

沥青路面惯性弯沉点的选取及土基模量的反演

朱 洁, 陈 长, 孙立军

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

摘要: 水泥混凝土路面存在弯沉几乎不随模量变化而变化的惯性弯沉点, 并可用于反算水泥混凝土路面结构模量。为了使理论弯沉盆与实测弯沉盆相匹配, 将刚性下卧层引入到理论弯沉盆的计算当中, 经过大量的弯沉盆计算发现, 沥青路面惯性弯沉点的选取较为困难, 为此提出了一种基于均方根误差最小准则的惯性弯沉点选取方法, 并将其应用于土基模量的反演中。在基于惯性弯沉点的土基模量反算中发现基层模量的大小对土基模量反演的精度有比较大的影响, 并分别回归出针对柔性基层和半刚性基层的路面结构信息与惯性点参数的关系。选取不同的路面结构进行土基模量反演, 理论上论证回归公式的精度, 用实测弯沉盆进行模量反算, 并与国内外其他反算程序比较, 验证了基于惯性弯沉点的土基模量反演方法的精度和可靠性。

关键词: 沥青路面; 模量反算; 惯性弯沉点; 均方根误差最小准则; 刚性下卧层

中图分类号: U416.2

文献标志码: A

Selection of Inertial Point for Asphalt Pavement and Backcalculation Method of Subgrade Modulus

ZHU Jie, CHEN Zhang, SUN Lijun

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: It is realized that there exists a point called the inertial point in the pavement deflection basin whose deflection does not vary with the modulus of the upper layer, provided that the subgrade modulus and the upper layer thickness remain unchanged in cement concrete pavement. In order to make the theoretical deflection basin and measured deflection basin match each, the writer of this paper takes the rigid substratum into the calculation of theoretical deflection basin. As a result of a significant amount of calculation, the writer found it's very difficult to get inertial point in asphalt pavement structure. Since that, the writer develops a new method of selecting inertial point based on smallest criterion

of root-mean-square-error and applies it to the back-calculation of the subgrade modulus. It is found that the value of base modulus contributes more to the precision of subgrade modulus backcalculation and the writer draws a conclusion about the relationship between the inertial point parameters and the structure information on both flexible base and semi-rigid base. The writer demonstrates the precision of the induction formula theoretically through the back-calculations in different pavement structures, the precision and the reliability of subgrade modulus backcalculation method based on inertial point using measured deflection basin are verified by a comparative study of the backcalculation programs at home and abroad.

Key words: asphalt pavement; modulus backcalculation; inertial point; smallest criterion of root-mean-square-error; rigid substratum

随着 20 世纪 70 年代落锤式弯沉仪(FWD)引入路面评价以来, FWD 作为无损检测设备得到越来越广泛的应用, 而根据 FWD 实测弯沉盆反算路面结构层的模量也就成为路面结构强度和刚度评价的重要手段之一。到目前为止, 国内外出现了很多模量反算方法, 归纳为图表法、回归公式法、数据库搜索法、遗传算法和人工神经网络法 5 类方法, 这些方法都难以解决初始值和局部收敛、解的惟一性和反算结果合理性这 3 个关键问题^[1-3]。文献[4]提出了一种基于蚁群算法的路面模量反演方法, 但进行模量反算时该方法需要与其他智能算法相结合效果更佳^[4]。

在水泥混凝土路面中存在路面弯沉盆惯性点, 可以用于反算水泥混凝土路面结构模量^[5]。文献[6]论证了惯性弯沉点在沥青路面弯沉盆中的存在性, 并提出了一种基于惯性弯沉点方法的土基模量反算方法, 该算法收敛, 解惟一^[6]。

但无论任何算法, 都存在理论弯沉盆与实测弯

收稿日期: 2012-12-07

第一作者: 朱 洁(1984—), 女, 博士生, 主要研究方向为道路设施管理系统。E-mail: zj0-9841104@163.com

通讯作者: 陈 长(1977—), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为道路设施管理系统。E-mail: czy1620@263.net

沉盆不匹配的问题,为了使理论弯沉盆与实测弯沉盆相匹配,开发了一套将刚性下卧层引入到线弹性层状体系理论的计算程序,经过大量的弯沉盆分析发现沥青路面惯性弯沉点的选取较为困难,笔者提出了一种基于均方根误差最小准则的惯性弯沉点选取方法,利用惯性弯沉点方法开发出一套反算沥青路面结构地基模量的程序,在进行土基模量反演时发现基层模量的大小对土基模量的反演结果影响较大,并分别回归出针对柔性基层和半刚性基层的路面结构信息和惯性弯沉点参数的关系。

1 理论基础

1.1 惯性弯沉点法反算土基模量

对于相同地基反应模量和相同面层厚度的路面结构,在同一荷载作用下,面层模量越大,则弯沉盆越平坦,即靠近荷载处的弯沉较小,而远离荷载处的弯沉相对较大;相反,面层模量越小,则弯沉盆越陡,即靠近荷载处的弯沉越大,而远离荷载处的弯沉相对越小,这两个弯沉盆必然相交于一点,该点定义为相对于地基反应模量而言的惯性弯沉点,具体见图 1。

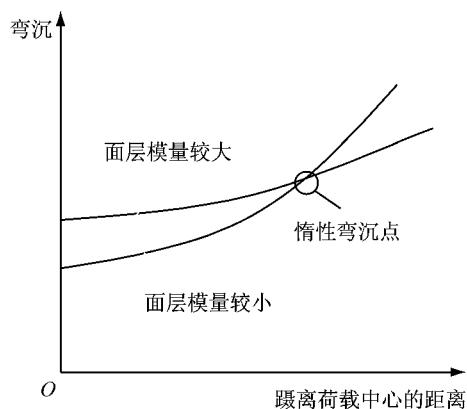


图 1 惯性弯沉点的概念

Fig.1 The concept of inertial point

描述惯性弯沉点的两个关键参数为惯性弯沉点至荷载中心的距离,记为 R_c ;相应的弯沉称为惯性弯沉,记为 D_c [5]。

由文献[5-6]可知, R_c 和 D_c 与面层模量和基层模量无关,仅与面层与基层的总厚度(H)和地基模量(E_0)有关,即

$$R_c = f(H, E_0), D_c = f(H, E_0)$$

利用此关系,用来反演土基模量的步骤如下[6]:

步骤 1 假定初始值 E'_0 ,通过回归模型计算 R_c 和 D_c ;

步骤 2 由实测弯沉盆插值计算 R_c 处的实际弯

沉 D_{cm} ;

步骤 3 比较 D_c 和 D_{cm} ,若相差极小,则求得土基模量 E_0 ,否则重新假定 E'_0 ,回到步骤 2。

由图 2 的第 2 步可知,用惯性弯沉点反算土基模量的前提是:找到相同地基反应模量和相同 H 条件下所有结构的惯性弯沉点的位置 R_c 和对应的 D_c ,而对于沥青路面惯性弯沉点的选取较为困难,具体详见本文第 2 部分。

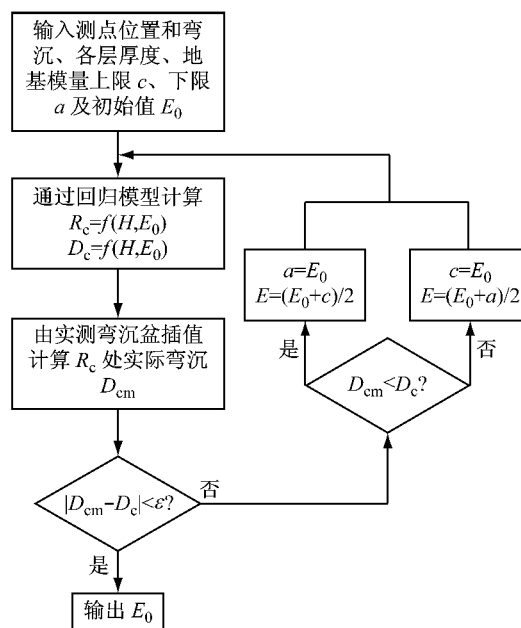


图 2 地基模量求解过程

Fig.2 Backcalculation of subgrade modulus

1.2 理论弯沉盆与实测弯沉盆的匹配

尽管惯性弯沉点反算方法具有反算解惟一的特殊优点,但是,惯性弯沉点反算方法和其他算法一样,也面临着一个重大的问题,就是结构的实测弯沉盆不等于理论弯沉盆.文献[7]提出在计算弯沉盆时需考虑刚性下卧层深度的影响,文献[8]为了使理论弯沉盆等于实测弯沉盆,在多层线弹性体系路面力学模型的路基中加入刚性下卧层,以使理论弯沉盆与实测弯沉盆相匹配,刚性下卧层的模量为 5 500 MPa,刚性下卧层的设置规律如下[8]:

$$S = 19.57H - 286.49$$

式中: S 为刚性层最佳设置深度; H 为路面结构的总厚度。

2 基于均方根误差最小准则的惯性弯沉点的选取

2.1 沥青路面惯性弯沉点选取时的困难

经过大量的计算和分析,发现 3 层体系沥青路

面弯沉盆有如下规律(将面层与基层厚度和计为 H): 土基模量和 H 相同的情况下, 在同一个荷载作用下, 改变面层和基层的模量, 所有的弯沉盆趋于相交, 很难从弯沉盆中找到惰性弯沉点。

为了说明上面的现象, 举一个 3 层体系的例子。共有 6 组结构(系列 x), 以下要素均相同: $H=40$ cm, 地基模量 $E_0=40$ MPa, 面层泊松比 $\mu_1=0.35$, 基层泊松比 $\mu_2=0.3$, 土基泊松比 $\mu_0=0.4$, 表面接触压力 $p=0.707$ MPa, 承载板半径 $r=15$ cm, 面层模量 E_1 和基层模量 E_2 各不相同, 如表 1 所示。

表 1 系列 x 面层和基层模量

Tab.1 Moduli of surface and base courses in Series x

MPa					
系列 x	面层模量	基层模量	系列 x	面层模量	基层模量
系列 1	1 000	500	系列 4	1 000	5 000
系列 2	3 000	500	系列 5	3 000	5 000
系列 3	5 000	500	系列 6	5 000	5 000

6 组结构的弯沉盆数据见表 2。从表中可以看出, 惰性弯沉点大概在测定位置为 150~180 cm 之间。从图 3 可以看出, 惰性弯沉点的可能取值范围在测点位置 150~200 cm 之间, 惰性弯沉点的选取较为困难, 究竟选取哪一点作为该组结构的惰性弯沉点是进行模量反算的关键。

表 2 系列 x 对应的弯沉盆数据

Tab.2 Deflection basin data of Series x

测点位置/cm	弯沉/mm					
	系列 1	系列 2	系列 3	系列 4	系列 5	系列 6
0	0.806	0.680	0.632	0.405	0.331	0.302
20	0.627	0.568	0.543	0.335	0.297	0.275
40	0.494	0.454	0.440	0.307	0.273	0.254
60	0.403	0.374	0.364	0.279	0.250	0.233
90	0.296	0.282	0.276	0.235	0.214	0.202
120	0.216	0.211	0.209	0.193	0.180	0.172
150	0.158	0.158	0.157	0.156	0.149	0.144
180	0.115	0.117	0.118	0.124	0.121	0.119
210	0.084	0.087	0.088	0.098	0.098	0.097
240	0.061	0.065	0.0658	0.076	0.077	0.078

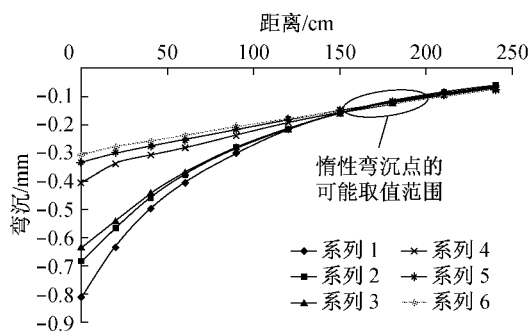


图 3 系列 x 对应的弯沉盆

Fig.3 Deflection basin of Series x

2.2 均方根误差(R_{MSE})最小准则

目前常用的误差准则有很多, 如最小平方误差准则(最小二乘法)、均方误差最小准则, 最大绝对误差最小化准则等, 在沥青路面性能研究及模量反算中用的最多的是均方根误差, 采用均方根误差用来控制各个弯沉盆的收敛性和可以接受的误差范围。文献[9-10]中在研究路面长期性能试验段中, 认为可以接受的误差范围为 $R_{MSE} < 3\%$, 同时指出, 在路面弹性模量反演中只要 $R_{MSE} < 2\%$, 便能保证反演结果的收敛性[9-10]。文献[11]中指出, 在实际应用中, R_{MSE} 最常用的范围应为 $1\% \sim 3\%$, R_{MSE} 越小, 反演出的模量精度越高[11]。在惰性弯沉点的选取中采用均方根误差最小准则。

根据相同土基模量和 H , 不同面层和基层模量的弯沉盆, 求出各个点弯沉的平均值, 每个点的值与平均值的差值平方和求和并计算均方根误差 R_{MSE} 的值, R_{MSE} 值最小的点便为惰性弯沉点, 具体的计算公式如下:

$$R_{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{D_i - \bar{D}}{\bar{D}} \right)^2} \times 100\%$$

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i$$

式中: R_{MSE} 为均方根误差; n 为选取的沥青路面结构个数; D_i 为第 i 个沥青路面结构的弯沉值; \bar{D} 为各个结构在同一点的弯沉的平均值。

图 4 为与表 1 结构相对应的几组结构的 R_{MSE} 随距离荷载中心点距离 R 的变化曲线, 从图中可以看到 R_{MSE} 最小的点即为沥青路面的惰性弯沉点, 该组结构的惰性弯沉点位置为 168 cm, 对应的弯沉为 0.132 mm。

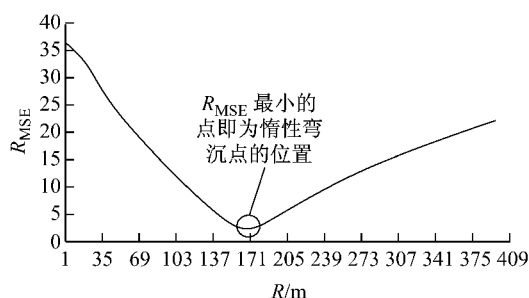


图 4 R_{MSE} 随距离 R 的变化

Fig.4 The relationship between R_{MSE} and R

3 基于惰性弯沉点的沥青路面土基模量反演及可靠性验证

3.1 惰性弯沉点参数的定量描述

在用惰性弯沉点法进行土基模量反算(具体见

图 2)时发现基层模量的大小对土基模量的反演精度影响较大,主要是由于基层模量范围比较广,即包括柔性基层也包括半刚性基层,故分别按柔性基层(模量范围 150~1 000 MPa)和半刚性基层(模量范围为

1 000~8 000 MPa)进行回归^[12]。

对于 3 层体系,各结构层的变量范围如表 3 所示。

表 3 3 层体系结构变量值

Tab.3 Value of structure variables in a 3-layer system

面层厚度/cm	基层厚度/cm	面层模量/MPa	基层模量/MPa	地基模量/MPa	面层泊松比	基层泊松比	土基泊松比
5~25	20~60	1 000~5 000	150~8 000	25~150	0.35	0.3	0.4

笔者在表 3 各结构变量的范围内,经大量的计算分析,得到 1 248 个弯沉盆(5 t 荷载作用下),分析出 208 个柔性弯沉点,用回归分析软件 SPSS 进行多元非线性回归,得出柔性弯沉点的位置和弯沉与上层总厚度及地基模量的定量关系,方程形式如下:

$$R_c = (a_1 + a_2(E_0/H)^{a_3})H^bE_0^c$$

$$D_c = (x_1 + x_2(E_0/H)^{x_3})H^{y_1}E_0^{y_2}$$

式中: $a_1, a_2, a_3, b, c, x_1, x_2, x_3, y_1, y_2$ 均为常数,回归的结果见表 4~7。从表中可以看出,相关系数均接近于 1,如此高的回归精度说明柔性弯沉点的规律非常明显。

表 4 柔性基层的 R_c 回归模型常数

Tab.4 Model constants for R_c of the flexible base

a_1	a_2	a_3	b	c	相关系数
-0.005	13.506	-2.660	-1.653	2.309	0.999

表 5 柔性基层 D_c 回归模型常数

Tab.5 Model constants for D_c of the flexible base

x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	相关系数
74.640	45.612	0	-1.017	-0.668	1.000

表 6 半刚性基层 R_c 回归模型常数

Tab.6 Model constants for R_c of semi-rigid base

a_1	a_2	a_3	b	c	相关系数
18.814	0.073	1.000	0.995	-0.327	1.000

根据柔性弯沉点的回归方程和弯沉盆,用迭代法可很快搜索到地基模量 E_0 ,具体过程见图 2。

表 7 半刚性基层 D_c 回归模型常数

Tab.7 Model constants for D_c of semi-rigid base

x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	相关系数
79.500	-0.417	1.000	-0.987	-0.676	1.000

3.2 由理论弯沉盆反算土基模量

采用基于柔性弯沉点的土基模量反演方法,结合本文中的柔性弯沉点位置和弯沉的回归公式,假定 10 组路面结构,计算出它们在 5 t 荷载作用下,各测点的弯沉值见表 8,反算结果和误差如表 9 所示。表中的路面结构具有一定的代表性,可以看出,大部分误差均小于 1%,个别误差大于 1%,对土基模量而言,此误差完全可以接受。

3.3 由实测弯沉盆反算土基模量

为了测试基于柔性弯沉点的土基模量反演方法的反算能力,必须选取 FWD 的实测弯沉盆进行反算。表 10 和表 11 中的弯沉盆数据是摘自美国航道试验站开发的 LEEPWIN 软件中的示例数据库,每个弯沉盆数据含有 7 个弯沉,距荷载中心的距离依次为 0, 30.48, 60.96, 91.44, 121.92, 152.40, 182.88 cm,荷载作用半径为 15 cm^[13]。

为了进行对比分析,选取了几个国外著名的模量反算程序,包括美国华盛顿州交通厅的 EVERCALC、美国航道试验站的 WESDEF 和美国德克萨斯州交通厅的 MODULUS,以及长沙交通学院的 GADEF。

表 8 10 组路面结构的弯沉盆

Tab.8 Deflection basin of 10 pavement structure

编号	测点位置										mm
	0	200	400	600	900	1 200	1 500	1 800	2 100	2 400	
1	0.753	0.606	0.463	0.363	0.253	0.175	0.121	0.084	0.057	0.039	
2	0.453	0.400	0.356	0.321	0.271	0.226	0.186	0.152	0.123	0.098	
3	0.487	0.413	0.334	0.276	0.213	0.167	0.132	0.105	0.084	0.068	
4	0.250	0.211	0.190	0.171	0.142	0.116	0.094	0.074	0.058	0.045	
5	0.280	0.230	0.194	0.167	0.132	0.102	0.079	0.060	0.046	0.034	
6	0.229	0.196	0.173	0.156	0.132	0.111	0.092	0.076	0.062	0.050	
7	0.184	0.155	0.143	0.135	0.124	0.112	0.100	0.089	0.078	0.069	
8	0.228	0.189	0.158	0.138	0.115	0.097	0.082	0.069	0.058	0.050	
9	0.350	0.301	0.266	0.238	0.198	0.162	0.131	0.105	0.083	0.065	
10	0.577	0.457	0.344	0.273	0.195	0.140	0.101	0.073	0.053	0.039	

表 9 误差分析
Tab.9 Error analysis

编号	面层厚度/cm	基层厚度/cm	面层模量/MPa	基层模量/MPa	土基模量假定值/MPa	土基模量反演值/MPa	误差/%
1	10	25	2 000	450	45	44.73	0.60
2	15	30	3 000	1 500	35	35.28	0.80
3	15	40	3 500	350	55	55.07	0.13
4	12	30	2 500	5 000	70	69.87	0.18
5	12	30	3 000	2 000	85	85.24	0.28
6	20	30	4 000	2 500	75	75.83	1.11
7	20	40	3 500	7 000	60	59.46	0.90
8	20	50	4 000	900	90	88.98	1.13
9	8	35	3 200	2 300	50	50.40	0.80
10	9	30	3 000	500	60	59.68	0.53

从表 12 的反算结果来看,各程序反算的土基模量的结果相差不大.同时,国外反算程序也大多考虑了刚性下卧层,故本文结果与国外的 EVERCALC, WESDEF 和 MODULUS 反算的结果保持了良好的一致性,但 EVERCALC, WESDEF 和 MODULUS 都采用了迭代搜索规则,其结果的收敛性取决于初始值的好坏,结果变异性较大,而本文的基于惯性弯沉点的反演方法是不受初始值影响的,因此使土基模量的反演更可靠与准确^[13].

表 10 结构参数

Tab.10 Structure parameters

结构类型	厚度 h /cm	泊松比
沥青混凝土面层	13.34	0.35
基层	35.56	0.25
土基	670.48	0.40

表 11 FWD 实测弯沉盆数据

Tab.11 Measured deflection data of FWD mm

L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7
1.006	0.653	0.439	0.312	0.231	0.175	0.137

表 12 基于惯性弯沉点的土基模量反演方法与其他反算程序的比较

Tab.12 Comparison of backcalculation method based on inertial point and other methods MPa

GADEF	EVERCALC	WESDEF	MODULUS	本文
130.31	129.41	130.51	133.19	132.78

4 结论

通过分析大量的沥青路面弯沉盆后发现,沥青路面惯性弯沉点的选取较为困难,通过采用基于均方根误差最小准则的方法来选取沥青路面中的惯性弯沉点.

采用基于惯性弯沉点的土基模量反演方法对不同的沥青路面结构土基模量进行反演分析,发现基

层模量的大小对土基模量的反演精度有比较大的影响,并分别对柔性基层和半刚性基层沥青路面分别进行路面结构信息和惯性点参数的相关关系的回归,使反演方法适用于所有的沥青路面结构.

通过选取十组不同的沥青路面结构,利用回归出的公式对土基模量进行反演,反演结果表明,回归出的公式反算土基模量时误差较小,适用范围较广.用实测弯沉盆来反演土基模量,反演出的结果与国内外其他反算程序进行比较,验证了基于惯性弯沉点的土基模量反演方法的可靠性.

参考文献:

- [1] 查旭东. 路面结构层模量反算方法综述[J]. 交通运输工程学报, 2002, 2(4): 1.
ZHA Xudong. Summary of backcalculation methods of pavement layer moduli [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2002, 2(4): 1.
- [2] 孙晓立, 黄立葵. BP 神经网络在路面模量反分析中的应用[J]. 公路工程, 2008, 33(5): 77.
SUN Xiaoli, HUANG Likui. Study of the inverse analysis of pavement layers moduli by BP neural network[J]. Highway Engineering, 2008, 33(5): 77.
- [3] 杨国良, 吴旷怀. 基于 BP 人工神经网络的土基回弹模量反算[J]. 路基工程, 2009(1): 68.
YANG Guoliang, WU Kuanghuai. Backcalculation of subgrade modulus based on BP neural network [J]. Subgrade Engineering, 2009(1): 68.
- [4] 王复明, 刘小梅, 蔡迎春. 蚁群算法在路面模量反演中的应用[J]. 路基工程, 2009(4): 74.
WANG Fuming, LIU Xiaomei, CAI Yingchun. Ant colony algorithm and its application in pavement backcalculation[J]. Subgrade Engineering, 2009(4): 74.
- [5] 孙立军, 八谷好高, 姚祖康. 水泥混凝土路面板模量反算的一种新方法—惯性弯沉法[J]. 土木工程学报, 2000, 33(1): 83.
SUN Lijun, BAGU Haogao, YAO Zukang. A new method to backcalculate layer moduli for concrete pavements [J]. China Civil Engineering Journal, 2000, 33(1): 83.
- [6] 张小宁. 沥青路面结构模量反算方法的研究[D]. 上海: 同济

- 大学交通运输工程学院,1999.
- ZHANG Xiaoning. Study on moduli backcalculation for asphalt pavement structure[D]. Shanghai: College of Transportation Engineering of Tongji University,1999.
- [7] 梁新政,王复明,孔宪京. 路基模量反演结果分析[J]. 岩土工程学报,2000, 22(5):619.
- LIANG Xinzhen, WANG Fuming, KONG Xianjing. Backcalculation results of subgrade modulus [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(5):619.
- [8] 严菁. 沥青路面反演分析中刚性下卧层设置规律研究及应用[D]. 上海:同济大学交通运输工程学院,2010.
- YAN Jing. Research on the rule of setting up the rigid bottom layer and its application in backcalculation of asphalt pavement [D]. Shanghai: College of Transportation Engineering of Tongji University, 2010.
- [9] Wael Alkasawneh. Backcalculation of pavement moduli using genetic algorithms[D]. Akron: The Graduate Faculty of The University of Akron, 2007.
- [10] Von Quintus H L, Simpson A. Back-calculation of layer parameters for LTPP test sections volume II: layered elastic analysis for flexible and rigid pavements[R]. Washington D C: Federal Highway Administration, 2002.
- [11] Harichandran R S, Ramon C M, Baladi G Y. MICHBACK user's manual[M]. East Lansing: Department of Civil and Environmental Engineering of Michigan State University.
- [12] 陈静云,任瑞波,李玉华,等. 沥青路面柔性基层和半刚性基层模量理论研究[J]. 大连理工大学学报, 2004, 44(4):536.
- CHEN Jingyun, REN Ruibo, LI Yuhua, et al. Theoretical analysis of flexible base and semi-rigid base modulus on asphalt pavement[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2004, 44(4):536.
- [13] 查旭东,王秉纲. 基于同伦方法的路面模量反算方法研究[J]. 中国公路学报, 2003,16(1): 1.
- ZHA Xudong, WANG Binggang. Backcalculation of modulus for pavements based on homotopy method[J]. China Journal of Highway and Transport, 2003,16(1): 1.

~~~~~

(上接第 1804 页)

- [ 5 ] Rowe R K and Skinner G D. Numerical analysis of geosynthetic reinforced retaining wall constructed on a layered soil foundation[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2001, 19: 387.
- [ 6 ] Skinner G D, Rowe R K. Design and behaviour of a geosynthetic reinforced retaining wall and bridge abutment on a yielding foundation[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2005, 23: 234.
- [ 7 ] Yoo C, Song A R. Effect of foundation yielding on performance of two-tier geosynthetic-reinforced segmental retaining walls: a numerical investigation [J]. Geosynthetics International, 2006, 13(5): 181.
- [ 8 ] 陈建峰,柳军修,石振明. 软土地基加筋土挡墙数值模拟及稳定性探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(9): 1928.
- CHEN Jianfeng, LIU Junxiu, SHI Zhenming. Numerical simulation and stability discussion of a reinforced soil retaining wall on soft soil foundation[J]. Chinese Journal of Mechanics and Engineering, 2012, 31(9): 1928.
- [ 9 ] Auvinet G, Gonzalez J L. Three-dimensional reliability analysis of earth slopes[J]. Computers and Geotechnics, 2000, 26(3/4): 247.
- [10] 陈建峰,顾建伟,石振明,等. 软土地基加筋土挡墙现场试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(s1): 3370.
- CHEN Jianfeng, GU Jianwei, SHI Zhenming, et al. Field test study of reinforced soil wall on soft ground[J]. Chinese Journal of Mechanics and Engineering, 2011, 30(Supplement): 3370.
- [11] Truty A, Zimmermann T, Podles K. Z\_Soil. PC 2010 manual [M]. Lausanne: ZACE Service Ltd., 2008.
- [12] Chai J C, Shen S L, Miura N, et al. Simple method of modeling PVD-improved subsoil [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(11): 965.
- [13] Chai J C, Miura N. Investigation of factors affecting vertical drain behavior [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 125(3): 965.
- [14] Shen S L, Chai J C, Hong Z S, et al. Analysis of field performance of embankments on soft clay deposit with and without PVD-improvement [J]. Geotextiles and Geomembranes, 2005, 23(6): 463.
- [15] Tin N, Bergado D T, Voottipruex P, et al. Modification of K-stiffness method for MSE structures on soft ground[J]. Geosynthetics International, 2011, 18(5): 304.