

# 岩体分级的多分类有序因变量 Logistic 回归模型

张菊连<sup>1</sup>, 沈明荣<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学 土木学院地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 将多分类有序因变量的 Logistic 回归分析引入到岩体质量分级问题中. 从工程岩体实测数据出发, 以影响岩体质量的单轴抗压强度、岩体声波纵波速度、体积节理数等 6 个因素为自变量, 有序多分类的岩体级别为响应变量, 建立岩体分级判别公式. 检验模型拟合优度及预测能力. 结果表明, Logistic 回归模型性能良好, 回判估计的误判率为零, 预测准确率高. 相比距离判别分析和线性回归分析, Logistic 回归分析对变量分布无要求, 理论上更适于响应变量为有序多类别的岩体分级问题; 模型可以输出岩体属于各级别的概率, 为工程设计人员提供更多的岩体质量信息. 因而 Logistic 回归模型是一种更优的工程岩体分级方法.

**关键词:** 岩体分级; 多分类有序因变量 Logistic 回归; 自变量; 响应变量

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

model has excellent performance, misjudging rate of training samples is zero, and predictive ability is strong. Compared to the distance discriminant analysis, and linear regression analysis, Logistic regression analysis has no normal distribution restriction to independent variables, and it is theologically appropriate to analyze rock mass classification problems whose dependent variable is discrete ordered variable, the output of this method is probability value of all levels that rock mass belong to, which provides additional rock mass information to engineering designer. Thus multi-category ordered-dependent-variable regression is a superior method for rock mass classification.

**Key words:** rock mass classification; multi-category ordered-dependent-variable Logistic regression; independent variables; dependent variables

## Multi-Category Ordered-Dependent-Variable Logistic Regression Model for Rock Mass Classification

ZHANG Julian<sup>1</sup>, SHEN Mingrong<sup>1,2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Multi-category ordered-dependent-variable logistic regression model was introduced into the rock mass classification. Based on rock mass samples data, rock uniaxial compressive strength, rock acoustic wave velocity, intensity of jointing, joint roughness coefficient, weathering variation coefficient of joint surface and permeability coefficient were chosen as independent variables, rock mass level was considered as dependent variable, then rock mass classification judgment formula was established. Goodness of fit and model predictive ability test were carried out to evaluate the model correctness. The results show that Logistic regression analysis

岩体分级是对岩体质量的一个宏观评价. 准确的岩体分级对于客观反映岩体的固有属性、深入认识岩体力学特性和合理的选取参数, 以及制定岩体工程设计和施工方案、采取合理的工程措施, 都是十分重要的<sup>[1]</sup>. 自 18 世纪末威尔聂耳提出岩体定性分类以来, 岩体分级已经有 200 多年的历史, 目前主要存在以下一些分级方法: 国外有岩体分级 RMR<sup>[1]</sup>法、Q 指标<sup>[2]</sup>、采矿 MRMR<sup>[3]</sup>分级方法、边坡岩体分级 SMR<sup>[4]</sup>法, 等等; 国内主要有 Z 分类法<sup>[5]</sup>、围岩动态分级<sup>[6]</sup>、国家工程岩体分级标准 (DB 50218—94)<sup>[7]</sup>、水电边坡岩体分级 CSMR<sup>[8]</sup>法, 等等.

纵观整个岩体分级的历史, 岩体分级大致可以分为定性、定量和定性定量相结合三类. 传统的分级方法, 操作简单、快速, 然而存在人为主观性强和考虑因素不周全等问题. 随着数学和计算机的发展, 模糊数学<sup>[9]</sup>、专家系统<sup>[10]</sup>、神经网络<sup>[11]</sup>等智能系统和

收稿日期: 2009-12-14

基金项目: 上海市重点学科建设项目 (B308)

第一作者: 张菊连 (1984—), 女, 博士生, 主要研究方向为边坡岩体分级. E-mail: happy\_zhangjulian@yahoo.com.cn

第二作者: 沈明荣 (1951—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为岩石的力学特性及其本构方程、结构面的力学特性及其本构方程、岩质边坡的稳定性. E-mail: shenmingrong@tongji.edu.cn

方法大量引入到岩体分级中. 这些方法充分考虑了岩体的不确定性和复杂性, 且预测准确, 具有良好的发展前景. 然而, 在实际使用中也会存在一些问题, 如模糊数学存在权值和隶属函数的确定问题, 神经网络存在现场使用不方便等缺点, 专家系统存在着专家知识库建立的问题. 目前, 有人将距离判别分析<sup>[12]</sup>引入岩体分级中. 该方法评判能力显著, 原理简单, 值得推荐. 然而, 其对自变量的分布有较为严格的要求且判别公式繁多, 作为现场推广运用仍然存在困难. 岩体三性综合分级<sup>[6]</sup>以及国标中 BQ<sup>[7]</sup>的建立, 都使用了线性回归和逐步回归, 用相应的数值取代岩体级别作为响应变量, 建立各因素与级别之间的回归模型. 因为其建立的方程只有一个, 相比判别分析建立的公式更适合现场运用. 然而, 这两种回归模型只适用于响应变量为连续变量的情况, 并不适合岩体分级问题中响应变量为有限的几个有序离散值的情况. 因此, 用普通的回归模型来建立岩体分级公式存在理论上的缺陷.

笔者尝试将多分类有序 Logistic 回归分析引入到岩体质量分级中, 以工程实测岩体质量数据为统计样本, 建立相应的岩体级别公式. 对训练样本回判, 用预留的样本检验模型预测能力, 回代估计的准确率高达 100%, 检验样本的评判准确率达 90%. 说明模型性能良好, 预测能力强. 另外, 模型能输出岩体属于各级别的概率, 为工程师提供更多的岩体质量信息, 是一种值得推广运用的工程岩体评价方法.

## 1 基本原理

Logistic 回归分析专门用于响应变量为离散属性变量、自变量为连续变量或离散属性变量的回归问题, 目前广泛运用于社会科学诸如社会学、心理学、人口学、政治学、经济学以及公共卫生学中, 用于挖掘社会学中某个问题的影响因子及判别、预测.

岩体分级是根据影响岩体质量的因素评判岩体等级的, 因此, 等级和评判因素之间存在着某种关系. 这种关系由于岩体工程的复杂性、评判因素的随机性和不确定性而难以把握和确定. 通过统计方法建立评判因子和岩体等级之间的关系固然理想, 然而, 因变量(岩体等级)是一种离散的有序数据, 如等级 I, II, III, 如果将其改为 1, 2, 3 等定量数据, 以此作为响应变量来建立和自变量的关系, 显然不合适. 因为岩体级别并不具有实际数字的含义. 多分类有序 Logistic 回归分析为这类问题提供了一个很好

的解决途径, 是一种建立事物属于各水平概率和评判因子之间关系的一种方法. 因此, 将有序多分类 Logistic 回归分析引入岩体分级并建立评判模型. 假如岩体有  $k+1$  个级别, 则对应有  $k$  个公式<sup>[13]</sup>

$$L_i = \ln \left[ \frac{\sum_{j=1}^i P(Y=j|\mathbf{X})}{\sum_{j=i+1}^{k+1} P(Y=j|\mathbf{X})} \right] = a_i + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}, \quad i=1, 2, \dots, k \quad (1)$$

式中:  $L_i$  为第  $i$  个累积 Logit 模型;  $i$  为指示响应变量的水平即岩体的级别;  $Y$  为响应变量;  $\mathbf{X}$  为自变量向量;  $a_i$  为第  $i$  个模型的截距参数;  $\boldsymbol{\beta}$  为斜率向量;  $P(Y=j|\mathbf{X})$  为岩体属于级别  $j$  时的概率. 式(1)称为累积的 Logit 模型. 求出各水平下累积的 Logit 模型  $L_i$ , 通过换算就能得到岩体属于各级别的概率  $P_j = P(Y=j|\mathbf{X})$ . 如果  $P_s = \max_{i=1}^{k+1} \{P_j\}$ , 则岩体可判为第  $s$  类.

模型的好坏需要评价. 通常, 对 Logistic 模型有两方面内容的评价, 一个是拟合优度检验, 另一个是关联强度的度量. 评价模型是否能有效地描述反应变量及模型匹配观测数据的程度, 称为模型的拟合优度检验. 常用于这一检验的统计量有: 皮尔逊的  $\chi^2_P$  及偏差  $D$ <sup>[14]</sup>

$$\chi^2_P = \sum_{j=1}^{k+1} \sum_{i=1}^J \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad (2)$$

$$D = -2 \ln(L_E/L_O) = -2 \ln \left( \prod_{i=1}^n \pi_{E_i} / \prod_{i=1}^n \pi_{O_i} \right) \quad (3)$$

式中:  $k+1$  为因变量水平数;  $J$  为协变类型的种类数;  $O_{ij}$ ,  $E_{ij}$  分别为第  $i$  类协变类型时事件属于第  $j$  个水平的观测频数和预测频数;  $L_E$ ,  $L_O$  分别为  $n$  个样本预测概率  $\pi_{E_i}$  的累积乘积(该值即为模型估计的最大释然值)和观测概率  $\pi_{O_i}$  的累积乘积;  $n$  为样本数. 如果统计量计算值很小, 则表示观测值和预测值较为接近, 模型拟合数据较好.  $\chi^2_P$  和  $D$  都近似服从  $\chi^2(J-m-1)$  分布( $m$  为自变量个数). 若给定某显著性水平  $\alpha$ , 当  $\chi^2$ (或  $D$ )  $> \chi^2_{1-\alpha}(J-m-1)$  成立时, 则拟合效果较差. 也可通过概率  $P((\chi^2(J-m-1) > \chi^2$ (或  $D)))$  来检验拟合效果, 当  $p < \alpha$ , 即检验显著时, 拟合效果较差.

如果观测反应水平级别大的预测平均分大于观测反应水平级别小的预测平均分, 则数据对是和谐的; 如果观测反应水平级别小的预测平均分大于观测反应水平级别大的预测平均分, 则数据对是不和谐的; 否则为结. 和谐数据对的比率越高,

模型预测结果越好. 另外, 还可通过由和谐对、不和谐对以及结组合的四个序次指标 Somers' D, Gamma, Tau-a, c<sup>[14]</sup> 的值来度量自变量与有序多分类因变量之间的关联程度. 其值越大, 则模型的预测能力越强.

2 回归模型

2.1 回归因子的选择

影响岩体质量的因子众多, 概括起有三类<sup>[17]</sup>: 岩石本身质量、结构面发育情况和岩体的赋存条件. 岩石本身质量包括完整岩石的物理、力学特征, 结构面发育情况包括结构面产状、结构面物理及力学特征、充填物物理力学特征等, 岩体的赋存条件包括地下水、地表水、构造应力条件等. 参考有关研究成果, 经综合分析, 确定以单轴抗压强度  $R_c(x_1)$ 、岩体声波纵波速度  $v_p(x_2)$ 、体积节理数  $J_v(x_3)$ 、节理面粗糙度系数  $J_r(x_4)$ 、节理面风化变异系数  $J_a(x_5)$  和透水性系数  $W_k(x_6)$  作为多分类有序的 Logistic 回归模型的自变量.

2.2 回归模型的建立

以王彪等<sup>[16]</sup> 提供的四川省金沙江白鹤滩水电站工程岩体实测资料为例, 选取其中 20 组作为训练样本建立模型, 其余 10 组作为待判样本来评估回归模型的预测能力. 30 组样本以  $R_c(x_1)$ ,  $v_p(x_2)$ ,  $J_v(x_3)$ ,  $J_r(x_4)$ ,  $J_a(x_5)$  和  $W_k(x_6)$  为评判因子, 将工程岩体分为Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ三个等级. 利用前 20 组岩体样本, 建立多分类有序的 Logistic 回归模型, 见式(4)~(9).

$$L_{II} = \ln[P_{II}/(1 - P_{II})] = -68.3766 + \beta'X \tag{4}$$

$$L_{III} = \ln[(P_{II} + P_{III})/(1 - P_{II} - P_{III})] = -46.3886 + \beta'X \tag{5}$$

$$\beta'X = 0.1582x_1 + 0.0120x_2 + 1.1359x_3 - 3.5161x_4 - 0.9178x_5 + 16.3007x_6 \tag{6}$$

$$P_{II} = e^{L_{II}}/(1 + e^{L_{II}}) \tag{7}$$

$$P_{III} = 1/(1 + e^{L_{II}}) - 1/(1 + e^{L_{III}}) \tag{8}$$

$$P_{IV} = 1/(1 + e^{L_{III}}) \tag{9}$$

式中:  $L_{II}$ ,  $L_{III}$  分别为岩体属于Ⅱ, Ⅲ级别时的累积 Logit 模型;  $P_{II}$ ,  $P_{III}$ ,  $P_{IV}$  分别为岩体归属于Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ级别的概率.

岩体级别是个不确定的概念, Logistic 回归用属于某级的概率来表示岩体质量, 消除了岩体分级非此即彼的缺陷, 是一种较优的评判预测方法. 从地质力

学上来分析, 单轴抗压强度  $R_c(x_1)$  反映了岩石的强度, 是岩体分级中一个重要指标, 工程上有时仅用此一指标对岩体分级. 岩体声波纵波速度  $v_p(x_2)$  及体积节理数  $J_v(x_3)$  反映了岩体的完整程度, 完整程度好的岩体稳定性越好. 节理面粗糙度系数  $J_r(x_4)$  及节理面风化变异系数  $J_a(x_5)$  从粗糙程度、风化程度及充填物性质等方面来反映结构面的抗剪强度, 抗剪强度越大岩体稳定程度越高. 透水性系数  $W_k(x_6)$  反映了水对岩体稳定性的影响, 这个影响比较复杂: 在相同补给的情况下, 透水性大的岩体不易积累静水压力, 但受渗透压力影响较大, 反之则易积累静水压力. 较大的静水压力对岩体稳定性仍然不利. 本模型从岩体实测资料中挖掘透水性对岩体稳定的影响信息, 认为透水性系数对岩体稳定程度影响为正面, 即静水压力是造成岩体稳定程度下降的一个主因, 可作为评价工程岩体稳定性的参考.

2.3 回归模型的检验

2.3.1 回归模型评价

对模型进行拟合优度检验: 计算  $D$  和  $\chi^2_p$  两个统计量数值及  $\chi^2(J - m - 1) > \chi^2_p$  或  $D$  的概率  $P$ , 检验结果如表 1 所示. 概率  $P$  均大于 0.05, 可认为自变量和因变量是相关的, 模型拟合效果较好.

表 2 给出了预测概率和观测结果关联性检验, 一致性比率达到 100%, 说明回归模型关联性较高. Somers' D, Gamma, c 的值都等于 1, 说明 6 个评判因素与因变量岩体级别的关联度非常高. 表 3 给出了回归系数显著性检验, 8 个回归系数在显著性水平为 0.05 下都不显著, 说明岩体级别不取决于单个因素, 而是上述 6 个评判因素共同决定的.

表 1 拟合优度检验  
Tab.1 Goodness-of-fit test

准则	数值	自由度	数值与自由度之比	P
D	0.0478	32	0.0015	1.0000
$\chi^2_p$	0.0239	32	0.0007	1.0000

表 2 预测概率和观测结果关联性检验  
Tab.2 Association of predicted probabilities and observed responses

项目	数值	项目	数值
和谐对比率	100.0	Somers' D 值	1.000
不和谐对比率	0	Gamma 值	1.000
结比率	0	Tau-a 值	0.611
观测数据对	116.0	c 值	1.000

2.3.2 模型的回判和预测能力检验

将训练样本回代来检验模型的准确性. 如果总训练样本数为  $N$ , 属于第  $i$  类的岩体被判为第  $j$  类岩体的个数为  $n_{ij} (i \neq j)$ , 则判对概率的回代估计为:  $\eta = (1 - \sum n_{ij}/N) 100\%$ . 将训练样本实测值代入式(4)~(9), 得到岩体属于各级别的概率, 最大概率对应的级别即为岩体质量等级(见表 4 的 1~20 号样本), 回判准确率达到 100% (距离判别分析<sup>[17]</sup>为 95%). 另外, 将预留的 10 组样本来检验模型的预测能力(见表 4 的 21~30 号样本), 除 24 号样本被误判为Ⅱ级(实际为Ⅲ级)外, 其余岩体级别和实际情况相符, 预测准确的概率达到 90%. 误判的原因可能是Ⅱ级样本太少(20 个样本中Ⅱ级 2 个, Ⅲ级 8 个, Ⅳ级 10 个), 缺乏相应信息, 而检测样本中Ⅱ级

所占比例最大(10 个样本中Ⅱ级 6 个, Ⅲ和Ⅳ级各 2 个), 用少量Ⅱ级岩体样本挖掘的信息去预测大量Ⅱ级样本, 误判的可能性必然很大. 而本模型仅误判 1 个Ⅱ级样本, 说明已经有很强的预测能力.

表 3 参数估计结果  
Tab.3 Analysis of maximum likelihood estimates

变量	自由度	参数估计	标准差	$P$
$a_2$	1	- 68.376 6	184.600 0	0.711 1
$a_3$	1	- 46.388 6	189.900 0	0.807 0
$x_1$	1	0.158 2	1.216 8	0.896 5
$x_2$	1	0.012 0	0.040 0	0.764 6
$x_3$	1	1.135 9	16.804 3	0.946 1
$x_4$	1	- 3.516 1	21.708 3	0.871 3
$x_5$	1	- 0.917 8	3.402 3	0.787 3
$x_6$	1	16.300 7	276.000 0	0.952 9

注:  $a_2, a_3$  为式(1)中第二和第三个累积 Logistic 模型的常数项.

表 4 岩体分级的多分类有序因变量 Logistic 回归分析结果表  
Tab.4 Results of multi-category ordered-dependent-variable Logistic regress model for rock mass classification

序号	评判因子						本模型				实际
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$P_{\text{Ⅱ}}$	$P_{\text{Ⅲ}}$	$P_{\text{Ⅳ}}$	$g$	$g$
1	35.25	1 798	1.5	3.0	27.08	0.7	0.000 00	0.000 00	1.000 00	Ⅳ	Ⅳ
2	54.48	2 510	1.5	3.0	27.00	0.7	0.000 00	0.000 00	1.000 00	Ⅳ	Ⅳ
3	41.60	1 200	1.5	3.0	22.60	0.7	0.000 00	0.000 00	1.000 00	Ⅳ	Ⅳ
4	37.07	1 266	1.5	3.0	26.42	0.6	0.000 00	0.000 00	1.000 00	Ⅳ	Ⅳ
5	64.00	2 800	1.5	3.0	17.30	0.7	0.000 00	0.000 00	1.000 00	Ⅳ	Ⅳ
6	86.00	2 890	1.5	3.0	15.10	0.7	0.000 00	0.000 08	0.999 92	Ⅳ	Ⅳ
7	70.28	3 729	3.0	3.0	7.96	0.8	0.000 00	0.999 66	0.000 34	Ⅲ	Ⅲ
8	77.35	4 150	3.0	2.0	12.20	0.8	0.000 27	0.999 73	0.000 00	Ⅲ	Ⅲ
9	81.66	4 916	3.0	2.0	9.98	1.0	0.999 03	0.000 97	0.000 00	Ⅱ	Ⅱ
10	82.20	4 090	1.5	2.0	20.70	0.9	0.000 00	0.997 38	0.002 62	Ⅲ	Ⅲ
11	68.20	2 250	3.0	3.0	23.20	0.7	0.000 00	0.000 00	1.000 00	Ⅳ	Ⅳ
12	92.00	3 675	3.0	2.0	13.90	0.8	0.000 00	0.999 86	0.000 14	Ⅲ	Ⅲ
13	54.60	3 600	3.0	3.0	19.40	0.8	0.000 00	0.001 44	0.998 56	Ⅳ	Ⅳ
14	57.10	4 135	1.5	2.0	6.80	0.9	0.001 21	0.998 79	0.000 00	Ⅲ	Ⅲ
15	68.50	3 618	1.5	3.0	19.90	0.8	0.000 00	0.001 85	0.998 15	Ⅳ	Ⅳ
16	35.79	2 600	2.0	3.0	25.52	1.0	0.000 00	0.000 00	1.000 00	Ⅳ	Ⅳ
17	70.89	4 200	2.0	2.0	10.39	0.9	0.001 52	0.998 48	0.000 00	Ⅲ	Ⅲ
18	71.98	4 200	1.5	1.0	12.18	0.9	0.006 64	0.993 36	0.000 00	Ⅲ	Ⅲ
19	65.60	4 700	1.5	1.0	6.70	0.9	0.993 31	0.006 69	0.000 00	Ⅱ	Ⅱ
20	45.45	5 000	2.0	2.0	16.90	0.6	0.000 01	0.999 95	0.000 04	Ⅲ	Ⅲ
21*	64.33	5 000	3.0	1.0	10.52	1.0	0.999 73	0.000 27	0.000 00	Ⅱ	Ⅱ
22*	63.60	5 000	3.0	1.0	7.51	1.0	0.999 98	0.000 02	0.000 00	Ⅱ	Ⅱ
23*	52.30	2 200	1.5	3.0	32.91	0.8	0.000 00	0.000 00	1.000 00	Ⅳ	Ⅳ
24*#	111.30	5 025	1.5	1.0	20.00	0.9	0.980 47	0.019 53	0.000 00	Ⅱ	Ⅲ
25*	127.50	4 600	1.5	1.0	12.30	0.9	0.999 79	0.000 21	0.000 00	Ⅱ	Ⅱ
26*	104.30	5 000	1.5	0.8	17.40	0.9	0.996 31	0.003 69	0.000 00	Ⅱ	Ⅱ
27*	111.20	4 600	1.5	0.8	15.50	0.9	0.974 52	0.025 48	0.000 00	Ⅱ	Ⅱ
28*	120.10	4 600	1.5	1.0	8.50	0.9	0.999 98	0.000 02	0.000 00	Ⅱ	Ⅱ
29*	68.50	3 618	1.5	3.0	19.90	0.8	0.000 00	0.001 85	0.998 15	Ⅳ	Ⅳ
30*	79.10	4 900	1.0	3.0	18.30	0.9	0.000 16	0.999 84	0.000 00	Ⅲ	Ⅲ

注: \* 表示待测样本, # 表示判错样本,  $g$  为岩体级别.

### 3 结语

统计样本的回代估计和待测样本的预测结果表明,该数学模型性能良好、预测能力很强.由于 Logistic 回归分析是一种统计方法,模型的优劣不可避免取决于实测样本数据的准确性及代表性.训练样本应最大限度地代表总体情况,才能保证判别的效果.样本数量不宜过多亦不宜过少,只要模型达到一定的预测能力及稳定性即可.本模型性能优良、预测能力强,说明样本已经具备较好的准确性及代表性,增加样本意义不大.模型的可靠性可由以后实际工程岩体检验及完善.岩体分级的 Logistic 回归模型很好地挖掘了岩体级别与影响因子之间的内在关系,判别能力较强且预测能力良好.相比距离判别及普通线性回归,理论上更适合分析岩体分级问题,且能提供每一岩体属于各级别的概率,为设计人员提供更多岩体质量信息.因而,岩体分级的多分类有序的 Logistic 回归模型是一种更优的岩体分级方法.

#### 参考文献:

- [1] Bieniawski Z T. Rock mass classifications in rock engineering [C] // Proc of Symp on Exploration for Rock Engineering. Rotterdam: Balkema, 1976: 97 - 106.
- [2] Barton N R. Rock mass classification and tunnel reinforcement selection using the q-system [C] // Proc of Symp on Rock Classification Systems for Engineering Purposes, ASTM Special Technical Publication. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1988: 59 - 88.
- [3] Laubsher D H. A geomechanical classification system for the rating of rock mass in mine design [J]. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, 1990, 9(10): 257.
- [4] Romana M. SMR classification [C] // Proc of the 7th Conference on Rock Mechanics. Rotterdam: Balkema, 1991: 955 - 960.
- [5] 谷德振, 黄鼎成. 岩体结构的分类及其质量系数的确定 [J]. 工程地质与水文地质, 1979, 23(2): 8.  
GU Dezhen, HUANG Dingcheng. Rock mass classification and quality coefficient determination [J]. Engineering Geology and Hydrogeology, 1979, 23(2): 8.
- [6] 林韵梅. 岩石分级的理论与实践 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 1996.
- LIN Yunmei. Theory and practice of rock mass classification [M]. Beijing: Metallurgy Industry Press, 1996.
- [7] 中华人民共和国国家标准编写组. GB 50218—94 工程岩体分级标准 [S]. 北京: 中国计划出版社, 1995.  
National Standard Preparation Group of the People's Republic of China. GB 50218—94 Engineering Rock Mass Classification [S]. Beijing: China Planning Press, 1995.
- [8] 孙东亚, 陈祖煜, 杜伯辉, 等. 边坡稳定评价方法 RMR - SMR 体系及其修正 [J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(4): 297.  
SUN Dongya, CHEN Zuyu, DU Bohui, et al. Slope stability evaluation RMR - SMR system and its amendments rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, 16(4): 297.
- [9] 陶振宇, 彭祖赠. 模糊数学在岩石工程分类中的应用 [J]. 岩土工程学报, 1980, 3(1): 35.  
TAO Zhenyu, PANG Zuzeng. Fuzzy mathematics in engineering rock mass classification [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1980, 3(1): 35.
- [10] 孙恭尧, 黄卓星, 夏宏良. 坝基岩体分级专家系统在龙滩工程中的应用 [J]. 红水河, 2002, 21(3): 6.  
SUN Gongyao, HUANG Zhuoxing, XIA Hongliang. Rock classification expert system for concrete gravity dam foundation and its application to Longtan project [J]. Red Water River, 2002, 21(3): 6.
- [11] 王彪, 陈剑平, 李钟旭, 等. 人工神经网络在岩体质量分类中的应用 [J]. 世界地质, 2004, 23(1): 64.  
WANG Biao, CHEN Jianping, LI Zhongxu, et al. Application of artificial neural network in rock mass quality classification [J]. Global Geology, 2004, 23(1): 64.
- [12] 宫凤强, 李夕兵. 距离判别分析法在岩体质量等级分类中的应用 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 190.  
GONG Fengqiang, LI Xibing. Distance discriminant analysis method to the classification of engineering quality of rock masses [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(1): 190.
- [13] 刘勤, 金丕焕. 分类数据的统计分析及 SAS 编程 [M]. 上海: 复旦大学出版社, 2002.  
LIU Qing, JIN Peihuan. Statistic analysis of qualitative data and SAS programming [M]. Shanghai: Fudan University Press, 2002.
- [14] 王济川, 郭志刚. 当代科学前沿论丛: Logistic 回归模型——方法与应用 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 59 - 62, 76.  
WANG Jichuan, GUO Zhigang. Forum of contemporary science forefront: logistic regression model——methods and applications [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001: 59 - 62, 76.