

空间索形自锚式悬索桥初始平衡状态分析

王晓明, 贺耀北, 石雪飞, 阮 欣

(同济大学 桥梁工程系, 上海 200092)

摘要: 通过缆索系统与塔梁系统的整体分析, 对空间索形自锚式悬索桥的初始平衡状态展开研究. 主要研究空间缆索系统的吊索——主缆耦合特性, 以及自锚式的自平衡特性. 先建立空间缆索竖平面为抛物线、水平面为节段线的简化模型, 结合最小势能原理推导了解析简化公式. 后采用 Steffens-Newton 法求解耦合的缆索真实模型, 结合有限元给出全桥平衡态的数值迭代方法, 并编制了程序 SASB-IESA. 两种算法分别求解算例, 对比了二者精度, 指出其各自适用性.

关键词: 空间索形; 自锚式; Steffens-Newton 法; 初始平衡状态; 悬索桥

中图分类号: U 448.25

文献标识码: A

Initial Equilibrium State Analysis of Self-anchored Suspension Bridge with Spatial Cables

WANG Xiaoming, HE Yaobei, SHI Xuefei, RUAN Xin

(Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on integral analysis of cable-hanger system and tower-beam system, the initial equilibrium state analysis is proposed for the self-anchored suspension bridge with spatial cables. The main study focuses on the coupling characteristic of spatial cable-hanger system and self-equilibrium characteristic of self-anchored system. A simplified model is established in which spatial cable-hanger is simplified as parabola in vertical plane and segmental lines in horizontal plane, and simplified analytical formulas are deduced by the minimum potential energy principle. Steffens-Newton algorithm is employed to solve actual cable-hanger coupling model, and FEA method is incorporated to establish numerical iterative method for entire equilibrium state. The program SASB-IESA is written. A numerical example is solved with the two proposed methods respectively, and their applicability is pointed out based on a comparison of the result accuracy.

Key words: spatial cable-hanger system; self-anchored; Steffens-Newton method; initial equilibrium state; suspension bridge

空间索形自锚式悬索桥, 既有空间缆索抗扭刚度大、造型新颖的优势, 又有自锚式无庞大锚碇、布置灵活的特点, 逐步成为研究热点. 目前该类桥已建的有韩国永宗大桥、美国奥克兰海湾新桥、天津富民桥以及在建的南京长江隧道工程右汉桥等.

关于空间缆索体系, 国内、外已有研究主要分三类: ①假定成桥后主缆和吊索位于一个斜平面上^[1-2], 建立平面上的平衡方程, 用斜平面内的抛物线法求解; ②以主缆缆段为研究对象, 建立悬索空间三向坐标表达式^[3-4], 通过缆段间力的平衡关系, 构建主缆整体方程; ③以主缆与吊索的节点为研究对象, 建立节点的平衡方程^[5-6], 典型代表有节线法^[5], 即假定节点间缆段为直线.

悬索桥自锚式体系, 主缆锚固于主梁端部, 其拉力会引起塔、梁的受压和变形. 这会导致: ①由于缆索张力对微小的几何变形非常敏感^[7], 塔、梁变形需要考虑, 压力对塔、梁弯曲刚度的影响需要计入. 因此, 与地锚式悬索桥不同, 自锚式悬索桥包括缆索、塔梁的整个结构体系都必须同时一起分析. ②塔、梁变形, 导致缆索系统边界的改变, 从而偏离设计线形. 为了保证设计线形的实现, 在模型中除了缆索系统的初内力, 还需引入塔梁系统的初内力. 反应到工程实践中, 就是要将塔、梁的无应力尺寸做为施工控制数据^[8]. 另外, 对于后续的结构效应分析, 系统初内力对刚度的影响也必须计入.

与梁或刚架不同, 索结构设计阶段只是确定了恒载下变形后的构形(初始平衡线形), 与此对应的

收稿日期: 2009-03-04

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划资助项目(2006BAG04B01)

作者简介: 王晓明(1983—), 男, 博士生, 主要研究方向为桥梁施工控制与信息技术. E-mail: wxm512061228@gmail.com

石雪飞(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为桥梁施工控制与信息技术. E-mail: shixf@tongji.edu.cn

无变形构形未定义. 这是因为索的刚度由施加荷载决定. 为了确定形成初始平衡构形的无应力长度和初拉力, 需要进行初始平衡状态分析. 作为其他作用下结构效应分析的依据状态, 初始平衡状态分析是索结构设计的关键.

本文以空间索形自锚式悬索桥为对象, 针对空间缆索的主缆——吊索耦合特性、自锚式的自平衡特征, 对其初始平衡状态展开研究. 先推导解析简化公式, 后给出高精度迭代方法, 从而得出缆索、塔梁系统初始平衡状态的构形与相应初内力, 以及对应的无变形构形几何和力学参数. 为后续结构效应分析提供完备的数据.

1 解析简化公式

将吊杆切开, 全桥分为塔梁系统与缆索系统. 以吊杆下端竖向力 P_{vi} ($i = 1, 2, \dots, n$) 为基本未知量, 分别以两个系统为研究对象进行分析, 通过最小势能原理求解 P_{vi} . 从而可以确定缆索体系的三维坐标, 及塔梁系统的初始内力.

为了建立解析公式, 做如下假定:

- (1) 加劲梁全跨为等截面直梁, 简支于桥塔之上;
- (2) 初始平衡状态下, 边跨与主跨水平力相等, 桥塔无顺桥向弯矩, 且其受压能力强大^[9];
- (3) 恒载沿跨长均布^[10];
- (4) 成桥状态下吊索仅沿横桥向倾斜, 忽略施工过程中吊索纵桥向倾斜误差^[8].

1.1 塔梁系统分析

1.1.1 系统势能

由假设(2), 桥塔受压能力强大, 故不将其作为优化目标. 仅以加劲梁为研究对象, 忽略加劲梁剪切变形和吊杆横桥向力的影响, 其势能为

$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx + \int_0^L \frac{H_1^2}{2EA} dx \quad (1)$$

其中: M 为恒载作用下加劲梁任意截面的总弯矩; L 为加劲梁设计全长, $L = l_1 + 2l_2$, l_1 与 l_2 分别为中、边跨度; E , I 和 A 分别为加劲梁弹性模量、截面惯性矩和截面积; H_1 为梁端所受纵桥向压力.

设 $P_{vi} = 1$ 单独作用时, 产生的加劲梁弯矩为 m_i ; 自重作用下加劲梁基本结构的弯矩为 M_c ; n 为吊杆数, 则考虑吊杆力后, 任意截面的总弯矩为

$$M = M_c + \sum_{i=1}^n P_{vi} m_i \quad (2)$$

1.1.2 无应力尺寸

加劲梁与桥塔在主缆强大压力作用下, 发生压缩. 为了保证成桥时达到设计线形, 需要以无应力尺寸作为施工控制数据. 加劲梁的无应力尺寸为

$$L + \Delta L = L + \frac{LH_1}{EA - H_1} \quad (3)$$

同理, 桥塔的无应力尺寸可表示为

$$h + \Delta h = h + \frac{hqL}{2(E'A' - qL/2)} \quad (4)$$

其中: h 为桥塔设计高度; E' 和 A' 为桥塔弹模与面积; q 为全桥恒载集度.

1.2 缆索系统分析

1.2.1 竖直投影面

根据假定(2), 主缆竖向坐标采用抛物线法确定. 以下推导只给出主跨公式, 边跨可根据 H_1 不变来确定.

$$H_1 = \frac{ql_1^2}{8f} \quad (5)$$

$$y = \frac{4fx(l_1 - x)}{l_1^2} \quad (6)$$

其中: $q = w + \sum_{i=1}^n P_{vi}/L$, 是恒载集度; w 为主缆单位长度质量; f 为主缆的矢高.

1.2.2 水平投影面

根据假定(4), 横桥向, 主缆在各节点处受吊杆横向分力 P_{ti} 的作用, 两端受鞍座水平分力作用, 如图1所示.

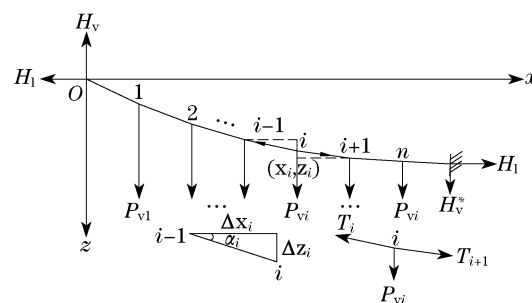


图1 主缆水平投影面计算图式

Fig.1 Calculation chart of main cable projected on the horizontal plane

主缆 $(i-1, i)$ 段的横桥向分力为

$$H_1 \tan \alpha_i = H_1 \frac{z_i - z_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}$$

同理可得 $(i, i+1)$ 段主缆横桥向分力为

$$H_1 \tan \alpha_{i+1} = H_1 \frac{z_{i+1} - z_i}{x_{i+1} - x_i}$$

三个收敛条件为主缆左右两端的坐标差值 $\Delta y, \Delta z$, 以及设计控制点和左端的竖向差值 f . 由于是三元非线性方程组, 需要采用迭代法求解. 寻求高效的初值修正量求解算法, 成为空间索形计算核心.

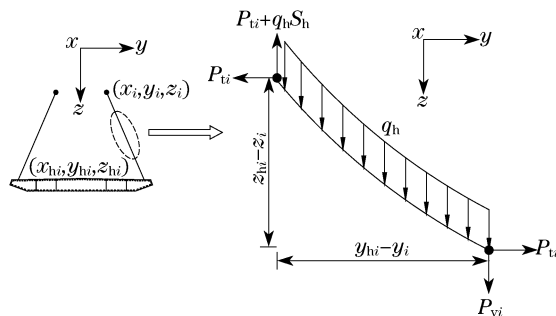


图3 倾斜吊索计算图式

Fig.3 Calculation chart of oblique hanger

$$J(\mathbf{X}, \mathbf{R}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} [f_1(\mathbf{X} + R_1 \mathbf{E}_1) - f_1(\mathbf{X})] & \frac{1}{R_2} [f_1(\mathbf{X} + R_2 \mathbf{E}_2) - f_1(\mathbf{X})] & \frac{1}{R_3} [f_1(\mathbf{X} + R_3 \mathbf{E}_3) - f_1(\mathbf{X})] \\ \frac{1}{R_1} [f_2(\mathbf{X} + R_1 \mathbf{E}_1) - f_2(\mathbf{X})] & \frac{1}{R_2} [f_2(\mathbf{X} + R_2 \mathbf{E}_2) - f_2(\mathbf{X})] & \frac{1}{R_3} [f_2(\mathbf{X} + R_3 \mathbf{E}_3) - f_2(\mathbf{X})] \\ \frac{1}{R_1} [f_3(\mathbf{X} + R_1 \mathbf{E}_1) - f_3(\mathbf{X})] & \frac{1}{R_2} [f_3(\mathbf{X} + R_2 \mathbf{E}_2) - f_3(\mathbf{X})] & \frac{1}{R_3} [f_3(\mathbf{X} + R_3 \mathbf{E}_3) - f_3(\mathbf{X})] \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{R} = (e_y, e_z, e_f)$, \mathbf{E}_i 为第 i 个空间坐标向量, $i = 1, 2, 3$.

则修正后下一步的初值为

$$\begin{bmatrix} H_{10}^{k+1} \\ H_{t0}^{k+1} \\ V_0^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{10}^k \\ H_{t0}^k \\ V_0^k \end{bmatrix} - J(\mathbf{X}^k, \mathbf{R}^k)^{-1} \begin{bmatrix} e_y^k \\ e_z^k \\ e_f^k \end{bmatrix} \quad k = 0, 1, \dots \quad (15)$$

继续迭代, 直至误差小于允许值.

收敛准则取为 $\max(|e_y|, |e_z|, |e_f|) \leq e_{ps}$, 其中 e_{ps} 为容许误差限值.

从式(14)可知, 本方法施调量采用误差本身 $R_i \mathbf{E}_i$, 会自动根据结果的大小来不断调整, 使得其即使在某些弱条件下也至少是二阶收敛^[12]. 同时, 采用差分矩阵, 每步计算 $n+1$ 个 $F(\mathbf{X})$ 函数值, 避免了梯度法的求偏导缺陷, 显著提高了运算速度.

为了减少迭代次数, 根据平面索形的抛物线理论, 给出空间索形的初值估算方法, 即

$$\begin{cases} H_{10} = \frac{ql^2}{8f} \cos(\tan^{-1}(\alpha B/l)) \\ H_{t0} = \frac{ql^2}{8f} \sin(\tan^{-1}(\alpha B/l)) \\ V_0 = ql/2 \end{cases} \quad (16)$$

其中, α 是横向垂度与梁宽比率, 一般取为 0.7~0.9.

2.1.2 迭代方法: Steffens-Newton 法

从式(10)~(12)可见, 空间索形缆索是吊索二分力、主缆三分力耦合体系. 用数值解析法求解其初始平衡状态, 面临收敛困难, 算法要求严格的问题. 因此给出基于 Steffens-Newton 法的空间索形迭代法.

目标函数 $F(\mathbf{X})$ 见式(13), 计算目标是使得 $F(\mathbf{X}) = F(H_{10}, H_{t0}, V_0) = 0$.

$$\begin{cases} f_1(H_{10}, H_{t0}, V_0), e_z = \sum_{i=1}^n h_i - \Delta z \\ f_2(H_{10}, H_{t0}, V_0), e_y = \sum_{i=1}^n y_i - \Delta y \\ f_3(H_{10}, H_{t0}, V_0), e_f = \sum_{i=1}^m h_i - f \end{cases} \quad (13)$$

求解矩阵 $J(\mathbf{X}, \mathbf{R})$, 得

根据上述算法, 应用 Matlab 编制缆索系统计算模块 ECFS, 流程见图 4.

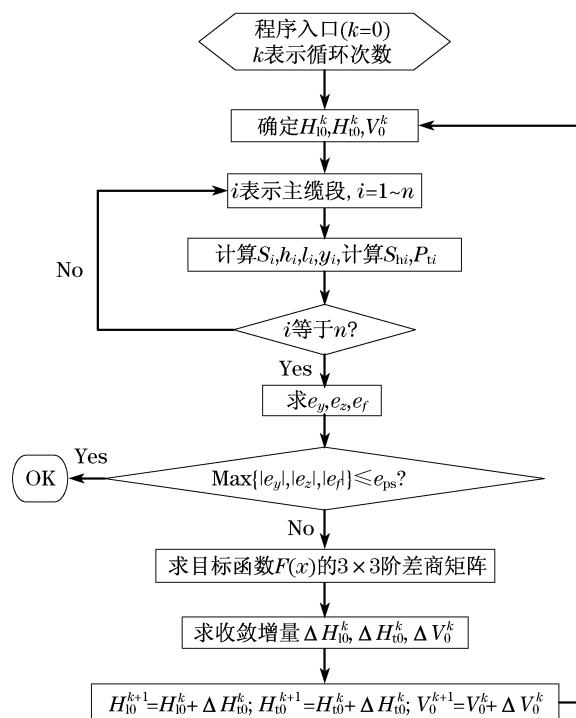


图4 缆索系统计算模块 ECFS 流程图

Fig.4 Flow chart of cable-hanger system calculation module (ECFS)

2.2 全桥初始平衡状态

2.2.1 初内力

用集中力代替缆索(见图5),自锚式悬索桥的增量刚度方程为

$$k_T \Delta \delta_{n+1} = R - P^* - F(\delta_n) \quad (17)$$

其中: k_T , R , $F(\delta_n)$ 和 δ 分别为塔梁系统的切线刚度、等效节点荷载、第 n 步抗力和节点自由度; P^* 为吊索与主缆对塔梁的作用力. 通过静力凝聚, 消去与缆索系统无关的自由度, 式(17)可写为

$$\tilde{k}_T \Delta \tilde{\delta}_{n+1} = \tilde{R} - P^* - \tilde{F}(\delta_n) \quad (18)$$

这里, $\Delta \tilde{\delta}_{n+1}$ 表示缆索节点第 $n+1$ 步自由度增量.

由式(10)可知, 缆索节点力由节点坐标和无应力长度 l_0 决定, 则缆索第 $n+1$ 步节点力 P_{n+1}^* 为

$$P_{n+1}^* = P_n^* + \Delta P^* = P_n^* + k_c \Delta \tilde{\delta}_{n+1} + k_g \Delta l_0 \quad (19)$$

将式(19)代入式(18), 可得自锚式悬索桥的增量方程, 即

$$(\tilde{k}_T + k_c) \Delta \tilde{\delta}_{n+1} + k_g \Delta l_0 = \tilde{R} - P_n^* - \tilde{F}(\delta_n) \quad (20)$$

由式(20)可见, 自锚式悬索桥的缆索系统与塔梁系统通过相互作用力 P^* (包括吊索力 P 、主缆梁端和塔顶作用力 T_g 和 T_t) 彼此影响, 存在耦合效应. 因此采用迭代逼近的思路. 如图5所示, 塔梁系统受到的吊索力 P , 其竖向分力在力学上可等效为支反力^[13].

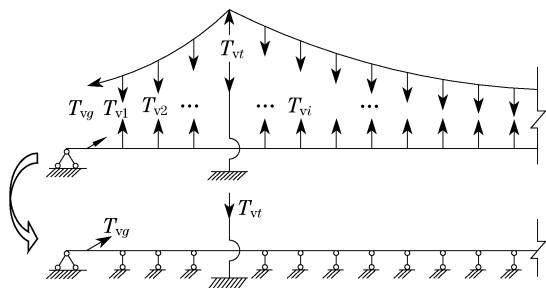


图5 自锚式悬索桥竖平面计算图式

Fig.5 Calculation chart of self-anchored suspension bridge on vertical plane

其中, P_{vi} , T_{vg} 和 T_{vt} 分别是 P , T_g 和 T_t 的竖平面分力.

编制空间梁单元分析模块 SBSA 求解图5的塔梁等效模型, 通过支反力来确定吊索下端竖向力. 调用模块 ECFS 求解空间缆索系统. 将主缆和吊杆的力按静力荷载加载到由主塔和加劲梁组成的杆系结构上, 计算加劲梁和索塔墩的初始内力, 并将其作用在整体结构上. 由于耦合效应, 前后两次得到的 P^*

并不相等. 通过反复计算直至收敛, 获得整体结构的初始平衡状态. 图6和图7分别示出程序 SASB-IESA 的流程与界面.

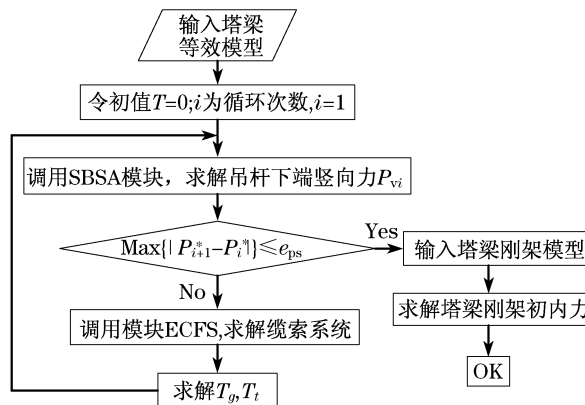


图6 全桥初始平衡状态分析程序(SASB-IESA)流程图
Fig.6 Flow chart of initial equilibrium state analysis program (SASB-IESA)



图7 SASB-IESA 程序界面

Fig.7 Interface of program SASB-IESA

2.2.2 零位移

初始平衡状态下, 结构只受自重作用. 当没有其他荷载时, 不会再发生位移, 即所谓的“零位移”状态. 如果输入的初内力是真实的成桥内力, 则内力与外力平衡, 结构不会发生位移. 值得强调的是: 这里的外力只针对自重.

为了验证所输入的初内力是否满足初始平衡状态, 可进行如下操作: 首先, 对外力引起的单元节点力与初内力进行对比, 求得不平衡力. 然后, 在不平衡力作用下, 进行全桥模型的非线性分析, 计算位移和内力. 如果初内力是真实的, 则不平衡力为零, 位移也自然为零. 如果初内力不真实, 则把新求的内力作为初内力, 附给构件, 重新进行计算^[5]. 迭代几次, 位移就趋于零了.

3 算例分析

一座双塔三跨空间索形自锚式悬索桥(如图8所示),跨径布置125+300+125 m,中跨竖向矢跨比为1:5,塔顶IP点与吊杆下锚点横向距离为16 m.主要构件的材料特性和截面特性见表1.

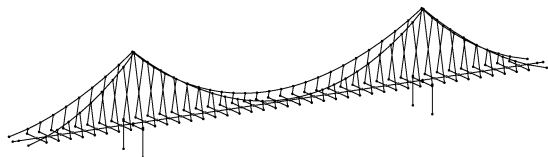


图8 计算模型

Fig.8 Three-dimensional finite element model

表1 材料特性

Tab.1 Material characteristics

参数名	无应力集度/ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$)	容重/ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)	面积/ m^2	弹性模量/ 10^5 MPa
主缆	14.493 0	—	0.135 5	1.990 0
吊杆	1.100 0	—	0.015 6	1.370 0
中跨主梁	—	76.980 0	6.483 5	2.060 0
边跨主梁	—	79.980 0	6.595 2	2.060 0

分别由本文简化公式和程序 SASB-IESA 对该桥求解,结果见图9和图10,图中的柱状代表简化公式相对 Steffens-Newton 迭代法的差值百分比.由图9和图10可见,简化公式结果总在迭代法的一侧,说明前者存在系统误差.如图9,求解竖向坐标时边跨误差达8.72%,且从塔到边墩递增;而中跨误差较小,最大为0.33%.这主要因为采用了恒载沿跨长均布的假设,边跨由于边墩支撑、主缆斜率大等原因与该假设偏离更大造成.如图10,在横向坐标的求解中,中跨最大误差达-2.69%,从塔到跨中递增;边跨最大误差为-0.29%.这主要因为简化公式将吊索简化为无质量斜杆,只考虑了吊索下端竖向力对应的横桥向水平分力,而忽略了吊索自重引起的分力,误差从塔顶向跨中累积.

综上,简化公式通过物理模型假设,解耦方便且误差不超9%,可以在初步设计中采用.而基于真实模型的 Steffens-Newton 迭代法,更适用于施工设计和监控中.

根据程序 SASB-IESA 计算的缆索无应力长度、坐标、张力,以及塔梁初内力等参数,在结构有限元程序分别建立两种模型:模型I仅考虑缆索系统的张力,不考虑塔梁系统的初内力;模型II同时计入了塔梁系统的初内力.表2列出全桥控制点的位移与

受力.

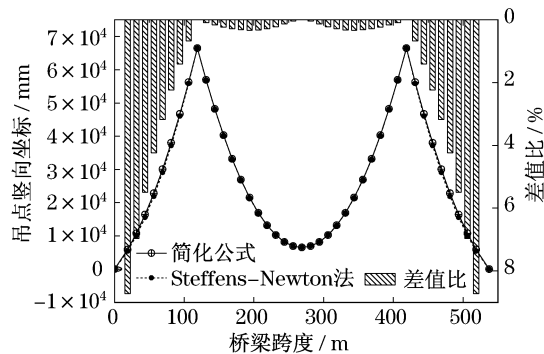


图9 吊点竖向坐标值

Fig.9 Nodal vertical coordinates

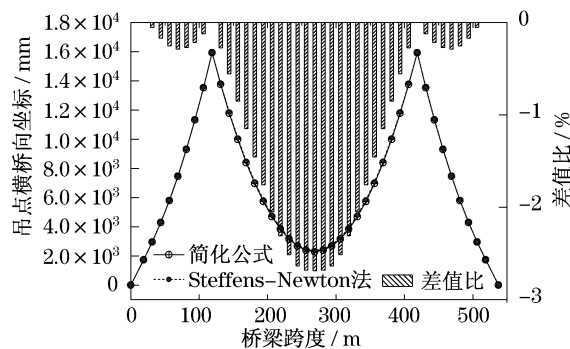


图10 吊点横桥向坐标值

Fig.10 Nodal transversal coordinates

表2 全桥初始平衡状态分析

Tab.2 Results of initial equilibrium state analysis for the total bridge system

参数	模型 I	模型 II
加劲梁梁端水平位移/cm	3.751 3	0
塔顶水平位移/cm	5.076 9	0
塔顶竖向位移/cm	2.043 9	0
主缆锚端水平位移/cm	3.760 3	0
主缆锚端竖向位移/cm	0.143 5	0
主缆跨中竖向位移/cm	7.783 4	0
主缆跨中垂度/m	60.057 4	60.000 0
主缆纵桥向张力/kN	46 305.378 4~ 46 354.271 5	47 200.733 6
端吊杆张力/kN	4 553.770 0	4 634.094 0
主梁中跨中点压力/kN	91 588.278 2	94 147.322 3
主梁边跨中点压力/kN	92 631.218 6	94 147.662 1

从表2可见,尽管在模型I中考虑了精确的缆索坐标、无应力长度与张力,但全桥的变形是无法避免的.这是由于主缆给加劲梁施加了巨大的轴力.塔顶鞍座向跨中移动了5.08 cm,而主缆锚点向跨中移动了3.76 cm.这样,缆索系统的边界条件发生了变化,随之而来的,缆索系统的成桥线形与张力也会改变.相对成桥索形而言,主缆主跨跨中竖向下挠达

7.78 cm;主缆纵桥向水平力也有不同程度的降低,最大降低 895.355 2 kN;此外,吊杆力都在降低,而且受力趋向不均匀。

由于模型Ⅱ中引入了真实的成桥内力,不仅有缆索系统的张力,还有塔梁系统的内力,因此在自重作用下,不会发生位移。此时,缆索系统线形满足设计所有要求,而且内力与自重达到了自平衡的真实状态。

4 结语

空间索形自锚式悬索桥近年来国内、外建设较多,初始平衡状态是其设计的核心。空间索的吊索二分力、主缆三分力耦合特性,以及自锚式的自平衡特征是此桥型的两个主要特点。分别采用简化物理模型与 Steffens-Newton 迭代法对其耦合特性进行解耦;同时分别应用最小势能原理和有限元迭代分析其自平衡特征。基于此,推导了解析简化公式,给出了基于 Steffens-Newton 法的高精度迭代方法,能够得出缆索、塔梁系统初始平衡状态的构形与相应初内力,以及对应的无变形构形几何、力学参数,为后续结构效应分析提供完备的数据,可分别服务于此桥型今后的初步设计和施工设计与监控。

参考文献:

- [1] 张志国,靳明君,肖进月. 空间曲线主缆悬索桥施工控制计算[J]. 石家庄铁道学院学报,2003,16(4):5.
ZHANG Zhiguo, JIN Mingjun, XIAO Jinyue. Calculation of construction control for suspension bridge with space curve main cables[J]. Journal of Shijiazhuang Railway Institute, 2003,16(4):5.
- [2] 干坚定. 悬索桥主缆索夹位置计算及放样[J]. 桥梁建设, 1999,2:33.
GAN Jianding. Computing and laying out the location of the main cable clamp for the suspension bridge[J]. Bridge Construction, 1999,2:33.
- [3] 罗喜恒,肖汝诚,项海帆. 空间缆索悬索桥的主缆线形分析[J]. 同济大学学报:自然科学版,2004,32(10):1349.
LUO Xiheng, XIAO Rucheng, XIANG Haifan. Cable shape analysis of suspension bridge with spatial cables[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2004,32(10):1349.
- [4] 栗怀广,郑凯锋,文曙东,等. 自锚悬索桥空间主缆线形精确计算方法及其应用研究[C]//第十七届全国桥梁学术会议. 重庆:人民交通出版社 2006. 1060-1065
LI Huaiguang, ZHENG Kaifeng, WEN Shudong, et al. Spatial cable accurate calculation method and application of self-anchored suspension bridge[C]// The 17th session of the Chinese Bridge Conference. Chongqing: China Communications Press, 2006. 1060-1065
- [5] Kim Hokyung, Lee Myeongjae, Chang Sungpil. Non-linear shape-finding analysis of a self-anchored suspension bridge[J]. Engineer Structures, 2002,24:1547.
- [6] 文曙东,郑凯锋,栗怀广. 空间索自锚式悬索桥线形精确计算方法研究[J]. 中南公路工程,2007,32(4):127.
WEN Shudong, ZHENG Kaifeng, LI Huaiguang. Study of an accurate calculation method for spatial cable curves of self-anchored suspension bridge[J]. Central South Highway Engineering, 2007,32(4):127.
- [7] Kim Kiseok, Lee Haesung. Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges[J]. Computers and Structures, 2001,79:2681.
- [8] 王晓明. 空间索形自锚式悬索桥初始平衡状态分析[D]. 西安:长安大学,2007.
WANG Xiaoming. Initial equilibrium state analysis of self-anchored suspension bridge with spatial cable[D]. Xi'an: Changan University, 2007.
- [9] 黄琼,叶梅新. 自锚式悬索桥简化计算方法研究[J]. 铁道学报,2008,30(1):122.
HUANG Qiong, YE Meixin. Study on simplified calculation method of self-anchored suspension bridge[J]. Journal of the China Railway Society, 2008,30(1):122.
- [10] 项海帆. 高等桥梁结构理论[M]. 北京:人民交通出版社,2002.
XIANG haifan. Advanced bridge structure theory[M]. Beijing: China Communications Press, 2002.
- [11] 现代应用数学手册计算与数值分析卷[M]. 北京:清华大学出版社,2005.
Handbook of modern applied mathematics and numerical analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.
- [12] 郑权,刘停战. 斯蒂芬森—牛顿类迭代法的二阶收敛性[J]. 吉林大学学报:理学版,2003,41(2):134.
ZHENG Quan, LIU Tingzhan. The quadratic convergence of the steffensen-newton-like iteration method[J]. Journal of Jilin University: Science Edition, 2003,41(2):134.
- [13] 肖海波,俞亚南,高庆丰. 自锚式悬索桥主缆成桥线形分析[J]. 浙江大学学报:工学版,2004,38(11):1470.
XIAO Haibo, YU Yanan, GAO Qingfeng. Analysis of finished main cable shape of self-anchored suspension bridges[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2004,38(11):1470.