

# 深开挖基坑回弹引起的坑中桩受力与位移计算

杨 敏<sup>1,2</sup>, 逯建栋<sup>3</sup>

(1. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092;  
3. 天津市地下铁道集团有限公司, 天津 300051)

**摘要:** 深基坑开挖卸载坑底土回弹会对坑底桩的受力性状产生影响. 在不考虑桩身自重的情况下以残余应力法和 Mindlin 解为基础, 以桩土位移协调和桩体受力平衡为条件, 研究刚性桩桩体回弹量和桩侧摩阻力分布. 分析结果表明, 桩体的位移量随着桩长和桩径的增长而减小, 桩径的变化对中性点的深度位置以及桩侧摩阻力的分布形态影响很小. 中性点随着桩长的增加其深度位置逐渐下移. 当桩长相对较短时, 桩体的位移量随着基坑开挖深度的增加而增大; 当桩长相对较长时, 桩体的位移量随着基坑开挖深度的增加而增大, 最后出现平缓的趋势. 中性点随土体回弹再压缩模量的增大而下移, 桩体回弹量随土体回弹再压缩模量的增加而减小, 后趋于定值.

**关键词:** 基坑; 回弹; 立柱; 桩; 位移计算

**中图分类号:** TU 473

**文献标识码:** A

## A Calculation of Behavior of Underpinning Pile Subject to Excavation of Deep Foundation Pit

YANG Min<sup>1,2</sup>, LU Jiandong<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Tianjin Metro Group Company Limited, Tianjin 300051, China)

**Abstract:** Behavior of underpinning pile foundation is affected by unloading and rebound subject to deep excavation. Based on residual stress method and Mindlin solution, an analysis was made of the rebound of rigid pile and the distribution of shaft resistance under the condition of displacement compatibility and pile's force balance when pile's self weight was neglected. Analysis results indicate that pile's displacement decreases as its length and diameter increase. Changes of pile's diameter have little impact on the depth of neutral point and the distribution pattern of shaft resistance. The neutral point is becoming lower as pile length is

increasing and the same with the rebound and recompression modulus. The rebound of underpinning pile increases as excavation depth increases and becomes gradual when pile length is relatively longer. Pile's displacement decreases and then reaches a certain value as the modulus of soil rebound and recompression increases.

**Key words:** foundation pit; rebound; upright post; pile; displacement calculation

基坑开挖前一般先行设置桩基础, 基坑开挖之后坑底土由于卸载而打破了原有的平衡状态. 卸载后的土体会回弹隆起, 对坑底桩上部产生上拔作用; 而深层的桩侧土体则对桩体有向下的约束作用, 防止其上移. 高层建筑或地铁车站的深大基坑开挖卸载对桩体的受力影响更为显著.

深基坑坑底隆起是影响基坑维护结构和内支撑系统以及立柱竖向位移的重要因素, 立柱的隆起可能会导致支撑系统的失稳破坏<sup>[1-2]</sup>. 深基坑开挖由于坑底卸载导致坑底土体回弹, 坑底土体回弹对工程桩产生向上的摩阻力, 在适当的土层组合和钢筋笼长度下, 容易在钢筋笼底部素混凝土桩身段因产生上拔拉应力集中而将桩身拉断<sup>[3]</sup>. 陈锦剑等<sup>[4]</sup>采用基于非线性有限元的数值方法对抗拔桩在面积深开挖过程中的受力特性进行了数值分析. 文献<sup>[5]</sup>对抗压桩在基坑回弹情况下产生的受力影响进行了分析: 在对抗压桩设计中, 如果要考虑抗压桩主筋配置优化, 必须要对基坑开挖过程中土体回弹因素进行充分考虑. 配筋需满足主筋配置深度以上的桩身重量和混凝土抗拔力极限值之和大于桩侧摩阻力. 否则很难保证桩身在土体回弹过程中不被拉断. 对于工程桩是抗拔桩时, 由于工程桩全笼配筋, 抗拔力通常大于上拔力, 则工程桩随土体整体上移. 文献

收稿日期: 2009-08-05

作者简介: 杨 敏(1960—), 男, 教授, 工学博士, 博士生导师, 主要研究方向为桩基础与深基础, 土木信息技术.  
E-mail: yangmin1943@126.com

[6]对深基坑开挖过程中的单桩和群桩受力进行了三维软件模拟,并对世博地下变电站工程抗拔桩进行了数值分析.

传统的分析研究都基于有限元软件模拟,本文以桩土位移协调和桩体受力平衡为基础对均质土中深开挖基坑回弹引起的坑中桩受力与位移提出了一种计算分析方法.

## 1 理论分析

假定桩体为刚性桩,则开挖卸载后桩体将产生一等值的竖向向上位移 $\{w_p\}$ ,可知 $\{w_p\}$ 中各元素即桩身各点的位移相等.

若基坑底土体在没有桩存在的情况下,由于卸载将产生回弹变形,假定此回弹可通过残余应力法<sup>[7-9]</sup>计算.在坑底土体中有桩存在的情况下,坑底土体在开挖卸载后依旧会发生回弹,但桩侧一定范围内的土体回弹变形将受到桩体存在的影响,而在桩侧一定范围之外,桩体的影响可以忽略,假设此处土体产生自由回弹场,土体回弹量可依据残余应力法理论计算如下:

$$\{w_s\} = \frac{\{\sigma_z\}}{\{E_t\}}\{h\} \quad (1)$$

式中: $\{w_s\}$ 为无桩时坑底土层的自由回弹量; $\{\sigma_z\}$ 为坑底土层的卸荷应力平均值; $\{E_t\}$ 为坑底土层的卸荷模量; $\{h\}$ 为坑底土层的分层厚度.

当基坑中有桩存在时,桩侧一定范围内的土体会因桩体的存在而受到影响.基坑开挖后坑中桩会在坑底土体作用下产生向上的回弹量,由于桩土之间的回弹量不完全相同,桩体即受到坑底上部土层的上拔作用,同时也受到坑底下部土层的约束作用.桩体受力如图 1 所示.

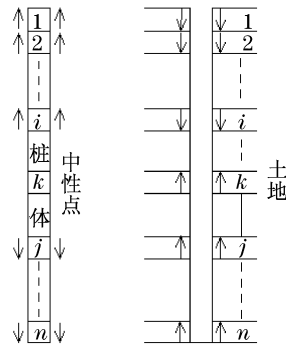


图 1 桩土受力示意图

Fig.1 Sketch map of pile and soil under stress action

在基坑底某一深度处,桩土回弹量相等,二者之间没有相对位移,相互之间没有摩阻力,这一点称之为中性点.

图 2 为桩土位移协调示意图,图中, $w_{pj}$ 为单元体  $j$  的竖向向上位移; $w_{ri}$ ,  $w_{rj}$  分别为单元  $i$ ,  $j$  的桩土相对位移; $w'_{si}$ ,  $w'_{sj}$  分别为在单元  $i$ ,  $j$  处产生的桩周土位移; $w'_{si}$ ,  $w'_{sj}$  分别为  $i$ ,  $j$  无桩时卸截的自由回弹量.如图 2 所示,在中性点以上,土层的回弹量大于桩体的回弹量,桩体周身受到土体施加的上拔力,同时桩周土体也受到桩体施加的向下的反作用力.比较桩周土体在有桩和无桩情况下的回弹量,假设如下:前者是在后者发生之后紧接着受到桩体施加的反作用力的压缩而产生的,压缩量大小可通过 Mindlin 解<sup>[10]</sup>计算;桩周土体在有桩的情况下其回弹量由两部分构成:①是与桩体位移等量的回弹量;②是超过桩体位移的桩土相对滑移量.

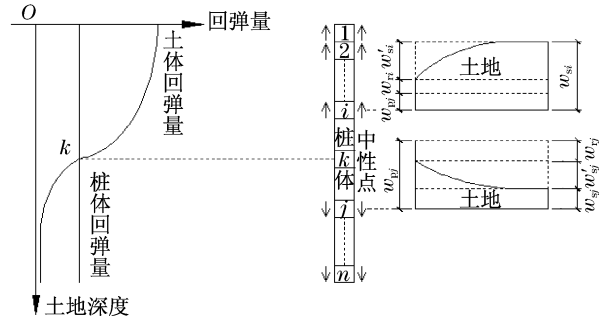


图 2 桩土位移协调示意图

Fig.2 Sketch map of pile-soil displacement coordination

在中性点以下,桩体的回弹量大于土层的回弹量,桩体周身受到土体施加的约束力.同时桩周土体也受到桩体施加的向上的反作用力.比较桩周土体在有桩和无桩情况下的回弹量,假设如下:前者是在后者发生之后紧接着受到桩体施加的反作用力的拉升而产生的,拉升量大小可通过 Mindlin 解计算;桩周土体在有桩的情况下其回弹量由两部分构成:①是相当于与无桩时土体自由回弹量大小相等的土体回弹量;②是受到桩体拉升产生的桩土相对滑移量.

将桩与相邻的土体均等分为  $n$  个单元,土体单元  $j$  上的剪应力  $\tau_j$  在单元  $i$  处产生的桩周土位移:

$$w'_{sij} = \frac{d}{E_s} I_{ij} \tau_j \quad (2)$$

式中: $w'_{sij}$ 为邻近桩体单元  $i$  处的土体单元在剪应力  $\tau_j$  作用下产生的竖向位移,以压缩量为正值,拉伸量为负值; $d$  为桩径; $E_s$  为土体弹性模量,本文假定为

土体回弹再压缩模量;  $I_{ij}$  为单元  $j$  上的单位剪应力对邻近桩体单元  $i$  处的土体单元引起的竖向位移, 称为竖向位移影响系数。

全部  $n$  个单元上的剪应力在单元  $i$  处产生的土体位移为

$$w'_{si} = \frac{d}{E_s} \sum_{j=1}^n I_{ij} \tau_j \quad (3)$$

由于坑中桩体回弹的主要动力和约束力均为桩侧土体施加, 故主要考虑桩侧土体的作用而忽略桩端土体作用的影响。

在不考虑桩端作用的情况下, 桩体所有单元邻侧土体单元的竖向位移可用矩阵形式表示为

$$\{w'_s\} = \frac{d}{E_s} [I_s] \{\tau\} \quad (4)$$

式中:  $\{w'_s\}$  为桩对土的反力引起的土体压缩(拉伸)变形量, 以压缩量为正值, 拉伸量为负值,  $\{w'_s\} = \{w'_{s1} \ w'_{s2} \ \dots \ w'_{sn}\}^T$ ;  $\{\tau\}$  为桩对土体的反力, 即桩侧摩阻力的负值,  $\{\tau\} = \{\tau_1 \ \tau_2 \ \dots \ \tau_n\}^T$ ;  $[I_s]$  为  $n$  阶土体竖向位移系数矩阵。  $[I_s]$  中各元素的数值表示无限半空间体内在单位点荷载作用下产生的竖向位移, 可基于 Mindlin 位移解(见图 3)进行积分计算。

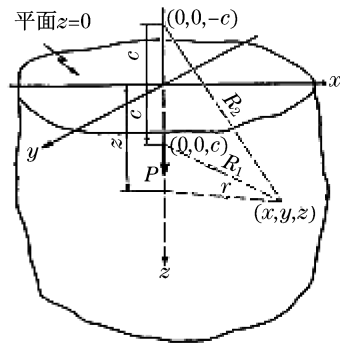


图 3 Mindlin 位移解示意图<sup>[10]</sup>

Fig. 3 Sketch map of Mindlin displacement solution<sup>[10]</sup>

图 3 中:  $p$  为弹性半无限体内某深度处的集中力;  $c$  为集中力作用点距离地表的垂直距离;  $r$  为集中力影响点距离集中力作用轴的水平距离;  $R_1$  为集中力影响点距离集中力作用点的距离;  $R_2$  为集中力影响点距离集中力作用点以地表为镜像的镜像点的距离。

弹性半无限体内深度为  $C$  处作用一集中力时, 点  $(x, y, z)$  处竖向位移的 Mindlin 解为

$$w = \frac{P(1+\mu)}{8\pi E(1-\mu)} \left[ \frac{3-4\mu}{R_1} + \frac{8(1-\mu)^2 - (3-4\mu)}{R_2} + \frac{(z-c)^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\mu)(z+c)^2 - 2cz}{R_2^3} + \frac{6cz(z+c)^2}{R_2^5} \right] \quad (5)$$

式中:  $\mu$  为土体的泊松比;  $R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-c)^2}$ ;  $R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+c)^2}$ 。

图 4 为竖向位移影响系数  $I_{ij}$  积分示意图。图中,  $l$  为单元体长度,  $l = L/n$ ,  $L$  为桩长;  $\theta$  为单元体  $j$  的外边面积分点与所在截面直径的夹角;  $c$  为单元体  $j$  的外边面积分点到地表的距离。

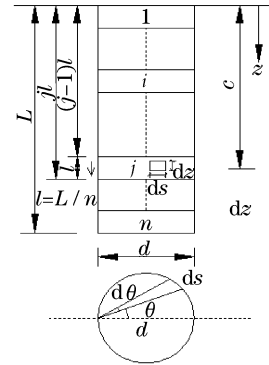


图 4 竖向位移影响系数积分示意图<sup>[11]</sup>

Fig. 4 Sketch map of integral of vertical displacement influential coefficient<sup>[11]</sup>

$$I_{ij} = 2 \int_{(j-1)l}^{jl} \int_0^{\pi/2} \rho_i \cos \theta d\theta dc \quad (6)$$

$i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n$

式中:  $\rho_i$  为单个垂直集中荷载引起的垂直位移影响系数。

$$\rho_i = \frac{(1+\mu)}{8\pi(1-\mu)} \left[ \frac{3-4\mu}{R_1} + \frac{5-12\mu+8\mu^2}{R_2} + \frac{z_1^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\mu)z_2^2 - 2cz_2 + 2c^2}{R_2^3} + \frac{6cz_2^2(z_2-c)}{R_2^5} \right] \quad (7)$$

式中:  $z_1 = (i-0.5)l - c$ ;  $z_2 = (i-0.5)l + c$ ;  $R_1^2 = (d \cos \theta)^2 + z_1^2$ ;  $R_2^2 = (d \cos \theta)^2 + z_2^2$ 。

$I_{ij}$  可在  $\rho_i$  的基础上通过高斯勒让德三点积分公式进行编程数值积分, 进而得到  $n$  阶土体竖向位移系数矩阵  $[I_s]$ , 积分示意可见图 4。

$$[I_s] = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & \dots & I_{1n} \\ I_{21} & I_{22} & \dots & I_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{n1} & I_{n2} & \dots & I_{nn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

假设桩侧土体位移与一定范围之外等效于无桩时的土体自由回弹位移之间有如下关系:

$$\{w_s\} = \{w_p\} + \{w'_s\} + \{w_r\} \quad (9)$$

式中:  $\{w_p\}$  为桩体位移;  $\{w'_s\}$  为桩对土的反力引起的土体压缩(拉伸)变形量;  $\{w_r\}$  为桩土相对位移, 当土体位移较桩体位移大时为正值。

桩土之间的相对位移  $\{w_r\}$  是其二者之间位移协

调的重要一部分,同时桩土之间的摩阻力  $\tau$  与它们之间的相对位移  $w_{ri}$  有着密切的联系. 桩土之间的位移协调和桩体自身受土体作用力保持平衡可通过桩土之间的相对位移联系起来.

假定桩土之间的摩阻力同二者之间的相对位移呈函数关系,如图 5 所示:当相对位移较小时,摩阻力随相对位移线性增加;当相对位移超过一定值即极限相对位移时,摩阻力不再随相对位移的增加而增大.

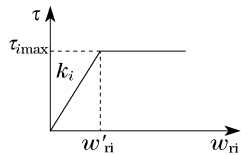


图 5 桩侧土体摩阻力模型

Fig.5 Model of soil resistance along pile

$$\{\tau\} = \{k\}\{w_r\} \quad (10)$$

式中:  $\{\tau\}$  为桩侧摩阻力;  $\{k\}$  为桩侧摩阻力系数.

$$\tau_i = \begin{cases} k_i w_{ri}, & w_{ri} < w'_{ri} \\ k_i w'_{ri}, & w_{ri} \geq w'_{ri} \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\tau_i$  为坑底某深度土层对桩侧点的摩阻力;  $k_i$  为坑底某深度处的桩侧摩阻力系数;  $w_{ri}$  为坑底某深度处的桩土相对滑移量;  $w'_{ri}$  为坑底某深度处的桩土相对滑移极限值.

基坑开挖之后,坑底中的桩体所受的力有上部土体对其的上拔力,下部土体对其的约束力,还有其自身重力.在不考虑桩身自重和桩端土体作用力的情况下,桩体处于受力平衡状态,即:

$$\sum_{i=1}^n \tau_i \cdot \frac{L}{n} \cdot \pi d = 0 \quad (12)$$

式中:  $\sum_{i=1}^n \tau_i \cdot \frac{L}{n} \cdot \pi d$  为桩侧摩阻力总和;  $n$  为桩身或桩侧土体等分数.

将式(4),(10)代入式(9),可得到  $\{w_r\}$  的详细表达式:

$$\{w_r\} = \left( \frac{d}{E_s} [I_s] \{k\} + [I] \right)^{-1} (\{w_s\} - \{w_p\}) \quad (13)$$

式中:  $[I]$  为  $n$  阶单位矩阵;  $E_s$  为土体回弹再压缩模量,假定不同深度土体统一取值.

## 2 计算步骤和迭代求解

计算步骤和迭代求解过程如下:

(1) 对桩身(桩周土层)进行  $n$  等分,赋予桩体滑移量  $\{w_p\}$  一初值(由于为刚性桩,故桩身各点位

移量相等);

(2) 以残余应力分析法计算坑底各层土体无桩时卸载的自由回弹量  $\{w_s\}$ ;

(3) 根据高斯勒让德三点积分公式进行积分计算  $n$  阶土体竖向位移系数矩阵  $[I_s]$ ;

(4) 根据式(13)计算桩土相对滑移量  $\{w_r\}$ ;

(5) 结合桩侧摩阻力系数  $\{k\}$  计算桩侧土对桩体的应力  $\{\tau\}$ ;

(6) 以 Mindlin 解为基础计算桩身反力  $\{\tau\}$  引起的桩侧各层土体的压缩量  $\{w'_s\}$ ;

(7) 计算桩身所受的不平衡力  $\Delta$ ,并对  $\{w_p\}$  初值进行修改.

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \tau_i \cdot \frac{L}{n} \cdot \pi d \quad (14)$$

(8) 重复以上步骤(1)~(7)的计算.当桩身所受的不平衡力趋于一很小值时,认为桩体处于平衡状态,结束计算.

## 3 计算分析

假定某一基坑开挖深度为  $H$ (为变量),开挖土体重度  $\gamma = 18 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ;坑底土体为单质土,土体回弹再压缩模量  $E_s = 60 \text{ MPa}$ ,坑底以下土体重度为  $18 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ,粘聚力  $c = 16 \text{ kPa}$ ,内摩擦角  $\varphi = 8^\circ$ ,泊松比  $\mu = 0.4$ ,土体静止侧压力系数  $k_0 = 0.4$ ,加卸荷比  $R = 2$ ,破坏比  $R_f = 0.89$ ,初始卸荷模量系数  $\bar{E}_{ui} = 100(k_0, R, R_f, E_{ui})$  等参数用于残余应力法计算基坑自然回弹;桩长  $L$  与桩径  $d$ (为变量),桩身等分数  $n = 10$ ,桩侧摩阻力系数  $k = 8 \text{ kPa} \cdot \text{mm}^{-1}$ ,桩土相对滑移极限值  $w'_r = 10 \text{ mm}$ .桩侧摩阻力分布见图 6.

图 6 中基坑开挖深度为 20 m.从图 6 可以看出:由于坑中表层土体位移量比较大,对桩体的摩阻力在土体位移超过一定值之后不再增加,为定值.在桩长为定值的情况下,桩径的变化对中性点位置的深度以及桩侧摩阻力的分布形态影响很小,桩侧负摩阻力在中性点以下随深度增加而增加,最大时为定值;在桩径为定值的情况下,随着桩长的增加,中性点的深度位置逐渐下移.

图 7 为基坑开挖深度一定的情况下不同桩长和桩径对应的桩体回弹图.

图 7 中基坑开挖深度均为 20 m,从中可以看出:在桩长一定的情况下,桩体的位移量随着桩径的增加而减小.在桩径为定值的情况下,随着桩长的增加,桩体的位移量逐渐减小且减小速度减缓.

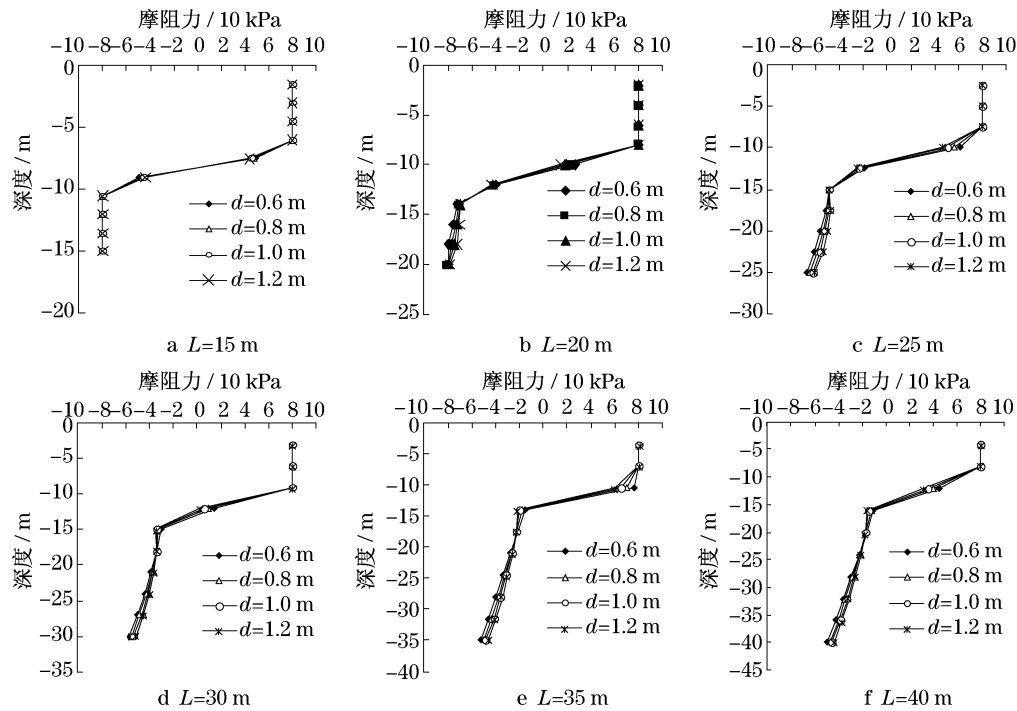


图 6 桩侧摩阻力分布图  
Fig.6 Resistance distribution along pile

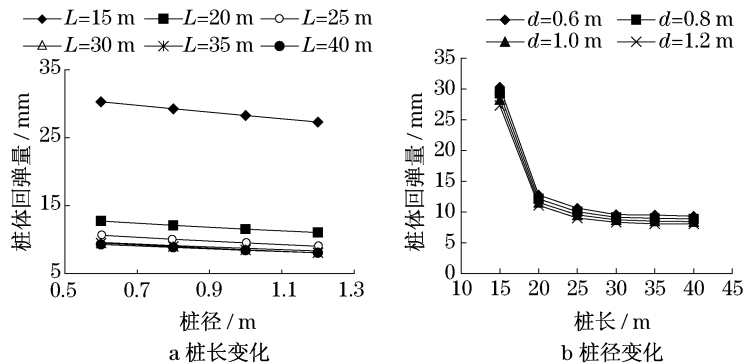


图 7 桩体位移图  
Fig.7 Pile displacement

图 8 中的桩径为定值,  $d = 0.8\text{ m}$ . 从此图可以看出: 当桩长相对较短时, 桩体的位移量随着基坑开挖深度的增加为增大; 当桩长相对比较长时, 桩体的位移量随着基坑开挖深度的增加而增大, 最后呈现平缓的趋势.

图 9~图 10 中基坑开挖深度  $H = 20\text{ m}$ , 桩径  $d = 0.8\text{ m}$ , 土体回弹再压缩模量为变量.

从图 9 可看出: 土体回弹再压缩模量对桩侧摩阻力的分布形态影响不大, 从中性点以下某一深度开始, 土体回弹再压缩模量越大, 桩侧负摩阻力同比也越大. 中性点随土体回弹再压缩模量的增大而下移; 从图 10 可看出: 在开挖深度一定的情况下, 桩体回弹量随土体回弹再压缩模量的增加而减小, 后趋

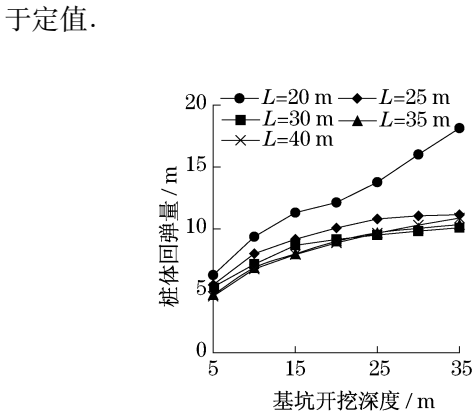
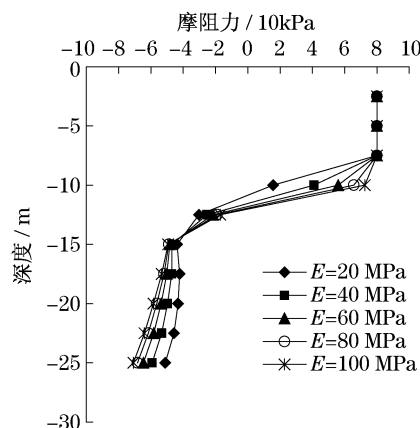
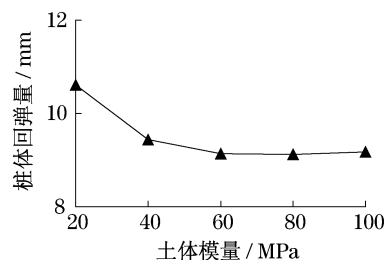


图 8 桩体回弹分布图  
Fig.8 Distribution of pile rebound

图9 桩侧摩阻力分布图( $L=25\text{ m}$ )Fig.9 Resistance distribution along pile( $L=25\text{ m}$ )图10 桩体位移图( $L=30\text{ m}$ )Fig.10 Pile displacement( $L=30\text{ m}$ )

## 4 结语

深基坑大开挖引起坑底土隆进而导致坑内基坑维护结构内支撑立柱桩发生向上的竖向位移(回弹),严重的立柱桩回弹可能会导致内支撑系统的失稳破坏,这种工程事故已经发生,因此在基坑工程中应重视立柱桩的回弹问题.本文就均质土中基坑深开挖引起的立柱桩回弹问题提出了一种计算方法,该方法可以初步计算立柱桩的受力和回弹位移,也可为进一步深入的分析研究提供思路.

## 参考文献:

- [1] 毛金萍,徐伟,吕鹏.深基坑立柱竖向位移分析[J].建筑技术,2004,35(5):342.  
MAO Jinping,XU Wei,LÜ Peng. Vertical displacement analysis of erect column in deep foundation pit [J]. Architecture Technology,2004,35(5):342.
- [2] 刘涛,刘万兰,刘国彬.超深基坑立柱桩竖向位移引起危害探讨[J].土木工程学报,2007,40(增刊):387.  
LIU Tao,LIU Wanlan,LIU Guobin. Discussions on vertical displacement of stud piles in deep foundation pit[J]. China Civil Engineering Journal,2007,40(supplement):387.
- [3] 朱火根,孙加平.上海地区深基坑开挖坑底土体回弹对工程桩的影响[J].岩土工程界,2006,8(3):43.  
ZHU Huogen,SUN Jiaping. Influence of pit soil rebound to pile due to deep excavation in Shanghai region [J]. Geotechnical Engineering World,2006,8(3):43.
- [4] 陈锦剑,王建华,范巍,等.抗拔桩在大面积深开挖过程中的受力特性分析[J].岩土工程学报,2009,31(3):402.  
CHEN Jinjian,WANG Jianhua,FAN Wei,et al. Behavior of up-lift pile foundation during large-scale deep excavation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2009,31(3):402.
- [5] 水伟厚,何立军,李伟.上海深基坑开挖坑底土体回弹对抗压桩的影响分析[J].岩土工程界,2007,10(增刊):252.  
SHUI Weihou,HE Lijun,LI Wei. An analysis of influence to bearing pile due to deep excavation in Shanghai region [J]. Geotechnical Engineering World,2007,10(supplement):252.
- [6] 范巍.大面积深基坑开挖过程中桩基受力特性研究[D].上海:上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院,2007.  
FAN Wei. Behavior of pile foundation during large-scale deep excavation [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University. School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering,2007.
- [7] 刘国彬,侯学渊.软土的卸荷模量[J].岩土工程学报,1996,18(6):20.  
LIU Guobin,HOU Xueyuan. Unloading modulus of soft Soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,1996,18(6):20.
- [8] 刘国彬,侯学渊.软土基坑隆起变形的残余应力分析法[J].地下工程与隧道,1996(2):2.  
LIU Guobin,HOU Xueyuan. Residual stress analysis method of soft soil pit rebound [J]. Underground Engineering and Tunnels,1996(2):2.
- [9] 刘国彬,侯学渊.软土的卸荷应力应变特性[J].地下工程与隧道,1997(2):16.  
LIU Guobin,HOU Xueyuan. Characteristic of stress and strain of soft soil in unloading [J]. Underground Engineering and Tunnels,1997(2):16.
- [10] Mindlin R D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid[J]. Physics,1936,7(2):195.
- [11] 黄洪超.软土地基中桩土滑移性状研究[D].浙江:浙江大学建筑工程学院,2007.  
HUAN Hongchao. Study on characteristic of the pile-soil slipping work in soft soil [D]. Zhejiang: Zhejiang University. College of Civil Engineering and Architecture,2007.