

基于累积损伤的弯矩-曲率强度退化滞回模型

郭进, 王君杰

(同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

摘要: 建立了钢筋混凝土构件强度退化的一般数学表达式, 提出了以损伤值为变量的强度退化函数概念, 指出强度退化模型的本质就是确定强度退化函数. 以 Kawashima 实验室 1997 年进行的一组试验为基础, 通过考察不同加载路径对构件强度退化的影响, 在弯矩-曲率层面上建立了强度退化函数的具体表达形式. 分析结果表明, 所建立的滞回模型能够反映强度退化现象, 与实验结果吻合较好. 用 S. K. Kunnath 等人 1997 年完成的另一组试验进行了验证, 进一步说明所建立强度退化滞回模型的适用性.

关键词: 钢筋混凝土; 累积损伤; 强度退化; 弯矩-曲率; 滞回模型

中图分类号: TU352

文献标志码: A

Reinforced Concrete Strength Degradation Hysteretic Moment-curvature Model Based on Cumulative Damage

GUO Jin, WANG Junjie

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: General mathematical expression of strength degradation is established for reinforced concrete members. The concept of strength degradation function is set with damage index being its variable. It is pointed out that the essence of strength degradation model is to determine the strength degradation function. The specific expression of the strength degradation function is established based on a set of experiments made in Kamashima Library in 1997. The influence of loading paths on the strength deterioration is examined in these experiments. The numerical result and the experimental phenomena are in good agreement. The established hysteretic model can reflect the strength degradation phenomenon well. The proposed hysteretic model is further proved to be suitable by another group of tests made by Kunnath K S, et al. in 1997.

Key words: reinforced concrete; cumulative damage; strength degradation; moment-curvature; hysteretic model

基于性能的抗震设计方法要求准确地预测结构在地震作用下的反应. 钢筋混凝土结构发生非线性地震反应时, 累积损伤会导致其强度的退化. 可以采用两种方式考虑强度退化^[1], 它们均以再加载曲线指向峰值点的滞回模型为基础. 第 1 种通过改变滞回模型的骨架曲线(图 1a), 第 2 种通过改变再加载指向点的承载力或变形来反映强度退化(图 1b). 图 1 中, F 是横向力, δ 是横向位移. 图 1a 中, F_{yi}^+ ($i=1, 2, 3$) 是正向再指向点的屈服力, F_{yj}^- ($j=1, 2$) 是负向再指向点的屈服力. 图 1b 中, $\Delta\delta_p^+$ 是正向力再加载指向点的位移增量, ΔF_p^+ 是正向力的退化大小, ΔF_p^- 是负向力的退化大小. 从现有研究文献来看, 第 1 种方式应用较多, 如 Wang 和 Shah^[2] 提出的强度退化模型(图 2)便属于第 1 种方式, 其建立了强度退化与损伤指标之间的关系. 图 2 中, F_m 是骨架曲线上与位移 δ_m 对应的力, D 是损伤指标; 强度退化后, 与位移 δ_m 对应的力为 $F_m(1-D)$.

力-位移层面的强度退化滞回模型不便应用于有限元计算, 比较而言, 弯矩-曲率滞回模型可以直接在塑性铰单元中实现, 并由一般的有限元程序完成计算. 已有的一些弯矩-曲率强度退化模型的形式与力-位移层面的类似. 在 Kunnath 等人^[3] 提出的强度退化模型中(图 3), 强度退化情况为

$$M_{\text{new}} = M_{\text{max}} \left(1 - \beta_d \frac{\phi_m}{\phi_y} - \beta_e \frac{\int dE}{M_y \phi_u} \right) \quad (1)$$

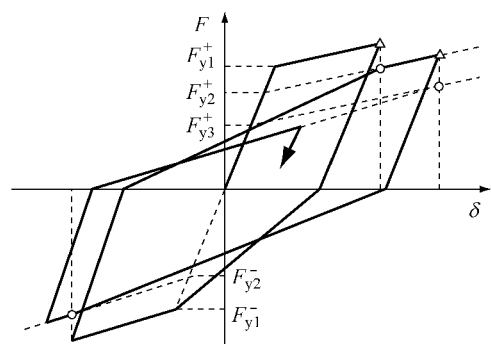
式中: M_{new} 为指向点的弯矩; M_{max} 为最大弯矩; β_d, β_e 为用户指定的参数; ϕ_m, ϕ_y, ϕ_u 分别为最大曲率、屈服曲率和破坏曲率; E 为累积耗能.

收稿日期: 2012-11-23

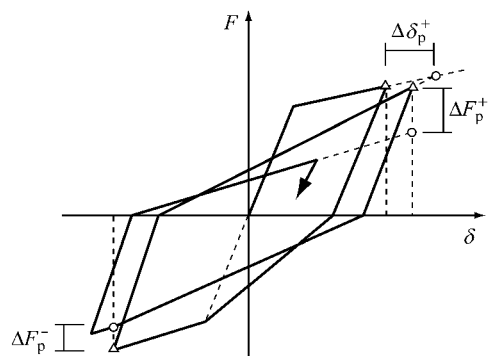
基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展计划(2013CB036300); 国家自然科学基金(51278373); 贵州省科技厅黔科合重大专项

第一作者: 郭进(1985—), 男, 博士生, 主要研究方向为桥梁抗震理论与方法. E-mail: imofon921@126.com

通讯作者: 王君杰(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为桥梁抗震与桥梁防船撞. E-mail: jjqxu@tongji.edu.cn



a 改变骨架线



b 改变再加载指向点

图 1 指向峰值点的滞回模型的强度退化示意图

Fig.1 Strength deterioration in peak oriented hysteretic model

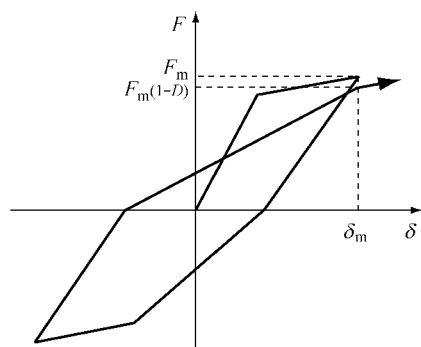


图 2 文献[2]提出的滞回模型

Fig.2 Hysteretic model proposed in Ref.[2]

Krätzig 等人^[4]提出了基于能量累积损伤的弯矩-曲率强度退化模型. Chung 等人^[5-6]提出了基于位移累积损伤的弯矩-曲率强度退化模型. 钢筋混凝土墩柱的损伤与位移和耗能都有关, 基于位移和耗能的累积损伤模型能更好地反映结构的损伤. 而类似于 IDARC 程序中强度退化模型, 虽然建立了强度退化与变形和耗能之间的表达式, 但是并没有建立强度退化与损伤指标之间的直接关系. 本文首先建立了强度退化的一般数学表达式, 在此基础上, 根据试验数据提出了定量表达弯矩-曲率层面的强度退化与损伤指标之间的直接函数关系.

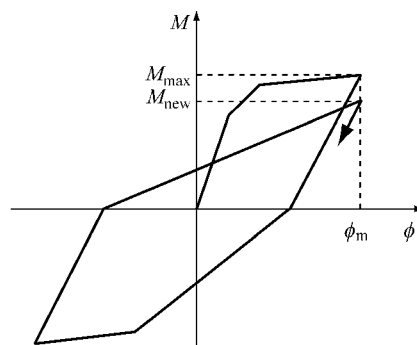


图 3 文献[3]提出的强度退化模型

Fig.3 Strength degradation model proposed in Ref.[3]

1 强度退化的一般数学表达式

钢筋混凝土强度退化的机理较为复杂, 但一般可以认为钢筋混凝土的强度退化与其损伤紧密相关. 所以从逻辑来讲, 可以建立强度退化与损伤指标之间的关系. 通过已有的强度退化模型, 可以总结出一般的改变骨架曲线的强度退化滞回模型(图 1a)的数学表达式

$$S = S_0 (1 - f(D)) \quad (2a)$$

$$\Delta S = S_0 - S = S_0 f(D) \quad (2b)$$

式中: S 为退化后的强度值, 可以是力或弯矩等; S_0 为初始强度; $f(D)$ 为强度退化函数, 与构件的特征有关.

损伤尚未发生时, 不发生强度退化, 即当 $D=0$ 时, $\Delta S=0$, 代入式(2b)可得

$$f(0) = 0 \quad (3a)$$

另外, 退化后的强度不能超过初始强度, 也不能为负值, 即有 $0 \leq S \leq S_0$, 代入式(2a)可得

$$0 \leq f(D) \leq 1, \text{ 当 } 0 \leq D \leq 1 \text{ 时} \quad (3b)$$

式(3a), (3b)是强度退化函数 $f(D)$ 的边界条件.

从式(2)可以看出, 确定强度退化本质上归结为确定强度退化函数 $f(D)$. 本文即将建立的弯矩-曲率强度退化模型最终也归结为函数 $f(D)$ 的确定.

2 弯矩-曲率强度退化滞回模型的建立

2.1 强度退化模型的建立

目前广泛用于模拟钢筋混凝土的滞回模型有: 双线性模型、Clough 模型^[7]、Takeda 模型^[8]等. 以上 3 种模型都没有考虑强度退化现象, 其中双线性模型不能考虑刚度退化. Clough 模型相对简单, 本文以 Clough 模型为基础, 通过改变滞回模型的骨架曲线

来体现强度退化,如图 4 所示. 图 4 中, M 为弯矩, ϕ 为曲率, k_1, k_2 分别为初始刚度和强化刚度, M_{yi} ($i=1, 2, 3, 4$) 是考虑强度退化后的屈服弯矩, M_y 为屈服弯矩.

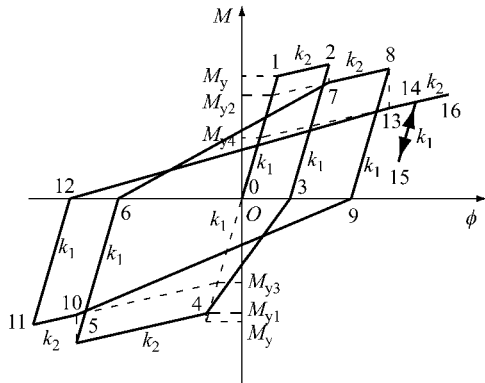


图 4 考虑强度退化的弯矩-曲率滞回模型

Fig. 4 Hysteretic model of $M-\phi$ with consideration of strength degradation

滞回模型的滞回规则为:① 首次加载时按骨架曲线前进;② 任何时候的卸载刚度与屈服前加载刚度相同;③ 在卸载阶段再加载时,将沿着卸载线加载,直至卸载开始点,如图 4 中,当从点 13 加载至点 14 后卸载至点 15,再加载路径为点 15→14→16;④ 反向加载指向点为所指方向的最大位移点. 如图 4 中,由点 9 反向加载时,指向最大位移点 10,点 10 与点 5 的曲率相同,是点 5 考虑强度退化后的点. 但是有一个例外,当所指方向尚未屈服时,则指向屈服点. 如图 4 中点 3→4,其中点 4 为考虑强度退化后的屈服点.

在确定式(2)中强度退化函数之前,需要首先建立基于弯矩-曲率的损伤指标.

2.2 累积损伤模型

评价钢筋混凝土构件的损伤模型可以分为 4 种:① 非累积损伤模型,② 基于变形的累积损伤模型,③ 基于能量的累积损伤模型,④ 基于变形和能量的混合损伤模型. 试验现象表明,钢筋混凝土构件的损伤与耗能和变形都有关系,而且损伤具有累积效应,因此第④种类型的损伤模型具有更好的适用性. 其中广为应用的是 Park 和 Ang 等人于 1985 年提出的变形与能量混合的损伤模型^[9-10]:

$$D = \frac{\delta_m}{\delta_u} + \beta \frac{\int dE}{F_y \delta_u} \quad (4)$$

式中: δ_m 为最大位移; δ_u 为构件的极限位移; β 为组合系数; dE 为耗能增量; F_y 为屈服力. Park-Ang 模型有两个缺点:① 上下界不收敛,② 没有考虑不同

变形幅值下相同耗能所造成的损伤不同的试验现象. 针对这两个问题,王东升等人^[11]提出了如下改进的 Park-Ang 模型:

$$D = (1 - \beta) \frac{\delta_m - \delta_y}{\delta_u - \delta_y} + \beta \frac{\sum \beta_i E_i}{F_y (\delta_u - \delta_y)} \quad (5)$$

式中: β_i 是能量加权因子,与加载路径有关; δ_y 为屈服位移.

Park-Ang 模型是以力-位移关系为基础的. Kunnath 等人^[3]以 Park-Ang 模型为基础,去掉可恢复变形,建立了弯矩-曲率损伤模型

$$D = \frac{\phi_m - \phi_y}{\phi_u - \phi_y} + \beta \frac{\int dE}{M_y \phi_u} \quad (6)$$

本文以 Park-Ang 模型为基础,参考王东升等人的改进,提出弯矩-曲率损伤模型为

$$D = (1 - \beta) \frac{\phi_m - \phi_y}{\phi_u - \phi_y} + \beta \frac{\sum \alpha E_l}{E_{mon}} \quad (7)$$

式中:第 1 部分是位移项,需满足式(8a)的要求;第 2 部分是耗能项; E_{mon} 是构件单调加载至破坏时的耗能,按式(8b)计算; l 是半圈编号, E_l 是第 l 半圈的耗能; α 是能量加权因子,按式(8c)计算; ϕ_l 是第 l 半圈的最大曲率; ϕ_0 是临界曲率,按式(8d)计算.

$$\frac{\phi_m - \phi_y}{\phi_u - \phi_y} = 0, \text{ 当 } \frac{\phi_m - \phi_y}{\phi_u - \phi_y} < 0 \text{ 时} \quad (8a)$$

$$E_{mon} = M_y (\phi_u - \phi_y) \quad (8b)$$

$$\alpha = \begin{cases} \left(\frac{\phi_l - \phi_0}{\phi_u - \phi_0} \right)^{\beta_1}, & \frac{\phi_l - \phi_0}{\phi_u - \phi_0} > 0 \\ 0, & \frac{\phi_l - \phi_0}{\phi_u - \phi_0} \leq 0 \end{cases} \quad (8c)$$

$$\phi_0 = \phi_y + \beta_2 (\phi_u - \phi_y) \quad (8d)$$

试验表明,当曲率小于一定值时,虽然发生了一定的塑性变形,但是其耗能并不产生损伤;并且不同位移幅值时,即使相同的滞回耗能,其所产生的损伤也是不同的,能量加权因子 α 反映了这一现象. 文献[11-12]已经注意到了这种现象.

β 是反映位移项和能量项比重的参数; β_1 是能量加权因子的指数,控制耗能修正的程度; β_2 是与临界曲率有关的参数. 本文以 S. K. Kunnath 等人 1997 年完成的一组试验为基础,经过遍历搜索,式(7)和(8)中的参数取值如下: $\beta = 0.10$, $\beta_1 = 0.25$, $\beta_2 = 0.07$. 需要注意的是,本文的损伤模型适用于理想弹塑性,对于带有强化段滞回模型的适用性有待于进一步研究.

2.3 强度退化与累积损伤的关系

本文选择 Takemura 和 Kawashima^[13]进行的一

组试验(试件编号为 TP001~TP006)来建立强度退化与累积损伤的关系. 该组试验 6 个试件的尺寸与配筋构造均完全相同, 仅加载模式不同. 试件为钢筋混凝土悬臂柱. 如图 5 所示, 截面尺寸为 $400\text{ mm} \times 400\text{ mm}$, 截面有效高度 $h_0 = 360\text{ mm}$, 加载点至地梁顶面距离 $L = 1\,245\text{ mm}$, 剪跨比为 3.46. 混凝土强度约为 35 MPa , 纵筋采用 D13 钢筋, 屈服强度为 363 MPa , 全部纵筋配筋率为 1.58% . 箍筋采用 D6 钢筋, 屈服强度为 368 MPa , 箍筋间距为 70 mm , 体积配箍率为 0.57% . 纵筋和箍筋均为 SD295 级. 试验时柱顶施加 157 kN 的轴压力, 轴压比约为 2.89% .

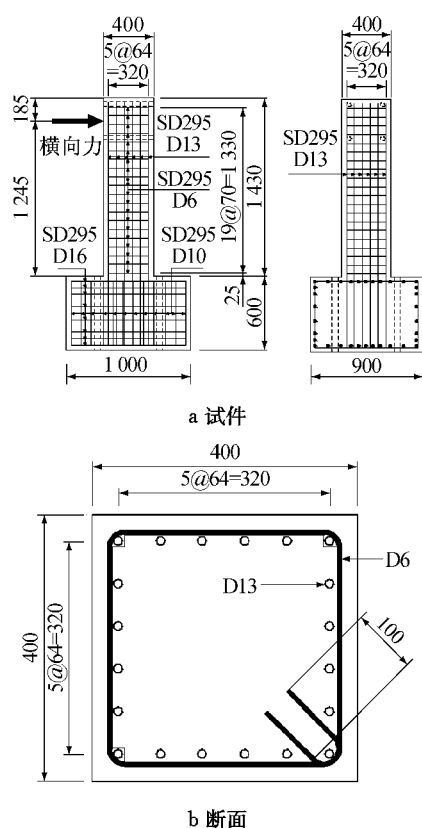


图 5 试件和断面(尺寸单位:mm)
Fig.5 Test specimen and cross section

6 个试件的加载路径均不相同, 均采用位移控制, 其加载模式如图 6 所示. 根据加载点的力-位移关系, 结合塑性铰区长度和曲率分布, 便可以计算得到悬臂柱底部的弯矩-曲率关系. 本文采用塑性铰区塑性曲率相等的假设, 如图 7 所示. 图中, L 为最大弯矩点到反弯点的距离, 对于悬臂柱即为加载点至柱底的距离; F 为横向力; l_p 是塑性铰区长度.

塑性铰区长度 l_p 按照 AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Official, 美国国家公路与运输协会) 规范上关于塑性铰区长度的规定来计算, 将单位转换为 mm 和 MPa

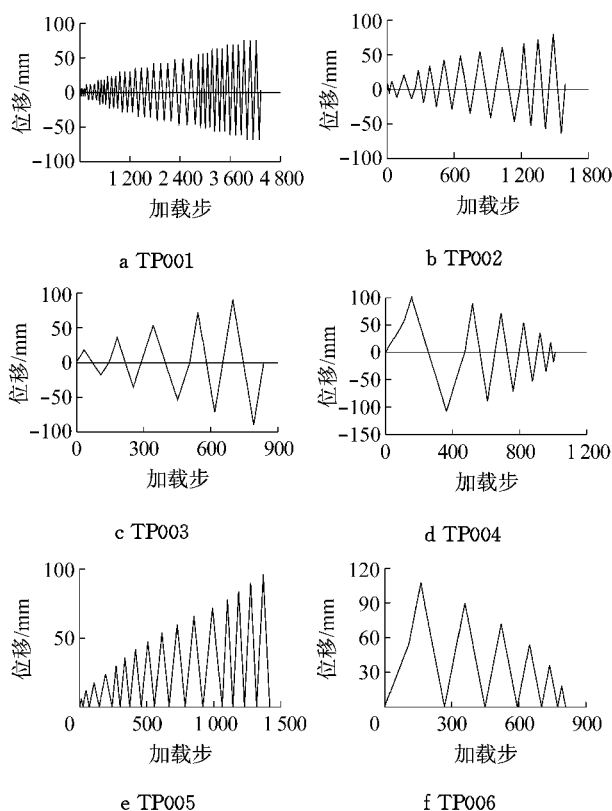


图 6 加载路径
Fig.6 Loading hysterereses

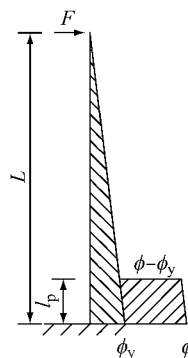


图 7 弹塑性曲率分布
Fig.7 Elastic and plastic curvature distribution

后如下式:

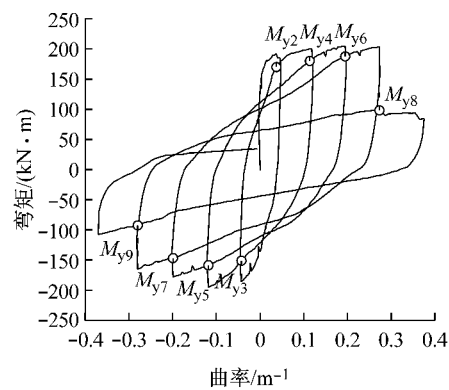
$$l_p = 0.08L + 0.02175f_{ye}d_{bl} \geq 0.0435f_{ye}d_{bl} \quad (9)$$

式中: f_{ye} 为纵筋的期望屈服强度; d_{bl} 为纵筋直径. 代入数据后计算得到 $l_p = 202.2\text{ mm}$. 各试件的屈服弯矩 $M_y = 1.99 \times 10^5\text{ N} \cdot \text{m}$, 屈服曲率 $\phi_y = 0.0294\text{ m}^{-1}$, 破坏曲率 $\phi_u = 0.5266\text{ m}^{-1}$.

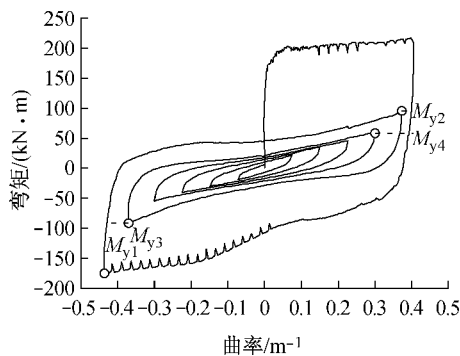
将式(2a)应用于弯矩, 并解出强度退化函数 $f(D)$, 得到

$$f(D) = 1 - \frac{M_{yi}}{M_y} \quad (10)$$

式中, 试件 TP003 和 TP004 强度退化后的屈服弯矩 M_{yi} , $i = 1, 2, \dots, 9$, 如图 8 所示.



a TP003



b TP004

图 8 强度退化后的屈服弯矩

Fig.8 Yielding moment after strength degradation

对每个试件,都可以计算其每个半圈的损伤值 D 和相应的强度退化函数值 $f(D)$. 图 9 呈现的是试件 TP001~TP006 的 $f(D)$ 与 D 之间的关系. 观察这 6 条曲线,发现下式所表达的简单线性关系能较好地反应强度退化与损伤值之间的关系:

$$f(D) = \lambda D \quad (11)$$

式(11)满足式(3a)和(3b)所表达的边界条件. 系数 λ 取 0.8,通过试算得到,如图 9 中虚线所示.

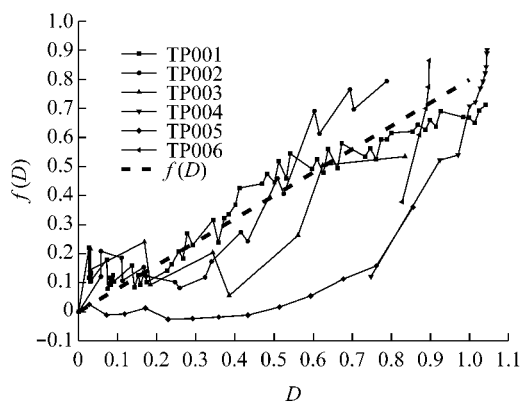


图 9 强度退化相对值与损伤值之间的关系

Fig.9 Relationship between strength degradation and cumulative damage

钢筋混凝土的破坏机理较为复杂,其强度退化

特性与其体积配箍率 ρ_w 、轴压比 n_0 、配筋率 ρ_t 、剪跨比 L/d 等因素都相关,即 $\lambda = \lambda(\rho_w, n_0, \rho_t, L/d)$. 确立 $\lambda(\rho_w, n_0, \rho_t, L/d)$ 表达式的途径是通过大量的试验数据进行拟合. 式(11)所示简单的线性函数只有一个系数 λ ,这给后续的拟合工作带来方便,这也是本文直接采用式(11)的原因. 鉴于这是一个较为复杂的工作,本文没有确立 $\lambda(\rho_w, n_0, \rho_t, L/d)$ 的表达式,而是通过特定的试验直接确定与其对应的 λ 值.

3 基于文献[3]试验的验证

编程实现上述理论滞回模型,以曲率作为输入量,将试验数据和计算结果画在一张图中,日本 Takemura 和 Kawashima 试验的比较结果如图 10 所示.

从图 10 中可以发现,数值模拟结果与试验结果较为接近,说明本文强度退化模型能够较好地描述构件的反应. 试件 TP005 数值结果强度退化与试验结果相比偏大,这说明单方向单侧逐级递增加载强度退化程度较小,这从图 9 中试件 TP005 的强度退化相对值较小也能看出.

各试件根据式(7)计算的损伤值如图 11 所示. 从图中可以看出,各试件基于试验数据和基于模拟数据的损伤值较为接近. 破坏时各试件的损伤值如表 1 所示,它们都在区间 $[0.78, 1.08]$ 中,离散型较小. 这说明本文所提出的损伤指标能够较为准确地描述构件的损伤.

表 1 试件 TP001~TP006 破坏时的损伤值

Tab.1 The failure damage values of Samples TP001 ~ TP006

试件	试验损伤值	数值模拟损伤值
TP001	1.06	1.08
TP002	0.80	0.81
TP003	0.86	0.81
TP004	0.99	0.94
TP005	0.85	0.78
TP006	0.84	0.81

4 基于文献[14]试验的验证

为了进一步验证本文所提出的强度退化滞回模型,下面将 S. K. Kunnath 等人^[14]1997 年完成的另一组试验(试件编号为 A01~A12)的结果与数值模拟结果进行比较. 这 12 根柱子的直径是 305 mm,柱子从加载点至底部固结处的距离是 1 372 mm. 保护层厚度为 14.5 mm. 纵筋直径为 9.5 mm,屈服强度

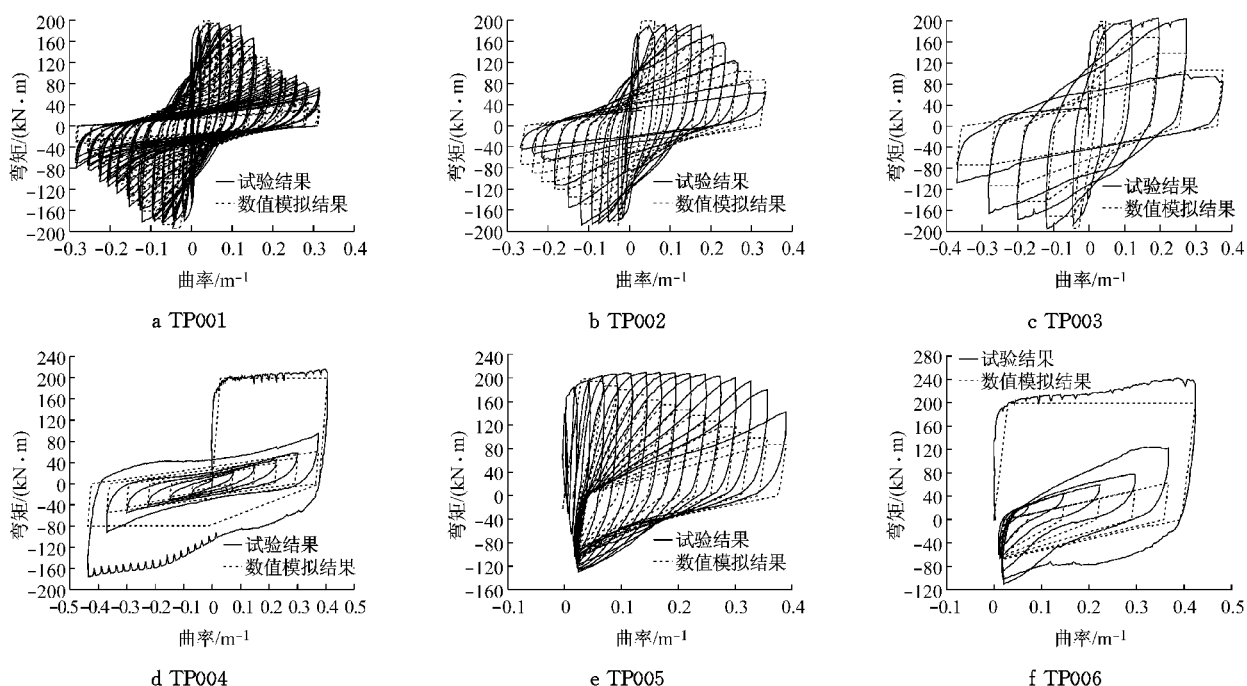


图 10 文献[13]中试验结果和本文数值模拟结果对比

Fig. 10 Comparison between experimental results in Ref. [13] and the numerical results in this paper

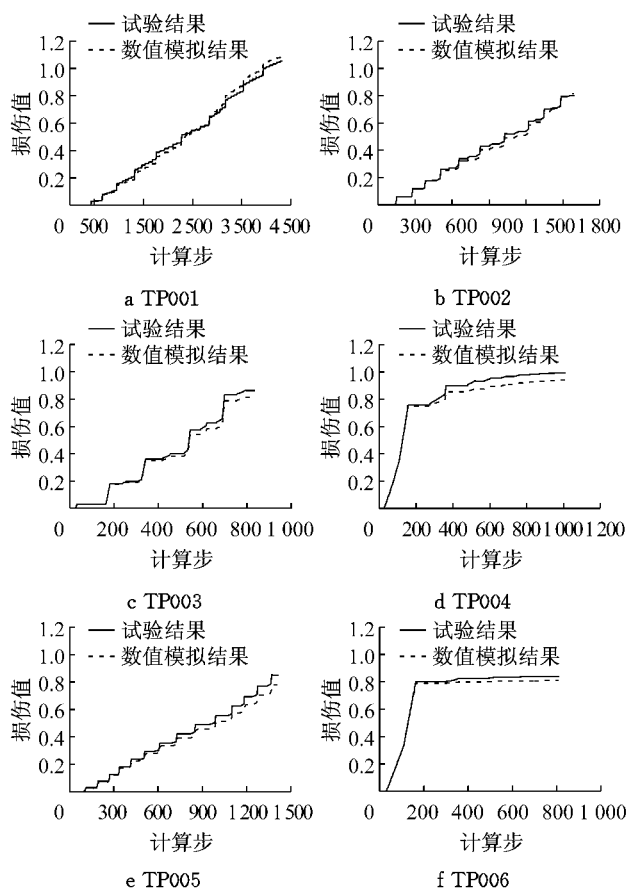


图 11 基于文献[13]中试验结果的损伤和基于本文数值模拟结果的损伤对比

Fig. 11 Comparison between damage based on test results in Ref. [13] and damage based on the numerical results in this paper

为 448 MPa, 配筋率为 2.04%。箍筋间距为 19 mm, 直径为 4 mm, 屈服强度为 434 MPa, 体积配箍率为 0.94%。混凝土强度约为 40 MPa, 轴压比约为 9%。剪跨比为 4.97。各试件的屈服弯矩 $M_y = 1.03 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}$, 屈服曲率 $\phi_y = 0.0354 \text{ m}^{-1}$, 破坏曲率 $\phi_u = 0.5360 \text{ m}^{-1}$ 。

同样以曲率作为输入量, 比较结果如图 12 所示。需要指出的是, 钢筋混凝土构件的强度退化与多种因素有关, 如体积配箍率、轴压比等, 即式(11)中的系数 λ 不是定值, 与多种因素有关。试件 A01~A12 的加载模式较为凌乱, 在体现强度退化方面不如试件 TP001~TP006 典型, 因此不容易画出与图 9 类似的体现强度退化函数值与损伤值之间关系的图形。A06 加载较为规律, 表现出强度退化现象, 经过尝试, 当 λ 取 0.2 (即 $f(D) = 0.2D$) 时, A06 的试验结果与数值模拟数据较为接近, 因此对于本组试验 λ 取为 0.2。可以发现这里的系数 λ 取值 0.2 比试件 TP001~TP006 系数 λ 取值 0.8 小得多, 其中一个原因是试件 TP001~TP006 的体积配箍率 (为 0.57%) 比试件 A01~A12 的体积配箍率 (为 0.94%) 低得多。

从图 12 可以看出, 数值模拟结果与试验数据较为接近。说明本文提出的弯矩-曲率强度退化滞回模型能够较好地模拟试验现象。

破坏时各试件的损伤值见表 2。从结果可以看出, 试验结果和模拟结果的损伤值较为接近, 说明本文所提出的滞回模型能够较好地模拟试验现象。

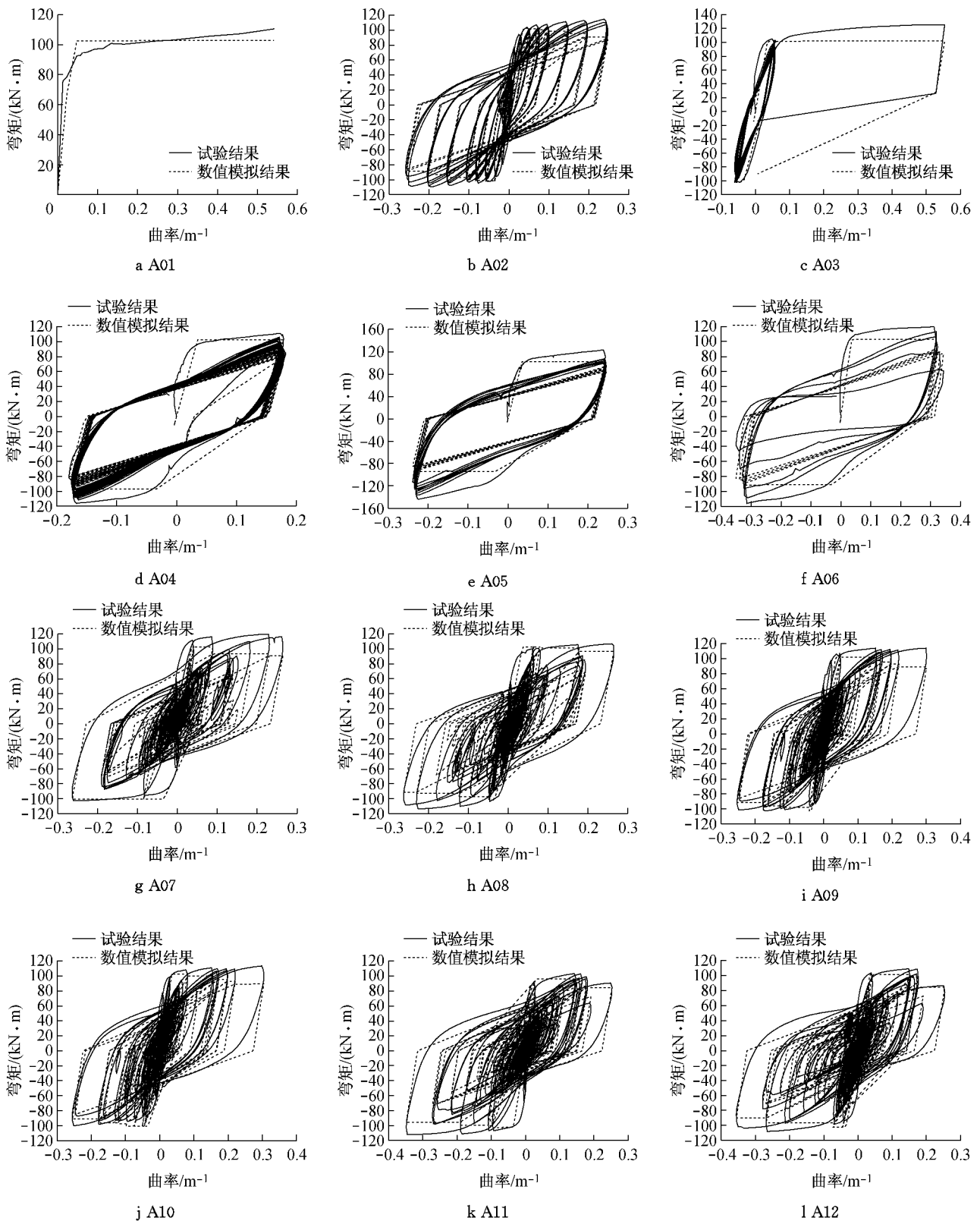


图 12 文献[14]中试验结果和本文数值模拟结果对比

Fig. 12 Comparison between experimental results in Ref. [14] and the numerical results in this paper

表 2 试件 A01~A12 破坏时的损伤值

Tab.2 The failure damage value of Samples A01~A12

试件	试验 损伤值	数值模拟 损伤值	试件	试验 损伤值	数值模拟 损伤值
A01	1.01	1.01	A07	0.72	0.64
A02	0.91	0.85	A08	0.70	0.64
A03	1.05	1.04	A09	0.85	0.80
A04	1.16	1.10	A10	0.84	0.81
A05	1.04	0.90	A11	1.05	0.98
A06	1.06	1.03	A12	1.02	0.99

5 结论

本文建立了强度退化与累积损伤之间的数学表达式,提出了弯矩-曲率层面上的累积损伤模型,并将这种模型与 Clough 滞回模型相结合,以反映钢筋混凝土的强度退化现象.结果表明,所提出的弯矩-曲率强度退化模型能够较好地模拟实验现象.本文的研究成果如下:

(1) 建立了强度退化与损伤指标之间的数学表达式,指出了强度退化模型的本质就是确定强度退化函数 $f(D)$.

(2) 在试验的基础上,确定了强度退化函数的线性表达式,这种关系只有一个参数,易于确立.

(3) 所建立的弯矩-曲率强度退化模型以及累积损伤模型是断面或单元层面的,能够完全由有限元程序实现.

通过大量的试验数据建立系数 λ 与构件体积配箍率、轴压比、配筋率、剪跨比等因素之间的关系,即确立 $\lambda(\rho_w, n_0, \rho_t, L/d)$ 的表达式是有待进一步完成的工作.

参考文献:

- [1] 曲哲,叶列平.基于有效累积滞回耗能的钢筋混凝土构件承载力退化模型[J].工程力学,2011,28(6):45.
QU Zhe, YE Lieping. Strength deterioration model based on effective hysteretic energy dissipation for RC members under cyclic loading[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(6): 45.
- [2] Wang M L, Shah S P. Reinforced concrete hysteresis model

based on the damage concept[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1987, 15(8): 993.

- [3] Kunnath K S, Reinhorn M A, Lobo F R. IDARC Version 3.0: a program for the inelastic damage analysis of reinforced concrete structures [R]. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research of State University of New York.
- [4] Krätzig B W, Meyer F I, Meskouris K. Damage evolution in reinforced concrete members under cyclic loading [C]// Proceedings of the 5th International Conference on Structural Safety and Reliability (ICOSSAR 89). San Francisco: American Society of Civil Engineering, 1989: 795-802.
- [5] Chung Y S, Meyer C, Shinozuka M. Seismic damage assessment of RC members [R]. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research of State University of New York.
- [6] Chung Y S, Meyer C, Shinozuka M. Modeling of concrete damage[J]. Structural Journal, 1989, 86(3): 259.
- [7] Clough R W, Johnston S B. Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements [C]// Proceedings of 2nd Japan Earth Engineering Symposium. Tokyo: [s. n.], 1966: 227-232.
- [8] Takeda T, Sozen A M, Nielsen N N. Reinforced concrete response to simulated earthquakes[J]. Journal of Structural Division, ASCE, 1970, 96(12): 2557.
- [9] Park Y J, Ang A H S. Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1985, 111(4): 722.
- [10] Park Y J, Ang A H S, Wen Y K. Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings [J]. Journal of Structural Engineering, 1985, 111(4): 740.
- [11] 王东升,冯启民,王国新,等.考虑低周疲劳寿命的改进 Park-Ang 地震损伤模型[J].土木工程学报,2004,37(11):41.
WANG Dongsheng, FENG Qimin, WANG Guoxin, et al. A modified Park-Ang seismic damage model considering low-cycle fatigue life [J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37(11): 41.
- [12] 王宏业. Park-Ang 双参数地震损伤模型的试验统计分析 & 改进[D].大连:大连海事大学,2008.
WANG Hongye. Statistical analysis and improvement of Park-Ang seismic damage model [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2008.
- [13] Takemura H H, Kawashima K. Effect of loading hysteresis on ductility capacity of reinforced concrete bridge pier[J]. Journal of Structural Engineering, Japan, 1997, 43A: 849.
- [14] Kunnath S K, El-Bahy A, Taylor A, et al. Cumulative seismic damage of reinforced concrete bridge piers [R]. Buffalo: National Center for Earthquake Engineering Research of State University of New York, 1997.