义未知输入估计误差为 $\hat{\eta} = \eta - \hat{\eta}$. 如果令

$$N_i = G\bar{A}_i - L_i\bar{C} - N_i\bar{F}C \quad (13)$$

则误差方程可被描述为

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^h h_i(\hat{x})(N_i e + G D \eta) + \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) \quad (14)$$

此外,如果令 $H_i = L_i + N_i F$, 则式(13)可等效描述为

$$N_i = G\bar{A}_i - H_i\bar{C} \in \mathbf{R}^{(n+w) \times (n+w)} \quad (15)$$

同理

$$L_i = H_i - N_i F \in \mathbf{R}^{(n+w) \times p} \quad (16)$$

假设3 未知输入是常数或者是缓时变故障,即 $\dot{\eta} \approx 0$.

注3 故障可分为常数和缓时变故障. 例如,在现实系统中,硬件突然遭到破坏或者出现大的偏差,就可以称之为常数故障;由于组件磨损和老化而导致的执行器性能的缓慢下降,可作为缓时变故障. 因而,对于常数故障的检测和重构,具有重大意义.

根据假设3和式(9)的第4个方程,未知输入估计误差动态方程为

$$\dot{\hat{\eta}} = \hat{\eta} - \sum_{i=1}^h h_i(\hat{x})(\Phi_i \bar{C} e) = - \sum_{i=1}^h h_i(\hat{x})(\Phi_i \bar{C} e) \quad (17)$$

令 $\bar{e} = \begin{bmatrix} e \\ \hat{\eta} \end{bmatrix}$, 将式(15)代入式(14),再结合式(17),可以得到:

$$\dot{\bar{e}} = \sum_{i=1}^h h_i(\hat{x})((\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C})\bar{e}) + \hat{I}\Psi(x, \hat{x}, u, \eta) \quad (18)$$

式中 $\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} G\bar{A}_i & GD \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\tilde{L}_i = \begin{bmatrix} H_i \\ \Phi_i \end{bmatrix}$, $\tilde{C} = [\bar{C} \quad 0]$, $\hat{I} = \begin{bmatrix} I_{n+w} \\ 0_{r \times (n+w)} \end{bmatrix}$. 其中 \tilde{L}_i 是未知待确定的矩阵.

定理1 针对系统(8),对于给定的正的标量 β 和 ε_1 ,如果对正定矩阵 $P \in \mathbf{R}^{(n+w+r) \times (n+w+r)}$ 和矩阵 $X_i \in \mathbf{R}^{(n+w+r) \times p}$ 使如下的线性矩阵不等

$$\Omega' = \begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T P - \tilde{C}^T X_i^T + P\tilde{A}_i - X_i \tilde{C} + \varepsilon_1 \beta^2 \hat{I} \hat{I}^T & P \\ P^T & -\varepsilon_1 I \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

有可行解,再取 $\tilde{L}_i = P^{-1} X_i$, 则误差系统(18)是渐近稳定的.

证明 选取李雅普诺夫函数 $V = e^T P e$, 其随着误差动态系统(18)的微分为

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^h h_i(\hat{x})(\bar{e}^T((\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C})^T P + P(\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C}))\bar{e}) +$$

$$2\bar{e}^T P \hat{I} \Psi(x, \hat{x}, u, \eta)$$

通过引理1和假设2,且 $\beta > 0$, 即可以得出:

$$2\bar{e}^T P \hat{I} \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) \leq$$

$$\varepsilon_1^{-1} \bar{e}^T P P \bar{e} + \varepsilon_1 \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) \hat{I}^T \hat{I} \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) =$$

$$\varepsilon_1^{-1} \bar{e}^T P P \bar{e} + \varepsilon_1 \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) =$$

$$\varepsilon_1^{-1} \bar{e}^T P P \bar{e} + \beta^2 \varepsilon_1 \bar{e}^T \hat{I} \hat{I}^T \bar{e}$$

所以

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^h h_i(\hat{x})(\bar{e}^T((\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C})^T P +$$

$$P(\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C}))\bar{e}) + 2\bar{e}^T P \Psi(x, \hat{x}, u, \eta) \leq$$

$$\sum_{i=1}^h h_i(\hat{x})(\bar{e}^T((\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C})^T P + P(\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C}))\bar{e} +$$

$$\varepsilon_1^{-1} \bar{e}^T P P \bar{e} + \beta^2 \varepsilon_1 \bar{e}^T \hat{I} \hat{I}^T \bar{e}) =$$

$$\sum_{i=1}^h h_i(\hat{x}) \bar{e}^T \Omega \bar{e}$$

其中

$$\Omega = (\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C})^T P + P(\tilde{A}_i - \tilde{L}_i \tilde{C}) + \varepsilon_1^{-1} P P + \beta^2 \hat{I} \hat{I}^T$$

通过对式(19)运用 Schur 补定理,可以得到 $\dot{V} < 0$. 因此,误差方程(18)是渐近稳定的.

在得到 \hat{x} 的情况下,就可以容易地表示出状态估计 $\hat{x} = [I_n \quad 0] \hat{x}$ 和传感器噪声估计 $\hat{\omega} = [0 \quad I_w] \hat{x}$. 未知输入可由式(9)在线估计出.

观测器(9)的未知矩阵 N_i , L_i , G , F 和 Φ_i 的计算方法总结如下:

步骤1:通过式(12)计算出矩阵 G 和 F .

步骤2:计算线性矩阵不等式(19),得到矩阵 X_i 和 P ,于是计算出 $\tilde{L}_i = P^{-1} X_i$.

步骤3:由 $H_i = [I_{n+w} \quad 0] \tilde{L}_i$ 和 $\Phi_i = [0 \quad I_q] \tilde{L}_i$ 分别计算出矩阵 H_i 和 Φ_i .

步骤4:通过式(15)和式(16),计算出矩阵 N_i 和 L_i .

3 仿真

考虑一个由直流电机驱动的倒立摆^[16-17],如图1所示.其基本控制输入方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ K_1 \sin x_1 + K_2 x_3 \\ K_3 x_2 + K_4 x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_5 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ K_6 \\ 0 \end{bmatrix} \eta$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_7 \\ K_8 \end{bmatrix} \omega$$

其中 $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta} = \omega, x_3 = I$. 具体参数 $K_1 = 9.8, K_2 = 1.0, K_3 = -10, K_4 = -10, K_5 = 10, K_6 = 1.0, K_7 = 0.01, K_8 = -2$.

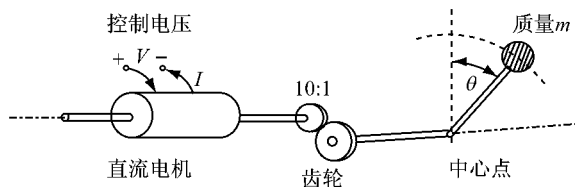


图1 倒立摆

Fig.1 Inverted pendulum

通过文中第1部分提到的方法,系统可转化为局部线性系统,如下:

$$\dot{x} = A_1 x + Bu + D\eta, \quad y = Cx + E\omega$$

取两个平衡点为

$$x_0^1 = [0 \ 0 \ 0]^T, \quad x_0^2 = [\pi/2 \ 0 \ 0]^T$$

则

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 9.8 & 0 & 1 \\ 0 & -10 & -10 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -10 & -10 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0.01 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

控制输入 $u = \sin t$, 未知输入 $\eta = \begin{cases} 0, & (0 \leq t < 5) \\ 5, & (5 \leq t \leq 30) \end{cases}$ 和传感器噪声 $\omega = 5 \cos t$. 系统的

初始状态 $x_0 = [0.01 \ 0 \ 0]^T$, 观测器的初始状态 $\hat{x}_0 = [0.02 \ 0 \ 0]^T$. 选取隶属度函数为 $\delta_1^1(z(t))$

$$= \begin{cases} \frac{\sin x_1(t)}{x_1(t)}, & x_1(t) \neq 0 \\ 1, & x_1(t) = 0 \end{cases}, \quad \delta_1^2(z(t)) = 1 - \delta_1^1(z(t)).$$

因为 $\delta_1^1(z(t)) + \delta_1^2(z(t)) = 1$, 所以模糊权值函数与隶属度函数相等, 即模糊权值函数为

$$\begin{cases} h_1(z(t)) = \begin{cases} \frac{\sin x_1(t)}{x_1(t)}, & x_1(t) \neq 0 \\ 1, & x_1(t) = 0 \end{cases} \\ h_2(z(t)) = 1 - h_1(z(t)). \end{cases}$$

选取参数 $\beta = 1, \epsilon_1 = 1$.

通过求解线性矩阵不等式(LMI)式(19)得到:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 17.84 & 0.07 \\ 25.17 & 0.31 \\ -14.48 & 1.26 \\ -7.24 & -7.70 \end{bmatrix},$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 17.85 & 0.07 \\ 15.42 & 0.27 \\ -14.54 & 1.26 \\ -7.27 & -7.70 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_1 = [15.15 \ 0.07], \quad \Phi_2 = [15.18 \ 0.07].$$

通过式(15)和式(16)可得:

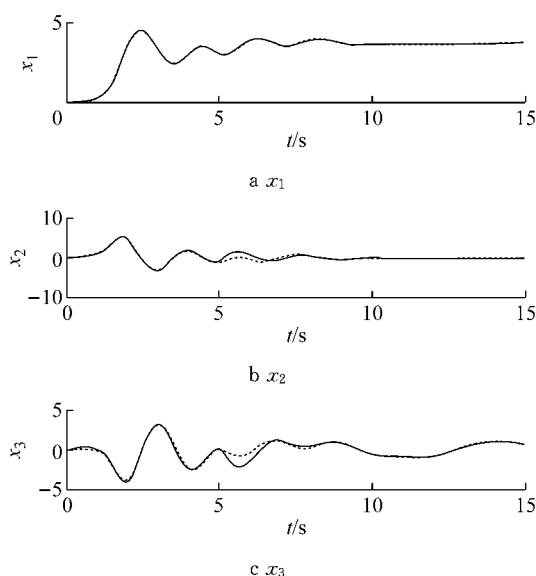
$$N_1 = \begin{bmatrix} -17.84 & 0.52 & -0.05 & -0.02 \\ -15.37 & 0 & 0.68 & 0.38 \\ 14.48 & -10.00 & -11.26 & 2.66 \\ 7.24 & -5.00 & 2.70 & -15.33 \end{bmatrix},$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 8.92 & 0.04 \\ 17.49 & 0.08 \\ -7.26 & -0.03 \\ -3.65 & -0.01 \end{bmatrix},$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} -17.85 & 0.52 & -0.05 & -0.02 \\ -15.42 & 0 & 0.72 & 0.39 \\ 14.54 & -10.00 & -11.26 & 2.66 \\ 7.27 & -5.00 & 2.70 & -15.33 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 8.92 & 0.04 \\ 7.71 & 0.03 \\ -7.29 & -0.03 \\ -3.66 & -0.01 \end{bmatrix}.$$

根据设计的观测器得到系统的状态估计,如图2所示.由误差曲线图3可知,其是渐近收敛的.图4对传感器噪声进行了重构,图5则对未知输入进行了重构.由图2—5可知,系统的状态、传感器噪声和未知输入重构是令人满意的.



—真实的 估计的

图2 状态估计

Fig.2 State estimation

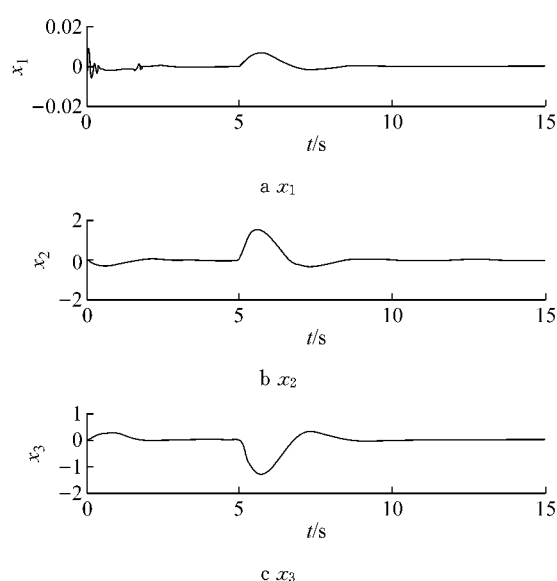


图3 动态误差曲线

Fig.3 Dynamic error curve

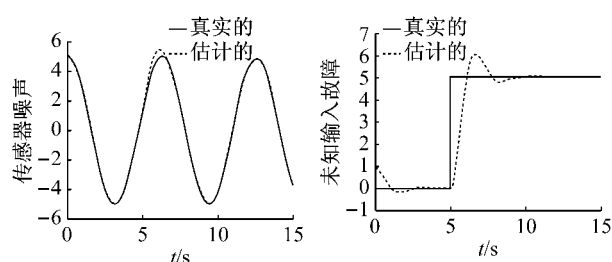


图4 传感器噪声重构

Fig.4 Measurement noise reconstruction

图5 未知输入重构

Fig.5 Unknown input reconstruction

4 结论

本文基于不可测前件变量的 T-S 模糊模型,对非线性系统提出了一种自适应未知输入观测器设计的方法,达到了对非线性系统状态,未知输入和传感器噪声同时估计之目的.通过线性矩阵不等式的方式,给出了观测器存在的充分性条件.仿真结果验证了所提出的方法对非线性系统的有效性.

参考文献:

- [1] Gang Z, Francisco J B, Wilfrid P, *et al.* Unknown input observer for linear time-delay systems[J]. *Automatica*, 2015, 61: 35.
- [2] Zhu F. State estimation and unknown input reconstruction via both reduced-order and high order sliding mode observers[J]. *Journal of Process Control*, 2012, 22(1): 296.
- [3] Ichalal D. On Unknown Input Observers for LPV Systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5870.
- [4] Haouari F A, Djemai M, Cherki B. Sliding mode observers for T-S fuzzy systems with application to sensor fault estimation[C] // *Control, Engineering & Information Technology*, 2015 3rd International Conference on. Tlemcen: IEEE, 2015: 1-5.
- [5] Bergsten P, Palm R, Driankov D. Observers for Takagi-Sugeno fuzzy systems[J]. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, IEEE Transactions on, 2002, 32(1): 114.
- [6] Lendeka Z, Lauber J, Guerra T M. Adaptive observers for TS fuzzy systems with unknown polynomial inputs[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2010, 161(15): 2043.
- [7] Tseng C S, Chen B S, Li Y F. Robust fuzzy observer-based fuzzy control design for nonlinear systems with persistent bounded disturbances: a novel decoupled approach [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2009, 160(19): 2824.
- [8] Liu M, Cao X, Shi P. Fault estimation and tolerant control for fuzzy stochastic systems [J]. *Fuzzy Systems*, IEEE Transactions on, 2013, 21(2): 221.
- [9] Youssefb T, Chadlia M, Karimi H R. Design of unknown inputs proportional integral observers for TS fuzzy models [J]. *Neurocomputing*, 2014, 123(10): 156.
- [10] Asemani M H, Majd V J. A robust H-infinity-tracking design for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems with unknown premise variables using descriptor redundancy approach[J]. *International Journal of Systems Science*, 2015, 46(16): 2955.
- [11] Ghorbel H, Souissi M, Chaabane M, *et al.* Observer design for fault diagnosis for the takagi-sugeno model with unmeasurable premise variables[C] // *Control & Automation (MED)*, 2012 20th Mediterranean Conference on. Barcelona: IEEE, 2012: 303-308.
- [12] Teixeira M, Zak S. Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1999, 7(2): 133.
- [13] Chong E, Zak S. *An Introduction to Optimization*[M]. 4th ed. Beijing: John Wiley & Sons, 2013.
- [14] Gao Q, Zeng X, Feng G, *et al.* T-S-fuzzy-model-based approximation and controller design for general nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems*, 2012, 42(4): 1143.
- [15] Zhang J, Swain A K, Nguang S K. Robust H_∞ adaptive descriptor observer design for fault estimation of uncertain nonlinear systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(11): 5162.
- [16] Kawamoto S. Nonlinear control and rigorous stability analysis based on fuzzy system for inverted pendulum[C] // *Fuzzy Systems*, 1996, Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on. New Orleans: IEEE, 1996: 1427-1432.
- [17] Kazuo T, Takayuki L, Hua O W. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1998, 6(2): 250.