

基于预先补偿和全状态反馈控制的车-轨耦合 振动抑制

梁 仕^{1,2}, 王志强^{1,2}, 李晓龙^{1,2}, 龙志强^{1,2}

(1. 国防科技大学 智能科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 国防科技大学 电磁悬浮与推进技术湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410073)

摘要: 以高速磁浮列车为研究对象, 探讨了弹性轨道下的车-轨耦合振动问题。建立了能反映实际问题的车-轨耦合最小悬浮单元模型, 并进行了开环系统稳定性和耦合振动机理分析。以弥补比例-积分-微分(PID)控制器有效信息利用不足为出发点, 设计了基于预先补偿的全状态反馈控制器。通过仿真分析了反馈增益矩阵对系统跟踪性能和振动抑制能力的影响, 提出了适当降低对悬浮间隙的要求换取振动抑制能力提升的思路。进一步分析了反馈系数对悬浮系统性能的影响规律, 基于此得到了优化的预先补偿和全状态反馈控制框架。最后, 通过实验验证了基于预先补偿的全状态反馈控制对抑制车-轨弹性耦合振动的有效性。

关键词: 高速磁浮列车; 车-轨耦合振动; 预先补偿; 全状态反馈; 振动抑制

中图分类号: TP29; U266.4

文献标志码: A

Vehicle-guideway Coupling Vibration Suppression Based on Pre- compensation and Full-state Feedback Control

LIANG Shi^{1,2}, WANG Zhiqiang^{1,2}, LI Xiaolong^{1,2},
LONG Zhiqiang^{1,2}

(1. College of Intelligence Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Hunan Key Laboratory of Electromagnetic Levitation and Propulsion Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Taking the high-speed maglev train as the research object, the vehicle-guideway coupling vibration was discussed under the condition of elastic track. The minimum suspension element model of the actual vehicle-guideway coupling was established, and the mechanism analysis of the stability and coupling vibration of the open-

loop system was conducted. In order to make up for the lack of effective information utilization of proportional-integral-differential (PID) controller, a full-state feedback controller was designed based on pre-compensation. By analyzing the effect of the feedback gain matrix on the system tracking performance and vibration suppression capability through simulation, an idea was proposed to appropriately reduce the suspension clearance in exchange for the improvement of vibration suppression capability. Further, the influence law of the feedback coefficient on the performance of the suspension system was analyzed, and on this basis an optimized pre-compensation full-state feedback control framework was obtained. Through experiments, the full-state feedback control was demonstrated based on pre-compensation, which can effectively suppress the elastic coupling vibration of the guideway.

Key words: high-speed maglev train; vehicle-guideway coupling vibration; pre-compensation; full-state feedback; vibration suppression

2021年7月,我国时速600 km的高速磁浮列车在青岛成功下线,这标志着磁浮列车又向新征程迈进一步。高速磁浮列车运行速度定义在时速400 km到600 km之间,有效地弥补了高铁和航空之间的速度空白,助推国家立体交通网络的构建^[1-2]。由于高速磁浮列车无支撑且维持一定间隙悬浮于轨道之上,因此带来了不同于轮轨列车的一些特殊动力学问题^[3-4]。

高速磁浮车-轨耦合振动问题首当其冲,当轨道刚度不够时,列车和轨道会发生弹性耦合振动,导致

收稿日期: 2022-11-23

基金项目: 国家自然科学基金(52232013); 湖南省自然科学基金(2022JJ40560)

第一作者: 梁 仕(1995—),男,博士生,主要研究方向为磁浮控制、车-轨耦合振动。E-mail: 15616185445@163.com

通信作者: 龙志强(1967—),男,研究员,博士生导师,工学博士,主要研究方向为电磁悬浮与推进控制、磁浮交通技术。

E-mail: zhqlong@nudt.edu.cn



论文
拓展
介绍

列车微振或者系统振动发散,该问题直接影响列车运行的安全性、舒适性以及生产成本。

目前,车-轨弹性耦合振动问题引起了国内诸多专家学者的关注。武建军等^[5-6]通过对磁浮车-轨耦合系统的数值研究,讨论了控制参数对磁浮系统动力学特性的影响,并分析了轨道弹性形变特性和磁悬浮控制系统动态Hopf分岔的产生条件。赵春发^[7]通过数值仿真发现,共振不稳定是由系统内各部件不合适的频率关系导致的。刘德生等^[8-10]分析了电磁铁模块运动的耦合性,针对电磁铁模块悬浮系统设计了非线性解耦控制算法,并利用反馈线性化和内模控制方法设计了控制算法,对抑制磁浮系统振动进行了有益的尝试。Wang等^[11-13]采用多尺度法研究了控制系统反馈通道存在延迟时的悬浮系统稳定性问题,当反馈通道的延迟达到一定数值时,悬浮系统会发生Hopf分岔现象,从而影响悬浮系统的稳定性。近年来,Chen等^[14]提出了一种采用分岔理论稳定性证明的滑模控制方法,对电磁铁振动有一定的抑制效果,还有周丹峰等^[15]、徐俊起等^[16-17]、王连春等^[18]等都对车-轨耦合问题进行了深入分析。

综上,国内学者对车-轨耦合系统振动问题从多种角度进行了深入研究,但主要集中于中低速磁浮领域,对高速磁浮车-轨耦合系统振动的研究尚且不多。磁浮列车耦合问题过于复杂,从多方位、多角度、多层次分析耦合振动问题,探寻更多易于使用的抑制耦合共振的控制策略具有重要意义。

建立高速磁浮车-轨耦合最小悬浮单元模型,从零极点角度分析开环系统稳定性以及引起耦合振动的主要因素。以弥补比例-积分-微分(PID)控制器有效信息利用不足为出发点,开展了基于预先补偿的全状态反馈控制器研究,利用线性二次调节器设计反馈增益矩阵。基于反馈增益矩阵对系统跟踪性能和振动抑制能力的影响,提出了适当降低对悬浮间隙的跟踪要求换取振动抑制能力提升的思路。进一步分析了反馈系数对悬浮系统性能的影响规律,最后通过实验验证了基于预先补偿的全状态反馈控制器车-轨弹性耦合振动的抑制性能。

1 高速磁浮车-轨耦合最小悬浮单元模型

高速磁浮列车和低速磁浮列车在诸多方面有着不同之处,如低速磁浮列车有轨排(由轨枕和两侧的导轨(F轨)组成)、机械结构等,因此建模时有所差

异。在建立轨道梁模型时,由于桥墩之间的间距约为25 m,轨道宽度通常在3 m左右,相差7倍之多,因此将轨道梁等效为欧拉伯努力梁^[17,19]。图1为高速磁浮列车轨道的等效模型。力的传递路径如下:悬浮电磁铁—一系悬挂装置—转向架—二系悬挂装置—车厢。

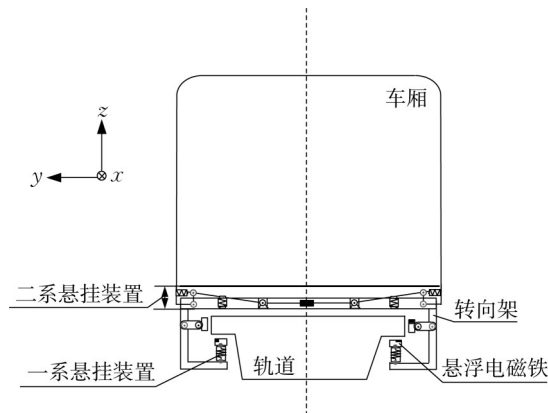


图1 高速磁浮列车轨道的等效模型

Fig.1 Equivalent model of guideway for high-speed maglev train

垂直方向上力的传播途径中每一个环节都与高速磁浮车-轨耦合系统振动密切相关。由于电磁铁在力传播链的前端,叠片弹簧的刚度较大且可伸缩范围较小,而空气弹簧的刚度较小且可伸缩范围较大,因此首先忽略叠片弹簧的作用,将转向架和悬浮电磁铁作为一个整体研究,其次忽略车厢对悬浮电磁铁动态性能的影响。不同于低速磁浮列车中各个悬浮点之间较强的力耦合作用,高速磁浮列车采用机械方式解耦,使得悬浮点之间力耦合作用较小。图2为高速磁浮车-轨耦合最小悬浮单元模型。图2中各符号代表的物理意义如表1所示, $z = z_e - z_g$ 。

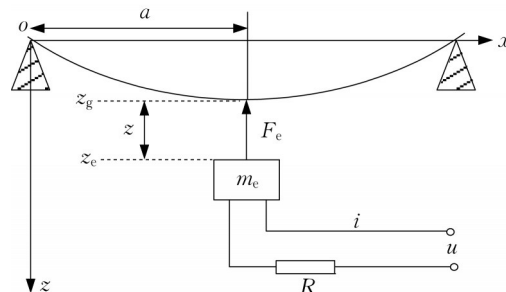


图2 高速磁浮车-轨耦合最小悬浮单元模型

Fig.2 Minimum levitation unit of high-speed maglev vehicle-guideway coupling

在对轨道梁建模时,将其等效为欧拉伯努力梁。由于轨道梁为欧拉伯努力梁,因此采用以下模态分析:

表1 系统参数物理意义

Tab.1 Physical meaning of system parameters

符号	物理意义	单位
a	与左桥墩的距离	m
z_g	轨道位移	m
z_e	电磁铁位移	m
z	悬浮间隙	m
F_e	电磁力	N
i	工作电流	A
R	电阻	Ω
m_e	电磁铁质量	kg

$$z_g(x, t) = \sum_i \phi_i(x) q_i(t), i = 1, 2, \dots, \infty \quad (1)$$

式中: $\phi_i(x)$ 、 $q_i(t)$ 分别为梁的第*i*阶模态及广义坐标; $z_g(x, t)$ 为距离*x*处的轨道位移。设轨道梁跨度为 l_g ,质量为 m_g ,密度为 ρ_g ,刚度为 $(EI)_g$,轨道第*i*阶固有频率为 ω_i ,第*i*阶阻尼比为 η_i , η_i 由轨道的材料、结构和几何形状等因素决定。根据文献[19-20]可得到以下方程:

$$\begin{cases} \omega_i = \left(\frac{\pi i}{l_g} \right)^2 \sqrt{\frac{(EI)_g}{\rho_g}} \\ \phi_i(x) = \sqrt{\frac{2}{m_g}} \sin\left(\frac{i\pi}{l_g} x\right) \\ \ddot{q}_i(t) + 2\eta_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = Q_i(t) \end{cases} \quad (2)$$

$Q_i(x)$ 为第*i*阶广义作用力,是由电磁力产生的。 $Q_i(x)$ 的计算式如下所示:

$$Q_i(x) = \int_0^{l_g} \left(f(x, t) - \frac{\partial m(x, t)}{\partial x} \right) \phi_i(x) dx \quad (3)$$

式中: $f(x, t)$ 为作用在梁上的分布载荷。

由于电磁铁尺寸较轨道的长度而言相对较小,因此可以认为电磁力 F_e 作用在轨道上的力为集中力且位置为*a*处。利用狄拉克 δ 函数,可将集中力表示成分布力形式,如下所示:

$$f(x, t) = F_e \delta(x - a) \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),有

$$\begin{aligned} Q_i(x) &= \int_0^{l_g} F_e \delta(x - a) \phi_j(x) dx = \\ &F_e \int_0^{l_g} \delta(x - a) \phi_j(x) dx = F_e \phi_j(a) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \ddot{z}_g(t) + 2\eta \omega \dot{z}_g(t) + (K_z \phi^2(a) - \omega^2) z_g(t) = (K_i i - K_z z_e) \phi^2(a) \\ m_e \ddot{z}_e = K_z(z_e - z_g) - K_i i \\ F_e = \left(m_e + \frac{m_b}{4} \right) g + K_i i - K_z(z_e - z_g) \\ u = Ri + \frac{2C}{z_0} i \end{cases}$$

(12)

因此,由式(1)和(2)可得

$$\ddot{z}_{g,i}(t) + 2\eta_i \omega_i \dot{z}_{g,i}(t) + \omega_i^2 z_{g,i}(t) = Q_i(t) \phi_i(x) \quad (6)$$

式中: $z_{g,i}(t)$ 为轨道第*i*阶振动位移。

对于如图2所示的悬浮系统,电磁铁动力学方程如下所示:

$$m_e \ddot{z}_e = \left(m_e + \frac{m_b}{4} \right) g - F_e \quad (7)$$

式中: g 为重力加速度; m_b 为转向架质量。电磁力表达式为

$$F_e = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \frac{i^2}{(z_g - z_e)^2} \quad (8)$$

式中: μ_0 为真空磁导率; N 为电磁铁线圈匝数; A 为电磁铁有效磁极面积。电磁铁电路表达式为

$$u = Ri + \frac{2C}{z_g - z_e} \dot{i} \quad (9)$$

式中: $C = \mu_0 N^2 A / 4$; u 为电压。当悬浮系统稳定时边界条件为

$$F(i_0, z_0) = \left(m_e + \frac{m_b}{4} \right) g \quad (10)$$

式中: i_0 、 z_0 分别为平衡点电流、平衡时电磁铁与轨道的间隙。

高阶的广义作用力一般很小,起主要作用的是一阶广义力,因而只需考虑轨道的一阶模态。单点悬浮弹性车-轨耦合系统数学模型为

$$\begin{cases} \ddot{z}_{g,1}(t) + 2\eta_1 \omega_1 \dot{z}_{g,1}(t) + \omega_1^2 z_{g,1}(t) = Q_1(t) \phi_1(x) \\ m_e \ddot{z}_e = \left(m_e + \frac{m_b}{4} \right) g - F_e \\ F_e = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \frac{i^2}{(z_g - z_e)^2} \\ u = Ri + \frac{2C}{z_g - z_e} \dot{i} \end{cases} \quad (11)$$

为了描述方便,下文有关轨道方程式均省略了标下标1。式(11)是一个非线性方程组,直接分析它的稳定性有一定的困难。然而,小范围内系统的动态特性可以通过平衡点附近的线性等效模型分析而得到^[10]。在平衡点 z_0 附近的线性化模型如下所示:

式中: $K_i = 2Ci_0/z_0^2$, $K_z = 2Ci_0^2/z_0^3$ 。

上述方程组省略了增量符号 Δ , 取状态变量

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ 为 $(z_g, \dot{z}_g, z_e, \dot{z}_e, i)$, 则可得到系统的

状态空间描述形式, 如下所示:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \phi^2(a)K_z - \omega^2 & -2\eta\omega & -\phi^2(a)K_z & 0 & \phi^2(a)K_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K_z}{m_e} & 0 & \frac{K_z}{m_e} & 0 & -\frac{K_i}{m_e} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Rz_0}{2C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{z_0}{2C} \end{bmatrix} u \quad (13)$$

为描述方便, 记矩阵

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \phi^2(a)K_z - \omega^2 & -2\eta\omega & -\phi^2(a)K_z & 0 & \phi^2(a)K_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K_z}{m_e} & 0 & \frac{K_z}{m_e} & 0 & -\frac{K_i}{m_e} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Rz_0}{2C} \end{bmatrix}, B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{z_0}{2C} \end{bmatrix} \quad (14)$$

则状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x} = A_m x + B_m u \\ y = C_m x \end{cases} \quad (15)$$

$$C_m = [-1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \quad (16)$$

2 车-轨耦合系统开环稳定性与振动机理分析

取 $\eta = 0.02$, $\omega = 8.374 \ 8$, $\phi(a) = 0.003 \ 1$, $C = 0.001 \ 3$, $K_z = 1 \ 716 \ 750$, $K_i = 673.005 \ 3$, $R = 3$, $z_0 = 0.010$, $m_e = 600$, 将以上参数值代入式(13), 得到开环系统零极点, 如图3所示。

由图3可知, 系统5个开环极点如下所示:

$$\begin{cases} \lambda_{1,2} = \pm 53.641 \ 5 \\ \lambda_{3,4} = -0.166 \ 6 \pm 8.349 \ 4i \\ \lambda_5 = -11.370 \ 8 \end{cases} \quad (17)$$

$$U_c = [B_m \ A_m B_m \ A_m^2 B_m \ A_m^3 B_m \ A_m^4 B_m] = 10^5 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.000 \ 0 & -0.000 \ 0 & 0.000 \ 7 \\ 0 & 0.000 \ 0 & -0.000 \ 0 & 0.000 \ 7 & -0.008 \ 5 \\ 0 & 0 & -0.000 \ 0 & 0.000 \ 5 & -0.127 \ 8 \\ 0 & -0.000 \ 0 & 0.000 \ 5 & -0.127 \ 8 & 1.454 \ 0 \\ 0.000 \ 0 & -0.000 \ 4 & 0.004 \ 9 & -0.055 \ 7 & 0.633 \ 6 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$U_o = [C_m \ C_m A_m \ C_m A_m^2 \ C_m A_m^3 \ C_m A_m^4]^T = 10^6 \begin{bmatrix} -0.000 \ 0 & 0 & 0.000 \ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.000 \ 0 & 0 & 0.000 \ 0 & 0 \\ -0.002 \ 8 & 0.000 \ 0 & 0.002 \ 9 & 0 & -0.000 \ 0 \\ -0.000 \ 0 & -0.002 \ 8 & -0.000 \ 0 & 0.002 \ 9 & 0.000 \ 0 \\ -8.084 \ 2 & 0.000 \ 9 & 8.281 \ 2 & -0.000 \ 0 & -0.003 \ 4 \end{bmatrix} \quad (20)$$

进一步得到能控矩阵 $\text{rank}(U_c) = 5$, $\text{rank}(U_o) = 5$, 均为满秩矩阵, 则系统为状态完全可观可控。原

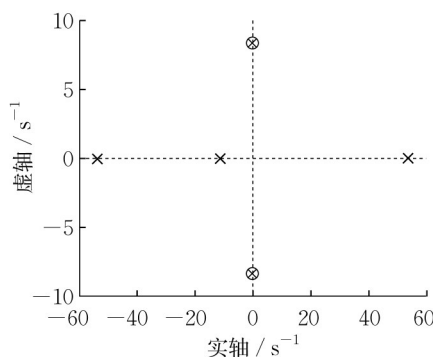


图3 开环车-轨耦合系统零极点

Fig.3 Zero-pole of open-loop vehicle-guideway coupling system

除此之外, 还有2个零点分别为

$$\gamma_{1,2} = -0.166 \ 5 \pm 8.348 \ 9i \quad (18)$$

系统有一开环极点为正极点, 因此开环系统是不稳定系统, 需要设计控制器使系统稳定。同时, 可得系统能控性矩阵和能观性矩阵, 如下所示:

则上只要构造适当的状态反馈控制器, 就可以任意配置闭环系统的极点, 使控制性能达到最优。

从图3可以看到,若将正极点配置到负实轴上,则耦合系统振动因素完全由 λ_3 和 λ_4 2个极点所决定,原则上只需要将2个极点配置到实轴上就可消除轨道弹性带来的振动,但应注意到 λ_3 和 λ_4 2个极点分别和零点 γ_1 和 γ_2 十分靠近,若移动极点则产生以下2种影响:

(1)需要非常大的控制量,对系统能提供的电压上限有要求。

(2)2个靠近虚轴的零点会对系统动态响应造成较大影响,甚至将设计好的控制器应用到线性化之前的非线性系统中,极有可能使系统不稳定。

实质上,当 λ_3 和 λ_4 2个极点与零点极其靠近时,会发生零极点相消,相关零点和极点对于系统的影响可忽略,在4节的仿真分析中可比较直观地观察到。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \phi^2(a)K_z - \omega^2 & -2\eta\omega & -\phi^2(a)K_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K_z}{m_e} & 0 & \frac{K_z}{m_e} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \phi^2(a)K_i \\ 0 \\ -\frac{K_z}{m_e} \end{bmatrix} u' \quad (21)$$

系统状态空间方程从五阶降为四阶,状态变量 (x_1, x_2, x_3, x_4) 为 $(z_g, \dot{z}_g, z_e, \dot{z}_e)$ 。记矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \phi^2(a)K_z - \omega^2 & -2\eta\omega & -\phi^2(a)K_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K_z}{m_e} & 0 & \frac{K_z}{m_e} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi^2(a)K_i \\ 0 \\ -\frac{K_z}{m_e} \end{bmatrix} \quad (22)$$

设反馈增益矩阵为 K ,则控制输入

$$u' = -Kx$$

对于 K ,初期采用线性二次型调节器进行设计,寻求最优控制使得性能函数最小,表达式如下所示:

$$J = \int_0^\infty (x^T(t)Qx(t) + u'^T(t)Ru'(t))dt \quad (23)$$

式中: Q 、 R 分别为状态变量和控制量的加权系数。使该性能指标极小的最优控制量

$$u^*(t) = -R^{-1}B^T Px(t) = -Kx(t) \quad (24)$$

P 为黎卡提(Riccati)代数方程

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (25)$$

的唯一解。

3 基于预先补偿的全状态反馈控制器设计

3.1 全状态反馈设计

由于开环系统不稳定,因此对系统进行控制器设计。PID控制器操作容易,应用比较广泛,但是对于多阶系统,尤其对于含有一个正极点的开环系统,选取使系统稳定且表现良好的控制器参数十分困难。设计PID控制器时往往只考虑系统输出,即轨道与电磁铁的相对间隙,未能有效利用系统的全部状态信息,因此本研究设计全状态反馈控制器。

磁悬浮控制通常采用串级控制,可先设计电流环。尤其对于五阶这样的高阶系统,电流环的设计减小了控制器设计的复杂度。

设计电流环后的系统状态空间方程如下所示:

$$\text{选取 } Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, R=1, \text{ 根据式(24)和式} \quad (25)$$

可计算反馈增益矩阵 K 。 K 的表达式如下所示:

$$K = 10^3 [4.9810 \quad 0.0923 \quad -5.1017 \quad -0.0951] \quad (26)$$

3.2 预先补偿设计

上述设计只能保证选定 Q 、 R 情况下得到最优的反馈增益矩阵 K 使系统稳定。悬浮系统通常设置间隙的目标值,使悬浮系统稳定在一定值,这意味着系统存在参考输入。需设计预先补偿以满足相对间隙的跟踪,当系统达到期望状态 x_z 时,控制输入为 u_z ,则计算式如下所示:

$$u' = u_z - K(x - x_z) \quad (27)$$

当系统稳定时,可得

$$\begin{cases} 0 = Ax_z + Bu_z \\ y_z = Hx_z \end{cases} \quad (28)$$

$$H = [-1 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \quad (29)$$

对任意参考输入 r_z ,都有 $y_z = r_z$,令

$$\begin{cases} x_z = Nr_z \\ u_z = Mr_z \end{cases} \quad (30)$$

将式(30)代入式(28)可得到

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ H & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

由式(31)可得

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \phi^2(a)K_z - \omega^2 & -2\eta\omega & -\phi^2(a)K_z & 0 & \phi^2(a)K_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K_z}{m_e} & 0 & \frac{K_z}{m_e} & 0 & -\frac{K_i}{m_e} \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

因此,控制输入

$$u' = -Kx + (M + KN)r_z \quad (33)$$

到此完成了基于平衡点线性化模型预先补偿和

反馈控制设计,完整控制框架如图4所示。

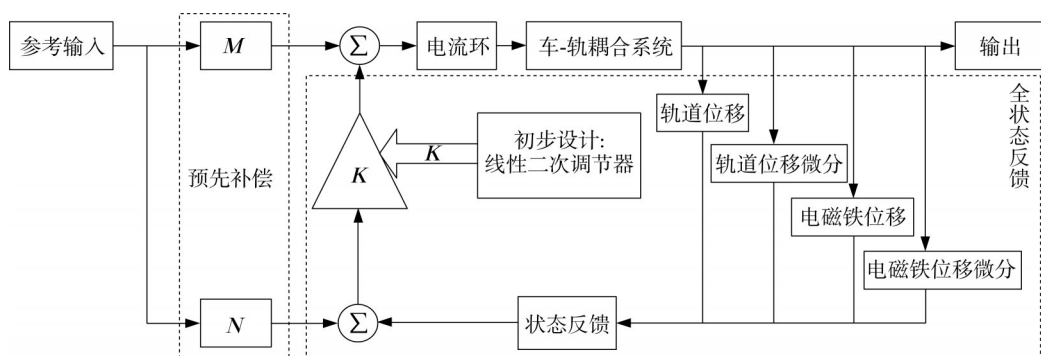


图4 基于预先补偿的全状态反馈振动抑制控制器设计

Fig.4 Design of full-state feedback vibration suppression controller based on pre-compensation

4 数值仿真分析

4.1 含控制器的非线性闭环系统仿真分析

将上述控制器加入非线性模型,得到电磁铁与轨道的相对间隙变化曲线、电磁铁绝对间隙变化曲线以及电流变化曲线,如图5—7所示。悬浮间隙在0.2 s左右达到目标间隙10 mm附近,并且波动较小,说明系统的跟踪能力较好。电磁铁位移在稳态值附近有长时间的波动,波动幅值最大为0.5 mm,这是因为轨道弹性受力而产生形变,电磁铁跟随轨道产生位移。

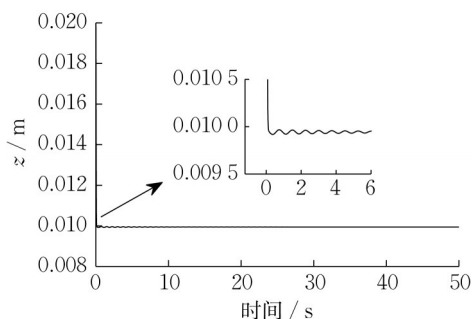


图5 悬浮间隙变化曲线

Fig.5 Curve of suspension gap change

总体来说,设计的控制器能使悬浮间隙迅速调整到目标间隙,并且保证列车在轨道上长时间悬浮。

随着时间的推移,轨道位移最终稳定在1.8 mm附近。

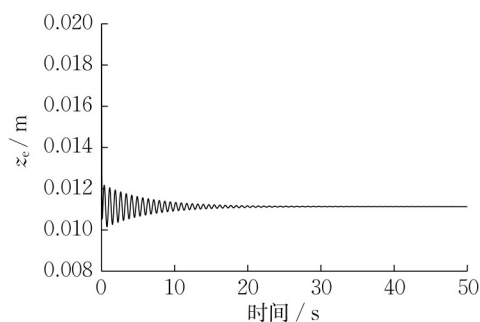


图6 电磁铁位移变化曲线

Fig.6 Curve of electromagnet displacement change

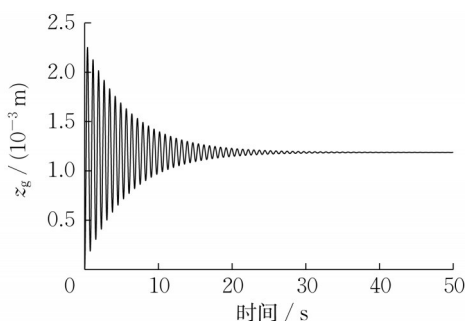


图7 轨道位移变化曲线

Fig.7 Curve of guideway displacement change

根据前文分析,开环系统零极点比较靠近,零极点相消能使间隙曲线的波动更小,提升系统跟踪性能。在线性二次调节器配置极点基础上,仅2个离零点较近的极点重新配置到距离各自最近的零点位置处。如图8和图9所示,采用零极点对消后,悬浮间隙在达到目标间隙后没有波动,并且对电磁铁位移没有明显的影响。

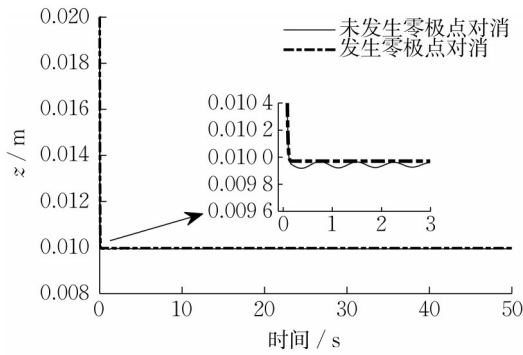


图8 发生零极点对消前后悬浮间隙对比

Fig.8 Comparison of suspension gap before and after zero-pole cancellation occurs

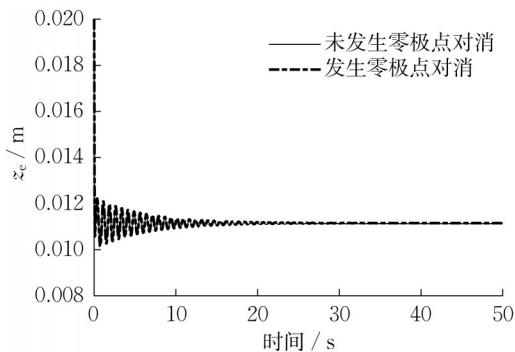


图9 发生零极点对消前后电磁铁位移对比

Fig.9 Comparison of electromagnet displacement before and after zero-pole cancellation occurs

从上述分析可知,加入控制器的闭环系统跟踪能力较强,悬浮间隙曲线非常平滑,能稳定在目标间隙处。电磁铁位移曲线反映了悬浮系统的振动及舒适性,由于所设计的是全状态反馈控制器,因此可以直接调节反馈增益或者调整参数 Q 、 R ,尽可能改善电磁铁位移曲线。图10和图11是不同反馈增益矩阵下电磁铁位移和悬浮间隙的变化曲线。反馈增益矩阵具体选取如下:

$$\begin{cases} K_1 = 10^3 [4.8356 & 0.0800 & -5.2908 & -0.0974] \\ K_2 = 10^3 [4.1449 & 0.0365 & -6.6137 & -0.1131] \\ K_3 = 10^3 [3.1939 & 0.0057 & -12.871 & -0.1816] \end{cases}$$

反馈增益矩阵由 K_1 至 K_3 ,电磁铁位移曲线趋向

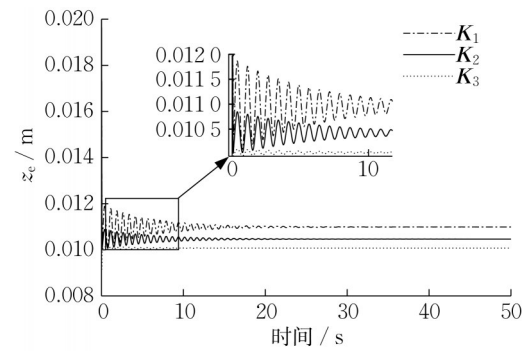


图10 不同反馈增益矩阵下电磁铁位移变化曲线

Fig.10 Curve of electromagnet displacement change under different feedback gain matrices

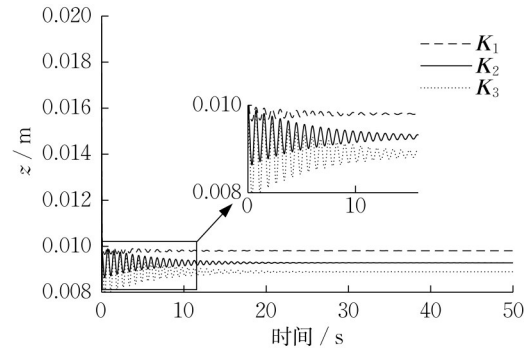


图11 不同反馈增益矩阵下悬浮间隙变化曲线

Fig.11 Curve of suspension gap change under different feedback gain matrices

平滑。当取 K_1 时,波动最大值为0.8 mm;当取 K_2 时,波动最大值为0.4 mm;当取 K_3 时,波动最大值为0.1 mm,并且在较短时间内到达稳态值。在反馈增益矩阵取 K_3 时悬浮间隙波动最大接近1 mm。这表明当反馈增益矩阵选择 K_3 时,悬浮系统的振动得到了抑制,在较短时间内达到稳态值,并且能长时间稳定悬浮于弹性轨道之上。实质上,这是以降低悬浮系统的跟踪性能为代价提升悬浮系统的振动抑制能力。仿真结果符合实际情况,在没有改变弹性轨道参数,并且弹性轨道在3种不同反馈增益矩阵构成的闭环控制下振动轨迹基本上一致时,可得以下3种情况:

(1) 悬浮系统跟踪性能好时,则轨道振动可由电磁铁位移反映,如图10和图11中的 K_1 曲线。

(2) 悬浮系统跟踪性能较差时,则轨道振动可由悬浮间隙反映,如图10和图11中的 K_3 曲线。

(3) 控制器设计较差时,可由电磁铁位移和悬浮间隙同时反映,如图12所示,电磁铁位移和间隙波动都较大。

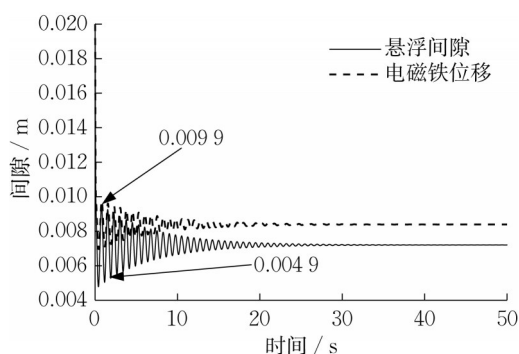


图 12 控制器设计不佳时电磁铁位移和悬浮间隙变化曲线
Fig.12 Curve of electromagnet displacement and suspension gap change when the controller is poorly designed

上述仿真分析对振动抑制具有一定的启发,在保证悬浮间隙使列车行驶安全的情况下,可以适当降低对悬浮间隙的要求换取对振动抑制能力的提升。

4.2 反馈系数对车-轨耦合系统的影响分析

利用线性二次调节器得到一个选定参数 Q, R

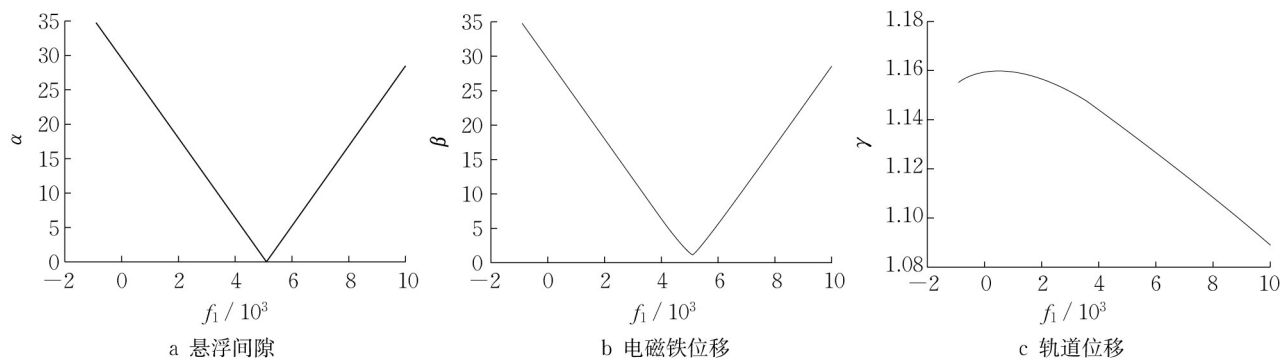


图 13 f_1 对相关物理量的影响

Fig.13 Effect of f_1 on relevant physical quantities

当 $f_2 \in [-2000, 1200]$ 时,可得到悬浮间隙、电磁铁位移以及轨道位移指标随轨道位移反馈系数 f_2 的变化曲线,如图 14 所示。当 $f_2 < 0$ 时, α, β 曲线比较平缓,变化较小,表明悬浮间隙、电磁铁位移受其影响偏小;当 $f_2 > 0$ 时, α, β 曲线呈指数型上升,表明悬浮间隙、电磁铁位移受其影响急剧增大。 γ 随 f_2 也呈指数型上升,前期变化非常缓,后期变化剧烈。

当 $f_3 \in [-9000, 900]$ 时,可得到悬浮间隙、电磁铁位移以及轨道位移指标随轨道位移反馈系数 f_3 的变化曲线,如图 15 所示。当 $f_3 \in [-9000, -5000]$ 时, α, β 曲线比较平缓,表明悬浮间隙、电磁铁位移受其影响偏小;当 $f_3 \in [-5000, 900]$ 时, α, β 曲线先呈指数型上升

下的反馈增益矩阵,在控制器设计初期有利于加快控制器设计进展,但是要得到更为切合实际需求的控制器,还需要清楚了解反馈系数对车-轨耦合系统的具体影响。为了衡量悬浮间隙、电磁铁位移以及轨道位移三者状态表现好坏,参考文献[21-23]分别选择 α, β 以及 γ 作为衡量悬浮间隙、电磁铁位移以及轨道位移指标,计算式如下所示:

$$\alpha = \int_0^t |z - z_0| dt \quad (34)$$

$$\beta = \int_0^t |z_e - z_0 - g_0| dt \quad (35)$$

$$\gamma = \int_0^t |z_g - g_0| dt \quad (36)$$

式中: g_0 为轨道初始形变位移。

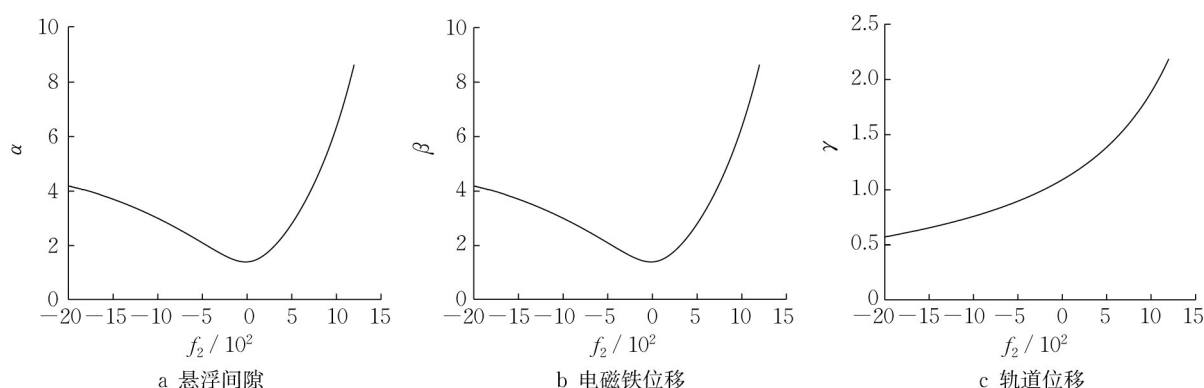
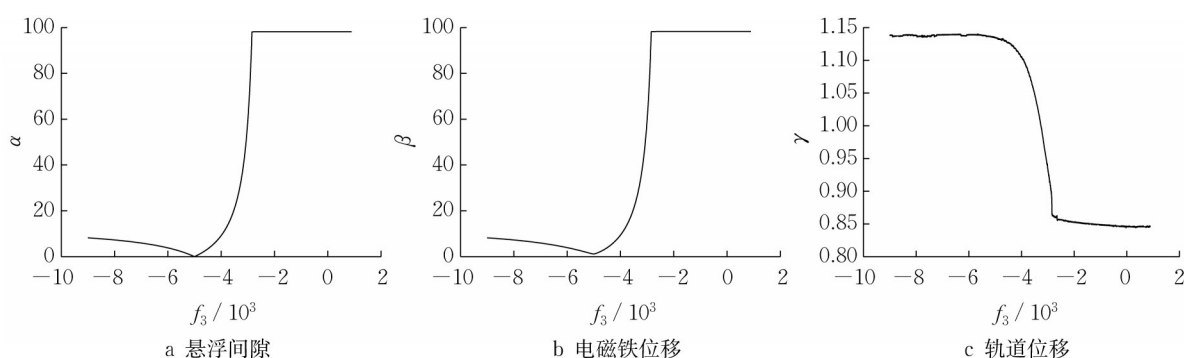
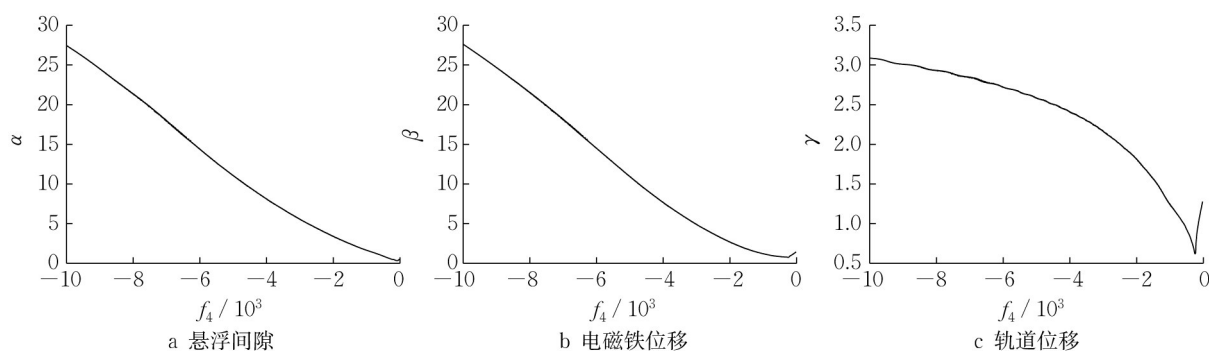
设反馈增益矩阵 $K' = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4]$, 分析其中一个反馈系数时,其他系数取合适值。

当 $f_1 \in [-900, 10000]$ 时,可得到悬浮间隙、电磁铁位移以及轨道位移指标随轨道位移反馈系数 f_1 的变化曲线,如图 13 所示。悬浮间隙、电磁铁位移对 f_1 变化比较敏感,轨道位移对 f_1 变化较为迟钝。

而后基本保持不变,表明悬浮间隙、电磁铁位移受其影响先急剧增大而后不受影响。 γ 随 f_3 在 -5000 左右有一断崖式变化,但整体变化较小。

当 $f_4 \in [-10000, -20]$ 时,可得到悬浮间隙、电磁铁位移以及轨道位移指标随轨道位移反馈系数 f_4 的变化曲线,如图 16 所示。 α, β, γ 整体随 f_4 的增大而减小,表明悬浮间隙、电磁铁位移状态越好。

综上,在系统稳定的情况下,反馈系数对电磁铁位移和悬浮间隙的影响较大,而对轨道位移影响较小。了解反馈系数对系统的影响,有利于设计更为符合实际需求的控制器。

图14 f_2 对相关物理量的影响Fig.14 Effect of f_2 on relevant physical quantities图15 f_3 对相关物理量的影响Fig.15 Effect of f_3 on relevant physical quantities图16 f_4 对相关物理量的影响Fig.16 Effect of f_4 on relevant physical quantities

5 实验验证

为了验证所建模型及控制算法的有效性,在青岛高速磁浮列车实验中心开展了相关实验。图17为高速磁浮列车实物图。图18为PID控制下悬浮系统响应。在列车起浮后,悬浮间隙首先波动非常小,而后波动增加,但整体波动较小。在静悬浮过程中,电磁铁位移波动先增大而后幅值维持不变。

在悬浮系统的闭环控制中,往往只采用间隙传感器、加速度传感器和电流传感器,因此在采用全状



图17 时速600 km高速磁浮列车实物图

Fig.17 Picture of 600 km per hour high-speed maglev train

态反馈控制时还需要设计观测器,结合4.2节的分析,可将图4改成如图19所示控制框架。

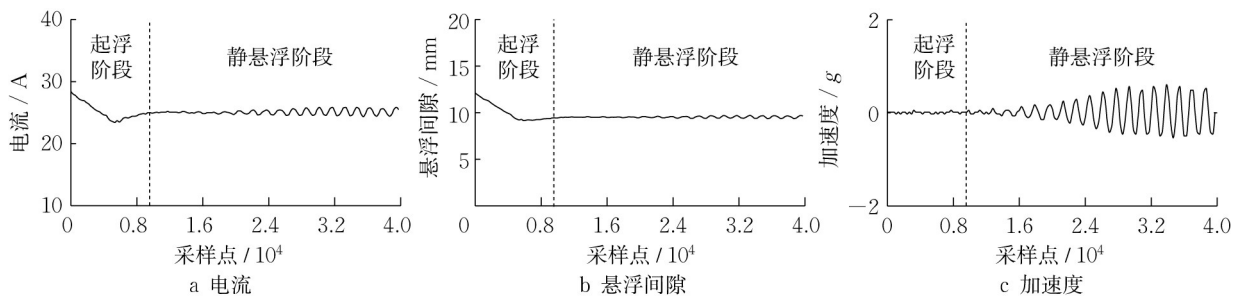


图18 PID控制下悬浮系统响应

Fig.18 Response of suspension system under PID controller

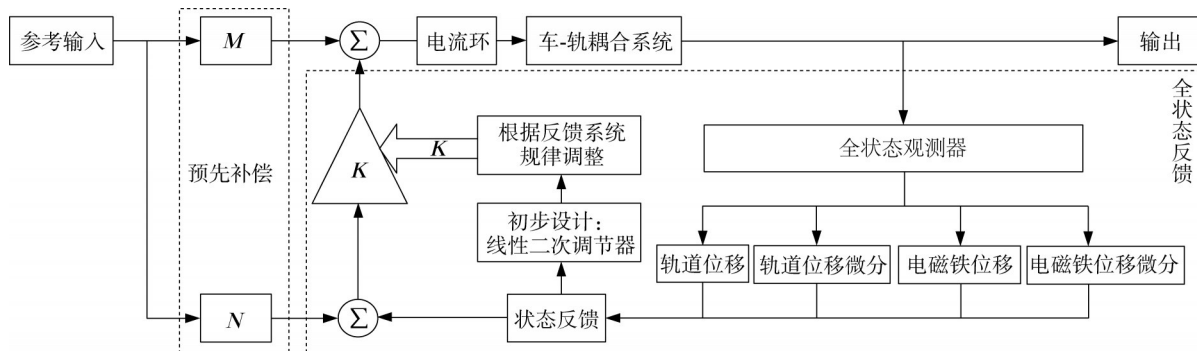


图19 优化的预先补偿和全状态反馈控制框架

Fig.19 Framework of optimized pre-compensation and full-state feedback control

为了展现改进的控制框架对车-轨耦合振动的抑制效果,将2种控制框架下采集到的电磁铁加速度数据放在一张图上展示,如图20所示。在本研究的控制框架下,初始振动大,但随后减小并且趋于零,振动抑制效果较好。

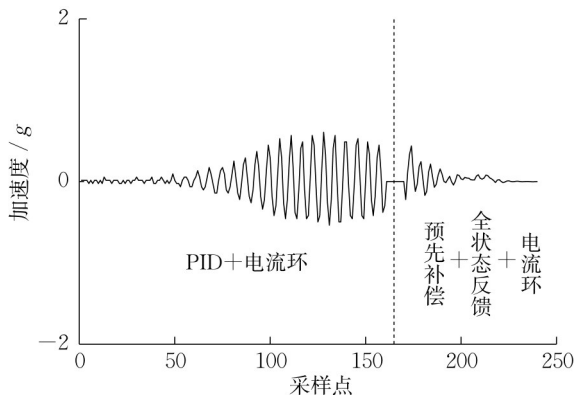


图20 不同控制策略算法下的电磁铁加速度响应

Fig.20 Response of electromagnet acceleration under different control strategies

6 结语

以高速磁浮车-轨耦合最小悬浮单元模型为研究对象,从零极点角度分析开环系统稳定性以及引起耦

合振动的主要因素。开展了基于预先补偿的全状态反馈控制器研究,利用线性二次调节器设计反馈增益矩阵。仿真结果表明,反馈增益矩阵对系统跟踪性能和振动抑制能力具有影响,因此提出了适当降低对悬浮间隙的要求换取振动抑制能力提升的思路。结合反馈系数对悬浮系统性能的影响规律,对控制框架进行了优化。最后,通过实验验证了基于预先补偿的全状态反馈控制器对车-轨弹性耦合振动抑制的有效性。

作者贡献声明:

梁仕:文献调研,数据整理,控制器调试,论文起草。
王志强:悬浮控制算法设计。
李晓龙:实物实验指导。
龙志强:工作指导,论文指导。

参考文献:

- [1] 苏万明,温竞华.我国时速600 km高速磁浮试验样车下线[J].城市轨道交通研究,2019(6):84.
SU Wanming, WEN Jinghua. The high-speed magnetic levitation test sample vehicle with a speed of 600 km/h in China was launched[J]. Urban Mass Transit, 2019(6):84.
- [2] 李琦.我国时速600公里高速磁浮试验样车下线[J].今日科苑,2019(6):1.
LI Qi. The high-speed magnetic levitation test sample vehicle

- with a speed of 600 km/h in China was launched[J]. *Modern Science*, 2019(6): 1.
- [3] 邓自刚,刘宗鑫,李海涛,等.磁悬浮列车发展现状与展望[J].西南交通大学学报,2022,57(3): 455.
DENG Zigang, LIU Zongxin, LI Haitao, *et al.* Development status and prospect of maglev train[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2022, 57(3): 455.
- [4] 徐俊起,佟来生,荣立军,等.磁悬浮列车悬浮控制系统工程化应用中的关键技术[J].城市轨道交通研究,2018(12): 14.
XU Junqi, TONG Laisheng, RONG Lijun, *et al.* Key technologies of levitation control system applied to maglev train in practical engineering [J]. *Urban Mass Transit*, 2018 (12): 14.
- [5] 武建军,郑晓静,周又和.磁悬浮车体-单跨弹性轨道耦合控制系统的动力稳定性分析[J].兰州大学学报(自然科学版), 2003, 39(3): 22.
WU Jianjun, ZHENG Xiaojing, ZHOU Youhe. Dynamic stability analysis of maglev vehicle body-single span elastic track coupling control system [J]. *Journal of Lanzhou University (Natural Science)*, 2003, 39(3): 22.
- [6] 武建军,沈飞,史筱红.磁悬浮控制系统的稳定性及Hopf分岔的研究[J].振动与冲击,2010,29(3): 193.
WU Jianjun, SHEN Fei, SHI Xiaohong. Stability and Hopf bifurcation of the maglev system [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(3): 193.
- [7] 赵春发.磁悬浮车辆系统动力学研究[D].成都:西南交通大学,2002.
ZHAO Chunfa. Research on the dynamics of maglev system [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2002.
- [8] 刘德生,李杰,张锐.双电磁铁悬浮系统的非线性解耦控制器设计[J].自动化学报,2006,32(3): 321.
LIU Desheng, LI Jie, ZHANG Kun. Design of nonlinear decoupling controller for double-electromagnet suspension system[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2006, 32(3): 321.
- [9] 刘德生.EMS型低速磁浮列车模块悬浮控制问题研究[D].长沙:国防科技大学,2006.
LIU Desheng. Research on module suspension control of EMS low-speed maglev train [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006.
- [10] 刘德生,李杰,常文森.EMS型磁浮列车模块的运动耦合研究[J].铁道学报,2006, 28(3): 22.
LIU Desheng, LI Jie, CHANG Wensen. Research on motion coupling of EMS type maglev train module[J]. *Journal of China Railway Society*, 2006, 28(3): 22.
- [11] WANG H P, LI J, ZHANG K. Sup-resonant response of a nonautonomous maglev system with delayed acceleration feedback control[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2008, 44(10): 2338.
- [12] WANG H P, LI J, ZHANG K. Non-resonant response, bifurcation and oscillation suppression of a non-autonomous system with delayed position feedback control [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2008, 51: 447.
- [13] 王洪坡,李杰.一类非自治位置时滞反馈控制系统的亚谐共振响应[J].物理学报,2007, 56(5): 2504.
WANG Hongpo, LI Jie. Subharmonic resonance response of a class of non-autonomous position-delay feedback control systems[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(5): 2504.
- [14] CHEN Chen, XU Junqi, JI Wen, *et al.* Sliding mode robust adaptive control of maglev vehicle's nonlinear suspension system based on flexible track: design and experiment [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 41874.
- [15] 周丹峰,李杰,余佩倡,等.磁浮交通轨排耦合自激振动分析及自适应控制方法[J].自动化学报,2019, 45(12): 2328.
ZHOU Danfeng, LI Jie, YU Peichang, *et al.* Analysis and adaptive control method of coupling self-excited vibration of maglev rail rows[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(12): 2328.
- [16] 徐俊起,林国斌,陈琛,等.负载扰动下磁浮车辆多点悬浮建模与控制[J].同济大学学报(自然科学版),2020, 48(9): 1353.
XU Junqi, LIN Guobin, CHEN Chen, *et al.* Modeling and control of multi-point suspension of maglev vehicles under load disturbance[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2020, 48(9): 1353.
- [17] 孙友刚,徐俊起,王素梅,等.基于向量式有限元法的磁浮列车磁力耦合系统建模与数值分析[J].同济大学学报(自然科学版),2021, 49(12): 1635.
SUN Yougang, XU Junqi, WANG Sumei, *et al.* Modeling and numerical analysis of magnetic-force coupling system of maglev train based on vector FEM [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2021, 49(12): 1635.
- [18] 王连春,李金辉,周丹峰,等.磁浮列车-桥梁耦合自激振动机理分析与仿真验证[J].振动与冲击,2017, 36(18): 13.
WANG Lianchun, LI Jinhui, ZHOU Danfeng, *et al.* Mechanism analysis and simulation verification of coupled self-excited vibration of maglev train-bridge[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(18): 13.
- [19] XIA Wentao, ZENG Jiwei, DOU Fengshan, *et al.* Method of combining theoretical calculation with numerical simulation for analyzing effects of parameters on the maglev vehicle-bridge system [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(3): 2250.
- [20] 邢誉峰,李敏.工程振动基础[M].北京:北京航空航天大学出版社,2011.
XING Yufeng, LI Min. Engineering vibration foundation [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2011.
- [21] 丁菁芳.磁浮列车悬浮控制系统性能评价方法研究[D].长沙:国防科技大学,2018.
DING Jingfang. Research on performance evaluation method of levitation control system for maglev train [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2018.
- [22] 翟明达.高速磁浮列车悬浮系统性能优化问题研究[D].长沙:国防科技大学,2019.
ZHAI Mingda. Research on performance optimization of suspension system in high-speed maglev train [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2019.
- [23] 倪菲,王凡鑫,徐俊起,等.基于云理论的电磁悬浮系统控制回路性能评估[J].同济大学学报(自然科学版),2021, 49(12): 1660.
NI Fei, WANG Fanxin, XU Junqi, *et al.* Performance evaluation of control loop for electromagnetic levitation systems based on cloud theory [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2021, 49(12): 1660.