

# 基于孔隙特征的天津滨海软粘土微观结构研究

张 宏<sup>1</sup>, 柳艳华<sup>2</sup>, 杜东菊<sup>3</sup>

(1. 同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804; 2. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064;  
3. 天津城市建设学院 土木工程系, 天津 300384)

**摘要:** 利用真空冷冻干燥法, 制得天津滨海新区软土不同固结压力下代表性样品, 并利用扫描电子显微镜(SEM)对样品进行扫描观察. 在此基础上系统地分析了样品 SEM 图像在不同固结压力下孔隙结构参数的变化规律及运用平面分形维数  $D_p$  对样品不同固结压力下土中孔隙分布状况的整体性、平均性进行了分析, 且提出能够综合反映土中孔隙的大小、形态、分布、定向性等微观特征的结构性参数孔隙结构因子(pore structure factor). 分析表明, 土体内部孔隙的结构性参数与外部荷载之间有着良好的对应关系, 在结构屈服压力前后, 土体内部孔隙特征存在明显的差异.

**关键词:** 孔隙特征; 软土; 微观结构; 孔隙结构因子

**中图分类号:** TU 41

**文献标识码:** A

## Microstructure Research Based on Pore Characteristic of Soft Clay in Tianjin Binhai New District

ZHANG Hong<sup>1</sup>, LIU Yanhua<sup>2</sup>, DU Dongju<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. School of Highway Chang'an University, Xi'an 710064, China; 3. Department of Civil Engineering, Tianjin Institute of Urban Construction, Tianjin 300384, China)

**Abstract:** Representative sample of soft soil in Tianjin Binhai new district under different consolidation pressures are made by chill-sublimating and SEM(scanning electron microscopy). The change of pore structure parameter of sample SEM images under the applied consolidation stress level is systematically analyzed and the integrity and average equitability of pore distribution is studied with the simple plane fractal ( $D_p$ ), and Pore Structure Factor (PSF) is presented which can reflect the scale, shape, distribution, orientation of pore. The research indicates that there is a fine corresponding relationship between structural parameters of

internal pore and external loading. The internal characteristics of void are quite different before and after structural yielding pressure.

**Key words:** pore characteristic; soft soil; microstructure; pore structure factor

广义讲, 大部分天然土都有一定的结构性<sup>[1-2]</sup>, 在工程领域, 只有结构效应显著的土称结构性土<sup>[3]</sup>. 近年来, 土的结构性研究引起了人们的广泛关注. 早在 20 世纪 20 年代 Terzaghi 就指出在评价土体的工程性质时, 必须注意考虑其微观结构. 谢定义也曾指出: 土结构性是决定各类土力学特性的最为根本的内在因素<sup>[4]</sup>. 沈珠江<sup>[5]</sup>院士也曾强调指出: 土的结构性本构模型建立将成为 21 世纪土力学的核心. 随着测试技术进步与电子计算机大规模应用, 土的结构性研究逐渐从定性描述过渡到结构参数定量化提取. 20 世纪 50 年代, Bindley, Morgenstern 分别利用 X 射线衍射仪及偏光显微镜对土颗粒定向度进行测定; Tovey 等<sup>[6]</sup>于 1973 年首次根据电子显微试验结果对土微观结构进行定量化分析尝试. Tovey<sup>[7-9]</sup>, Osipov, Sukharev 和 Sokolov 等利用计算机图像处理系统对土微观结构的图像进行了定量分析, 取得了一批很有价值的成果. 施斌和李生林<sup>[10]</sup>利用莫斯科大学研制的 Videolab 图像分析系统对我国某些粘性土进行了结构定量化研究. Tyler 等<sup>[11]</sup>和 McBrathney<sup>[12]</sup>研究了粒子和集合体分布的分形特征与规律; 刘松玉等<sup>[13]</sup>研究了红土、膨胀土、下蜀土的粒度分布特征, 表明粒度分布具有分形结构, 并认为分维可作为粘性土工程分类的指标; 胡瑞林等<sup>[14]</sup>、徐永福等<sup>[15]</sup>对土粒表面、颗粒分布、土的孔隙表面和分布的分形特征进行了综合研究, 获得了参

收稿日期: 2009-06-24

基金项目: 天津市自然科学基金资助项目(023607411)

作者简介: 张 宏(1978—), 男, 讲师, 工学博士, 主要研究方向为岩土力学及路基工程. E-mail: zhanghong3537@126.com

数与土的工程性质之间的关系.王清<sup>[16]</sup>利用压汞试验资料研究土体孔隙的分形几何特征.

鉴于软土微观结构定量化的研究现状,笔者以结构效应显著的滨海软土为研究对象,较系统地分析天津滨海新区软土的孔隙结构参数(平均等效直径、平面孔隙率、形态比、充填比、各向异性率)在不同固结压力下的变化规律及平面分维特征.建立结构性参数与力学参数之间的关系,进一步揭示滨海软土变形和强度变化的本质.

## 1 试验方法

土微观结构参数量化提取特别是孔隙结构特征参数的提取关键是确保试验样品不被扰动或尽可能降低扰动程度.在本次研究中,首先在原位现场用薄壁取土器取得原状样,然后利用真空冷冻干燥法制备试验所需原状样及不同固结压力下的试验样品.该方法的原理是采用液氮或液氮冷却的异戊烷

将土样快速冷冻,使孔隙中的水直接变成非晶质的冰,然后通过真空升华完成脱水,从而达到土样既干燥又不变形的目的.所用仪器为中国科学院广州地球化学研究所研制的土微结构真空冷冻制样仪,仪器的最高真空度可达  $1 \times 10^{-4}$  Pa,样品制备方法及原理详见文献<sup>[17]</sup>.将制备的样品用扫描电子显微镜(SEM)进行观察测试.采用德国 LEO-1530VP 场发射扫描电子显微镜(最高分辨率为  $10^{-3}$   $\mu\text{m}$ )对滨海软土进行测试.

## 2 软土微观结构特征

### 2.1 结构类型

滨海软土的无侧限抗压强度试验得到其灵敏度为 6.0,属高灵敏性土.不同固结压力下( $P = 0, 100, 200, 300, 400$  kPa)垂直截面微结构样品放大 2 000 倍的 SEM 图像参见图 1.

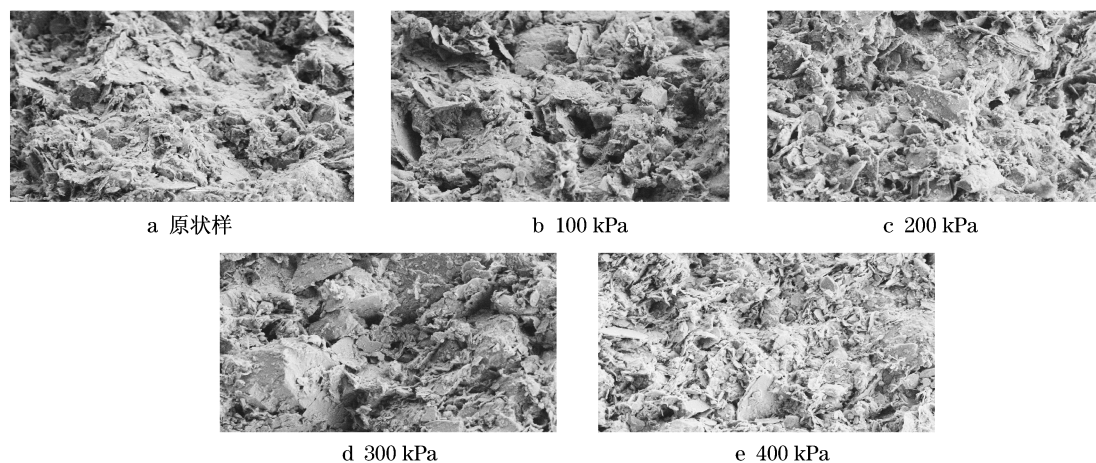


图 1 大港区(垂直截面)土样扫描电子显微镜图

Fig.1 Scanning electron micrograph of soil sample vertical section in Dagang

滨海软土原状样( $P = 0$ )土的结构类型属于团粒-絮凝状结构,基本单元体之间及粒状颗粒之间的排列比较紧密,且许多片状单元体粘贴在粒状颗粒表面及粒间接触点上,可起一定的胶结作用.滨海软土加荷 100 kPa 时,土的结构类型基本与原状土类似,属于团粒-絮凝状结构,还可以见到大颗粒存在,土的密实度相对原状土来讲有所增加,但不甚明显.当压力增至 200 kPa 时,颗粒数目明显增多,而且细小颗粒比例大幅增加,孔隙面积减少,定向性不明显,土的结构形态以基质结构为主.这是由于本次用于固结试验的土的结构屈服压力基本在 150~200 kPa 之间,当压力超过其结构屈服压力的时候,土的

结构被破坏,土骨架塌陷,结构强度迅速降低.当压力增加到 400 kPa 的时候,无论是颗粒还是孔隙水平取向增多,土的结构变得致密,结构类型以絮流为主.

### 2.2 孔隙特征参数

土的结构性是组成土结构的最基本要素即结构单元体(单粒、颗粒集合体)和孔隙的大小、形状、排列及它们之间接触和联结关系的总称<sup>[18]</sup>.

由于海相沉积的软土中粘粒含量很高,因此土中颗粒以单粒形式出现的并不多,一般都是由几个粘粒组成微集聚体,构成淤泥质土微观结构的基本单元,而微集聚体还可以进一步凝聚成更大的颗粒,

构成二级结构单元. 因此如果用图像处理系统对 SEM 拍摄的图片进行结构单元体量化研究时, 对于集聚体的层次问题很难分清, 这就会使结构单元体的量化产生很大的误差. 另外, 由于高孔隙性是淤泥质土的重要结构标志, 它直接决定了土体的压缩性、渗透固结等特性. 孔隙的种类、大小和形状的不同对力学性质的影响程度也不相同. 基于上述 2 个方面的原因, 选择了孔隙作为土微观结构量化

研究的对象, 对原状软土以及不同固结压力下的软土在用 SEM 进行观察之后, 选用统一放大倍数 2000 倍照片对土中孔隙进行量化统计, 见图 1.

采用德国 LeicaQwin5000 偏光图像处理系统对 SEM 拍摄的照片进行处理和分析, 选用的孔隙特征参数参见表 1. 滨海软土不同固结压力下孔径分析结果参见表 2, 孔隙的大小、多少、形态以及排列特征参数随压力变化的结果参见图 2~6.

表 1 孔隙特征参数定义

Tab.1 Definitions of void characteristics parameters

参 数	参 数 定 义
$D = 2(A/\pi)^{1/2}$	$D$ 为等效直径 (equiv diam), 即与孔隙面积相等的等效圆的直径; $A$ 为孔隙的实际面积.
$A_F = A/A_1$	$A_F$ 为面积比 (area fraction), 即为所测孔隙面积占总图像面积的百分比, 也称平面孔隙率; $A_1$ 为颗粒与孔隙的总面积.
$A_R = L/B$	$A_R$ 为形态比 (aspectratio), 即为孔隙的长轴与短轴之比, 其值越大说明孔隙越趋于长条形; $L, B$ 分别为孔隙的长轴和短轴的长度.
$F_R = \sqrt{A/A'}$	$F_R$ 为充填比 (fullratio), 即为实测孔隙面积与其外接圆面积比的平方根, 其值越大说明孔隙越趋于呈圆形; $A'$ 为孔隙的外接圆面积.
$I_n = [(L - B)/L] \times 100\%$	$I_n$ 为各向异性率, 各向异性率值的变化范围在 0~100% 之间. 当 $I_n = 0$ 时, 说明孔隙呈随机分布; 当 $I_n = 100\%$ 时, 说明孔隙呈同一方向分布. $I_n$ 反映了土微观结构孔隙排列的整体定向性特征.

滨海软土原状样在小于 5  $\mu\text{m}$  的孔径组中占较大比重. 在荷载作用初期, 各个孔径组孔隙面积分数的变化均较小, 可以认为在荷载小于土结构屈服压力时, 土中孔隙组成的变化很小. 随着荷载的增加, 当其值超过了土的结构屈服压力后, 5~10, 2~5 及 1~2  $\mu\text{m}$  几个相对较大的孔径组的孔隙面积分数不断减小, 而小于 1  $\mu\text{m}$  的相对较小孔径组的孔隙面积逐渐增加. 说明荷载的作用使得土中大孔隙逐渐被压缩. 详见表 2.

表 2 软土原状样在不同压力下孔隙面积分数

Tab.2 Results of pore size of undisturbed soft clay sample in different pressure %

压力 $P$ / kPa	<1 $\mu\text{m}$	1~2 $\mu\text{m}$	2~5 $\mu\text{m}$	5~10 $\mu\text{m}$	>10 $\mu\text{m}$
0	23	47	24	6	0
100	27	46	22	5	0
200	61	29	10	0	0
300	81	13	6	0	0
400	88	8	4	0	0

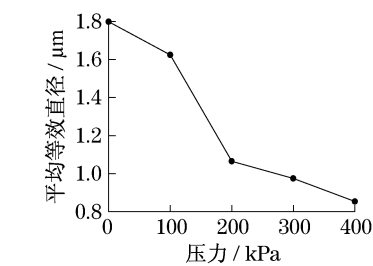


图 2 孔隙的平均等效直径与压力关系

Fig.2 Curve between equivalent diam and pressure

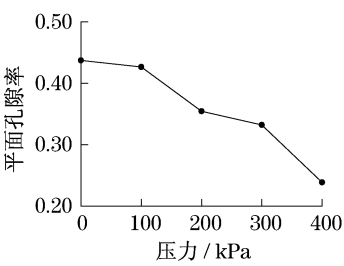


图 3 孔隙的平面孔隙率与压力关系

Fig.3 Curve between void ratio and pressure

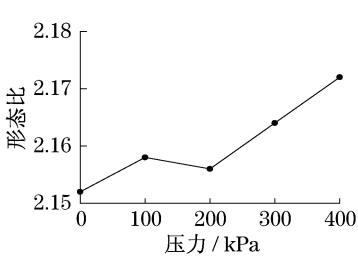


图 4 孔隙的形态比与压力关系

Fig.4 Curve between aspectratio and pressure

从图 2 中可以看出, 随着压力的增大, 土中孔隙的平均直径有逐渐变小的趋势. 其原因在于: 土体在受力条件下所产生的变形是结构连结、结构单元体

和孔隙 3 个要素变形的综合结果. 孔隙的存在是结构发生变形、破坏的根本原因. 在荷载作用下, 颗粒相互靠拢, 相互镶嵌, 造成颗粒间距减少, 孔隙的直

径也必然随之减少.从变化曲线上还可以看出,压力为 100~200 kPa 孔隙平均直径减小的趋势相对明显,而在 0~100 kPa 与 200~400 kPa 区间其减少的幅度相对较小,特别是后期,曲线变得较为平缓.这是因为所用土样的结构屈服压力略低于 200 kPa,在施加的荷载低于其结构屈服压力时,各个孔径组孔隙含量变化较小,因此孔隙的平均直径变化幅度也较小;当荷载高于其结构屈服压力时,大孔隙坍塌,被颗粒所充填,土原始结构严重破坏,结构强度逐渐变小,此时的土已经属于结构强度很低的扰动土,因此在所施加荷载继续增加的时候,孔隙平均直径的减少幅度也相应降低.

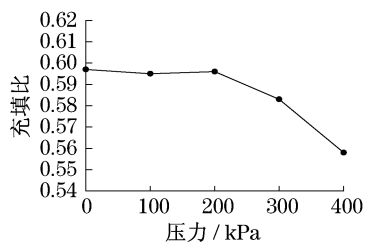


图 5 孔隙的充填比与压力关系

Fig.5 Curve between fullration and pressure

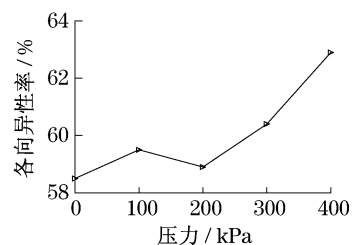


图 6 孔隙的各向异性率与压力关系

Fig.6 Curve between  $I_n$  and pressure

平面孔隙率反映的是孔隙所占面积的大小,从图 3 可见,随着压力的增加,滨海软土的平面孔隙率呈减小的趋势.这种变化规律反映出随着固结荷载的增大,土中孔隙所占的面积逐渐减少,结构单元体之间趋于紧密.

从图 4 可以看出,滨海软土原状样孔隙的平均形态比为 2.15 左右,说明该软土孔隙以非等轴形为主;随着压力的增加,形态比的值出现一定的波动,在较小压力作用下其变化并不明显,但是随着压力的不断增加形态比有增大的趋势.这说明在加压初期,由于结构强度的存在,土中各孔径组的孔隙变化较小,而在较大压力作用下,随着土结构的破坏,大孔隙已经很少,颗粒位置的初期调整已经结束,在荷载作用下土中孔隙形状趋于长条形.即在较大荷载作用下土中孔隙有逐渐被拉长、延伸的趋势.但从总

体上来看,这种变化趋势非常缓慢,并不十分明显,这是因为孔隙在被压缩变小的过程中,其长轴和短轴是同时变化的,因此它们的比值变化不十分显著.

从图 5 可以看出,原状土的充填比约为 0.59 左右,说明孔隙以非等轴形为主,在小荷载作用下,充填比的值出现波动且变化不明显,而在较大压力作用下,其值呈减小的趋势.说明在压力较大时,孔隙趋于长条形.这种变化的过程和趋势与形态比随压力的变化规律相一致.

从图 6 可以看出,在压力为 100,200 kPa 时,土中孔隙的各向异性率变化不明显,而随着压力的增加,  $I_n$  有增大的趋势,说明随着压力的增加,孔隙的定向性愈加明显.在压力较小时,  $I_n$  变化不明显是由于在开始施加荷载时,土中孔隙在各孔径组的含量变化较小,定向性变化亦较小;而在压力刚刚超过其结构屈服压力时,结构被破坏,伴随着大孔隙的坍塌,颗粒被压碎,细小颗粒充填进孔隙之中,因此孔隙的各向异性率出现波动,且变化不显著.

### 2.3 孔隙分维特征

近年来,分形理论的飞速发展,为岩土材料复杂力学问题的研究提供了一种崭新的工具.许多学者<sup>[13,15-17]</sup>运用分形理论研究土的微观结构取得了一些成绩.笔者采用计盒维数算法计算所得到的平面分形维数  $D_p$  研究软土的分维特征,以深入分析软土的结构性及其在荷载作用下的变形特性.平面分维值  $D_p$  的计算方法如下.

如图 7 所示,假设图像中含有多个孔隙(图中点状闭域),以边长为  $\epsilon$  的正方形将图像分割成规格为  $(H/\epsilon) \times (H/\epsilon)$  的正交网格,并且设含有孔隙(或一部分)的网格总数为  $N(\epsilon)$ ,如果改变  $\epsilon$ ,使其在值域范围内序列变化,如  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ ,则得到相应的序列值  $N(\epsilon_1), N(\epsilon_2), \dots, N(\epsilon_n)$ ,将这些数据组描绘于双对数坐标系中,即可直观地确定  $\lg \epsilon - \lg N(\epsilon)$  对应关系.如果存在线性特征,表明孔隙分布具有分形特征,若线性部分的斜率为  $k$ ,那么

$$D_p = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\lg N(\epsilon)}{\lg (\epsilon)} = -k \quad (1)$$

平面分维值  $D_p$  越大,表明孔隙分布越均匀,颗粒集团化程度越低,土的密实度越小.

由图 8 可见,在荷载作用下垂直截面上孔隙平面分维值呈减小趋势.在荷载作用初期,孔隙平面分维值变化不明显;而当荷载增加到 200 kPa 时,软土孔隙平面分维值明显降低;当荷载增加到 300 kPa 时,分维值变化比较平缓;随着荷载的不断增大,孔

隙的平面分维值降低. 这种变化规律反映了在压力小于土的结构屈服压力时, 土中孔隙面积及分布状况变化较小, 当压力超过土结构屈服压力之后, 土的结构强度大幅度损失, 伴随着土中大孔隙的坍塌, 孔隙面积急剧减小, 随着荷载的不断增大, 土中孔隙不断被压密, 土的密实度提高.

#### 2.4 孔隙结构因子

孔隙特征参数及分维特征这些量化参数表征了软土孔隙结构的某一方面特征. 然而, 研究土中孔隙结构特征时, 更希望获得能够更加全面反映土中孔隙结构特征的综合性指标.

为此, 笔者运用统计理论方法对表示孔隙的大小、形状、定向性参数以及孔隙的平面分维数进行综合分析研究, 发现对描述孔隙的各微观结构参数进

行组合后, 所得组合参数  $P_{SF}$  值与荷载  $P$  具有良好的相关性.

$$P_{SF} = \frac{1}{R} \cdot \frac{D_p D}{F I_n} \quad (2)$$

式中:  $P_{SF}$  (pore structure factor) 为孔隙结构因子;  $R$  为所用显微镜的分辨率 (resolution);  $F$  为充填比 (fullratio);  $D$  为平均等效直径 (equiv diam).

由式(2)计算所得滨海软土孔隙结构因子  $P_{SF}$  与不同固结压力的回归曲线见图9. 其中二次曲线回归相关系数最好, 其次是指数和直线回归. 由于二次曲线、指数回归方程中系数均在  $10^{-5}$ , 且直线的回归系数相对也比较高 ( $R = 0.94$ ). 故最终取  $P_{SF}$  与  $P$  的统计方程为直线式:  $10^3 P_{SF} = 9.50 - 0.015P$ ,  $R = 0.94$ , 其中  $R$  为相关系数.

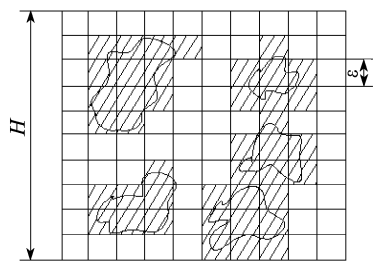


图7 计盒维数算法示意图  
Fig.7 Schematic diagram of box dimension

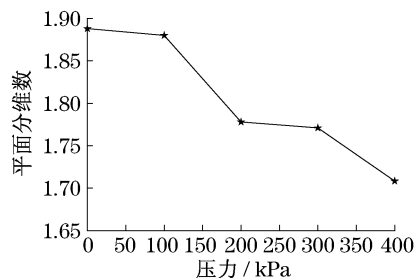


图8 软土平面分维数与压力关系曲线  
Fig.8 Curve between plane fractal dimension and pressure of soft clay

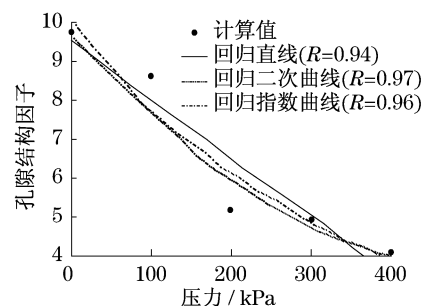


图9 孔隙结构因子与压力回归曲线  
Fig.9 Curve between  $P_{SF}$  and pressure

### 3 结论

利用冷冻干燥法制得天津滨海新区滨海软土原状样及不同固结压力下代表性样品, 并利用 SEM 对样品进行扫描观察, 研究了软土的孔隙结构特征, 得到如下结论:

(1) 从结构类型上看, 滨海软土属于团粒-絮凝状结构, 但单元体与颗粒之间排列比典型的团粒-絮凝状结构更为紧密. 随固结压力的增大, 结构类型逐渐转化为紊流状.

(2) 采用的表示孔隙大小和形态的参数(平均等效直径、平面孔隙率、形态比、充填比)及定向性参数(各向异性率)基本上能有效反映软土在受到不同压力作用后所具有的变化特征, 并能从不同角度说明软土变形的动态变化过程.

(3) 试样软土的孔径特征表现为小于  $5 \mu\text{m}$  的孔径组孔隙占有相当大比重, 孔隙的形状均以非等

轴性为主, 软土孔隙的定向性总体上均不明显.

(4) 在不同固结压力作用下, 滨海软土微结构特征主要表现为在压力作用初期各孔径组中孔隙面积分数、孔隙的平均等效直径、平面孔隙率变化均较小, 随着压力的增加, 大孔径组中孔隙面积分数降低, 小孔径组中孔隙面积分数增加, 孔隙的平均等效直径降低, 平面孔隙率减小; 随着压力的增大, 孔隙有被拉长、延伸的趋势; 在荷载作用下, 孔隙的定向性愈加明显. 说明在荷载作用下, 孔隙发育程度降低, 土的密实程度增加. 荷载在结构屈服压力前后各参数的变化差异明显.

(5) 在荷载作用下垂直截面上孔隙平面分维值呈减小趋势. 在荷载作用初期, 孔隙平面分维值变化不明显; 而当荷载增加到 200 kPa 时, 软土孔隙平面分维值明显降低, 当荷载增加到 300 kPa 时, 分维值变化比较平缓, 随着荷载的不断增大, 孔隙的平面分维值降低. 这种变化规律反映了在压力小于土的结构屈服压力时, 土中孔隙面积及分布状况变化较小,

当压力超过土结构屈服压力之后,土的结构强度大幅度损失,伴随着土中大孔隙的坍塌,孔隙面积急剧减小,随着荷载的不断增大,土中孔隙不断被压密,土的密实度提高。

(6) 孔隙结构因子综合反映了孔隙的大小、形态、分布、定向性4个方面的因素,且此参数与荷载具有很好的相关性。

#### 参考文献:

- [1] Mesri G. "New design procedure for stability of soft clays" discussion [J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1975, 101(4): 409.
- [2] Tavenas F, Leroueil S. State-of-the-art on laboratory and in-situ stress-strain-time behavior of soft clays [C] // International Symposium on Geotechnical Engineering of Soft Soils. Mexico City: Sociedad Mexicana de Mecanica de suelos, 1987, 2: 3-48.
- [3] 肖树芳, 雷华阳, 房后国. 近代软土结构性及弹-塑性模型研究[J]. 工程地质学报, 2000, 8(4): 394.  
XIAO Shufang, LEI Huayang, FANG Houguo. Study on the structural characteristics and elastic-plastic model of recent marine soft soil [J]. Journal of Engineering Geology, 2000, 8(4): 394.
- [4] 谢定义, 齐吉琳. 土结构性及其定量化参数研究的新途径[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(6): 651.  
XIE Dingyi, QI Jilin. Soil structure characteristics and new approach in research on its quantitative parameter [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(6): 651.
- [5] 沈珠江. 土体结构性的数学模型——21世纪土力学的核心问题[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(1): 95.  
SHEN Zhujiang. Mathematical model of soil structure-the key problem of soil mechanics in the 21st Century [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(1): 95.
- [6] Tovey N K. Quantitative analysis of electron micrographs of soil structure [C] // International Symposium on Soil Structure. Stockholm: Swedish Geotechnical Institute, 1973: 50-57.
- [7] Tovey N K, Wong K Y. Some aspects of quantitative measurements from electron micrographs of soil structure [C] // Proceedings of the 4th International Working Meeting on Soil Micromorphology. G K Rutherford: Limestone Press, 1974: 207-222.
- [8] Tovey N K. A digital computer technique for orientation analysis of micrographs soil fabric [J]. Journal of Microscopy, 1980, 120: 303.
- [9] Tovey N K, Krinsley D H. Mapping of the orientation of fine-grained minerals in soils and sediments [J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 1992, 46(1): 93.
- [10] 施斌, 李生林, Tokachev M. 粘性土微观结构 SEM 图像定量研究[J]. 中国科学 A 辑, 1995, 25(6): 666.  
SHI Bin, LI Shenglin, Tokachev M. Quantitative SEM study of cohesive clay microstructure [J]. Science in China, Ser A, 1995, 25(6): 666.
- [11] Tyler S W, Wheatcraft S W. Fractal scaling of soil particle-size distribution analysis and limitations [J]. Soil Soc Am J, 1992, 56: 362.
- [12] McBrathney A B. Comments on "fractal distribution of soil aggregate size distribution calculated number and mass" [J]. Soil Sci Soc Am J, 1993, 57: 1393.
- [13] 刘松玉, 方磊. 试论粘性土粒度分布的分形结构[J]. 工程勘察, 1992(2): 16.  
LIU Songyu, FANG Lei. Discussion on fractal structure of cohesive clay size distribution [J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 1992(2): 16.
- [14] 胡瑞林, 官国琳, 李向东, 等. 粘性土微观结构定量模型及其工程地质特征研究[M]. 北京: 地质出版社, 1995.  
HU Ruilin, GUAN Guolin, LI Xiangdong, et al. Study on engineering geology characteristic and quantitative model of cohesive clay micro structure [M]. Beijing: China Geological Press, 1995.
- [15] 徐永福, 田美存. 土的分形微结构[J]. 水利水电科技进展, 1996, 16(1): 25.  
XU Yongfu, TIAN Meicun. Fractal microstructure of soil [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 1996, 16(1): 25.
- [16] 王清. 土孔隙的分形几何研究[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(4): 496.  
WANG Qing. A Study on fractal of porosity in the soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(4): 496.
- [17] 柳艳华, 张宏, 杜东菊. 多重分形在海积软土微观结构研究中的应用[J]. 水文地质工程地质, 2006, 33(3): 83.  
LIU Yanhua, ZHANG Hong, DU Dongju. The applications of multi-fractal in soil microstructure [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2006, 33(3): 83.
- [18] 胡瑞林, 王思敬, 李向全. 21 世纪工程地质学生长点: 土体微结构力学[J]. 水文地质工程地质, 1999(4): 5.  
HU Ruilin, WANG Sijing, LI Xiangquan. A growing point of engineering geology in 21st century soil micromechanics [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 1999(4): 5.
- [19] 李后强, 汪富泉. 分形理论及其在分子科学中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 1993.  
LI Houqiang, WANG Fuquan. Fractal theory and application in the molecular sciences [M]. Beijing: China Science Press, 1993.