

# 正交频分复用系统中改进的FFT插值算法

葛万成<sup>1</sup>, 杨燕<sup>1</sup>, 花梦<sup>2</sup>, 焦淑蓉<sup>2</sup>

(1. 同济大学 中德学院, 上海 200092; 2. 华为公司上海研究所, 上海 200127)

**摘要:** 提出了一种基于快速傅里叶变换的边缘扩展信道插值算法(EFFT), 该算法对正交频分复用(OFDM)符号有效频带边缘的两端频点作镜像线性扩展, 使增加的导频信息能改善有效频带边缘附近的信道估计性能。仿真结果表明, 在低阶调制且信噪比(SNR)较低时, EFFT插值算法的性能与维纳滤波信道估计算法相当, 且较传统快速傅里叶变换(FFT)插值算法的均方误差(MSE)提升1dB左右。在实现复杂度方面, EFFT算法与FFT算法相当, 与维纳滤波算法相比运算量明显降低。EFFT算法不需要对现有技术标准进行改动, 也不会降低系统的传输效率。

**关键词:** 正交频分复用(OFDM); 信道插值; 快速傅里叶变换; 边缘扩展

中图分类号: TN 914.5

文献标识码: A

## Improved FFT Channel Interpolation in Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems

GE Wancheng<sup>1</sup>, YANG Yan<sup>1</sup>, HUA Meng<sup>2</sup>, JIAO Shurong<sup>2</sup>

(1. Chinese-German School for Postgraduate Studies, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Huawei Technology Co., Ltd., Shanghai 200127, China)

**Abstract:** An edged extend fast fourier transform (EFFT) channel interpolation algorithm is proposed. The presented EFFT algorithm can extend linear mirror pilots nearby the edge of the effective frequency band of each orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) symbol and the performance of channel estimation is enhanced by the added mirror pilots. The simulation results show that the performance of the EFFT channel interpolation algorithm is similar to that of Wiener filter channel estimation algorithm under the condition of low signal noise ratio (SNR) and modulation mode, while there is about 1dB improvement when compared to traditional FFT channel interpolation algorithm. The complexity of the EFFT channel interpolation is similar to

that of traditional FFT channel interpolation algorithm and there is a significant reduction of calculations when compared to Wiener filter channel estimation algorithm. Moreover, the EFFT channel interpolation is suitable for the existing standards and has no influence on the transmission efficiencies.

**Key words:** orthogonal frequency division multiplexing (OFDM); channel interpolation; fast Fourier transform; edged extension

传统的正交频分复用(OFDM)信道估计是基于导频的估计方法<sup>[1-2]</sup>, 即在发送的原始数据流中, 按照一定的规则均匀插入已知的 OFDM 导频信号; 在接收端, 按照插入规则提取出导频信号, 进行初步的估计得到导频点的信道信息, 然后通过滤波或插值等方法得到整个信道的信息<sup>[3-4]</sup>。

实际的 OFDM 通信系统, 有效带宽总是小于系统带宽, 因此存在左右 2 个有效频带边缘。现有的信道插值算法虽然性能各有优劣, 但有效频带边缘恢复得到的信道响应总是比频带中部的性能差, 降低了系统信道估计的可靠性。

文献[5]为了解决这个问题, 提出改变传统的均匀插入导频方法, 使有效频带边缘比频带中部拥有更密集的导频信息, 从而提高了信道估计的性能, 但却降低了系统的传输效率, 并且需要改动现有技术标准。

笔者在分析信道插值算法产生边缘畸变的原因以及快速傅里叶变换(FFT)插值原理的基础上, 提出了一种改进的算法, 即边缘扩展快速傅里叶插值算法(EFFT)。该算法对左右 2 个有效频带边缘进行了导频的扩展处理, 改善了边缘插值性能。该算法适应于传统的均匀导频插入方式, 也适用于文献[5]的

非均匀导频插入设想,并且不需要对现有技术标准进行改动,也不会降低系统的传输效率.

详细介绍了改进算法的实现过程,并在长期演进(LTE)下行链路单输入单输出正交频分复用(SISO-OFDM)系统中,与现有的信道插值算法FFT插值、维纳滤波进行了仿真比较.

## 1 信道插值

OFDM符号频率维度的导频结构如图1表示,其中空心火柴棒为数据子载波,实心火柴棒为导频子载波.图中 $H_p$ 为整个信道上导频处的频域响应, $H_{pused}$ 为有效带宽上导频处的频域响应, $H_{used}$ 为有效带宽的频域响应, $H_{whole}$ 为整个信道的频域响应.在不考虑有效带宽时,整个信道的频域离散点响应为 $H_{whole}(l)$ , $l=0,1,\dots,N-1$ .导频 $H_p$ 是 $H_{whole}$ 的 $M$ 倍下采样,所以导频个数 $N_p=[N/M]$ .

$$H_p(k) = H_{whole}(Mk) \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (1)$$

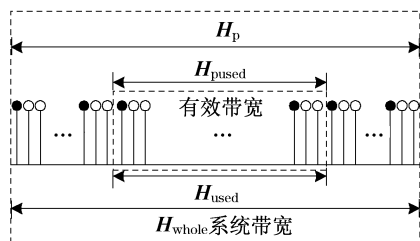


图1 信道频率响应

Fig.1 Channel frequency response

只要满足频域采样定理,就可以通过 $H_p$ 估计出 $H_{whole}$ ,记估计值为 $H_w$ <sup>[6]</sup>.

也可以认为, $H_w(l)$ 是由所有的 $H_p(k)$ 加权得到的,而且频点 $l$ 附近的导频点与它相关性强,对应加权系数 $p_l(k)$ 也比其他导频大很多.

$$H_w(l) = \sum_{k=0}^{N_p-1} H_p(k) p_l(k) \quad (2)$$

例如,线性插值时,与频点 $H_w(l)$ 邻近的2个导频对应的加权系数 $p_l(k)$ 分别为 $1 - \frac{l-Mk}{M}$ 和 $\frac{l-Mk}{M}$ ,其余导频点的 $p_l(k)=0$ ;维纳滤波插值时,若插值阶数为 $N_{tap}$ ,则除了频点 $H_w(l)$ 邻近的 $N_{tap}$ 个导频点外,其余导频点的 $p_l(k)=0$ ;FFT插值时,加权系数<sup>[6]</sup> $p_l(k) = \frac{1 - e^{j\frac{2\pi}{M}(Mk-l)}}{1 - e^{j\frac{2\pi}{N}(Mk-l)}}$ ,当导频点 $Mk$ 与 $l$ 很接近时, $Mk-l$ 接近于零,对应的权值很大

( $Mk=l$ 时取最大值),即频点 $l$ 附近的采样点与它相关性强.

## 2 边缘畸变

在实际通信系统中,系统的有效带宽小于系统传输带宽.例如LTE系统10 MHz带宽时,OFDM符号子载波总数为 $N=1024$ ,有效子载波(即承载数据或导频的子载波)位于频带中央位置,个数为 $N_{used}=600$ ,两端是保护子载波,分别有212和211个零,中间有1个直流子载波.也就是说实际得到的导频只是在有效带宽内的采样值 $H_{pused}$ .如图1所示, $H_{pused}$ 是 $H_p$ 的1个真子集,有效带宽内离散点频域信道响应 $H_{used}$ 是 $H_{whole}$ 的真子集.

对于有效频带边缘的 $H_w(l)$ ,图2与图1相比,缺失了有效频带外附近的导频信息,信道频率响应为零是错误的值,而这部分导频信息的加权系数 $p_l(k)$ 又很大.因此在进行普通插值算法时,有效频带边缘附近插值得到的 $H_w(l)$ 比频带中央的恢复值误差明显增大.将这种现象定义为信道插值边缘畸变. $H_w$ 与 $H_{whole}$ 之间的误差范围主要位于图2的阴影区内.

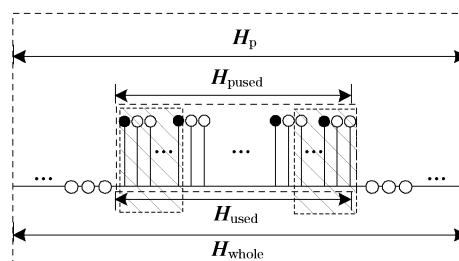


图2 实际系统中信道插值的误差范围

Fig.2 Error range of channel interpolation

## 3 改进边缘扩展信道插值算法

### 3.1 信道扩展

如果将已知的信道采样 $H_{pused}$ 进行扩展,得到比有效频带更宽的带宽内的信道采样 $H_{pnew}$ ,并且扩展长度 $N_{extend}$ 内引入的导频(箭头表示)与插值点 $H_w(l)$ 相关度高.根据式(1)分析,插值时较大的权值对应的采样点不引入错误的信道,那么 $H_w(l)$ 在有效频带内就能改善信道估计的性能,这样就有可能把边缘畸变效应尽量外推到有效频带外,效果如图3所示.图中, $L_H(1)$ 为左边频带导频边缘扩展第1点的值, $R_H(1)$ 为右边频带导频边缘扩展第1点

的值.

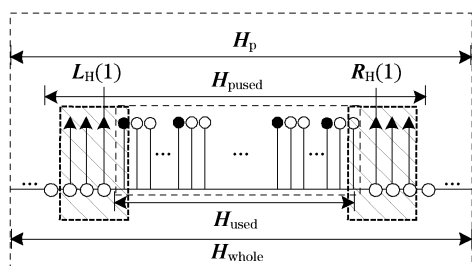


图3 信道扩展对边缘影响的改善效果

Fig.3 Improvement of edge effects with edged extension

### 3.2 扩展方法

镜像扩展是以有效频带内导频的边缘  $H_{\text{pused}}(0)$  和  $H_{\text{pused}}(N_{\text{pused}} - 1)$  为镜面,线性对称扩展信道.这种方法计算简单,容易实现.具体实现方法为:左边频带导频边缘扩展为  $L_H$ ,右边频带导频边缘扩展为  $R_H$ ,扩展后的长度为  $N_{\text{pnew}}$ .

$$N_{\text{pnew}} = 2N_{\text{extend}} + N_{\text{pused}} \quad (3)$$

$$L_H(i) = 2H_{\text{pused}}(0) - H_{\text{pused}}(i) \quad (4)$$

$$R_H(i) = 2H_{\text{pused}}(N_{\text{pused}} - 1) - H_{\text{pused}}(N_{\text{pused}} - i) \quad (5)$$

其中,  $i = 1, 2, 3, \dots, N_{\text{extend}}$ ,  $i$  越小越靠近镜面,如图3所示.

其他方法如采用三次样条插值法,估计出有效频带外侧  $N_{\text{extend}}$  个导频信息  $L_H$  和  $R_H$ .

### 3.3 扩展范围

扩展范围  $N_{\text{extend}}$  与加权系数分布有关,只要扩展区域超过了加权系数中较大权值的区域,就可以避免使用与  $H_w(l)$  相关度低的错误信道,所以  $N_{\text{extend}}$  不能太小.在该算法中扩展得到的值比原有的错误信道值更接近正确信道  $H_p(k)$ ,从而提高信道插值的性能.但是,扩展得到的  $L_H$  和  $R_H$  并不是真实的信道采样信息  $H_p(k)$ ,它本身也存在一定误差,并不是  $N_{\text{extend}}$  越大越好.只能说  $N_{\text{extend}}$  是一个经验值,应根据不同是设计要求来选择.在一定的范围内,增大  $N_{\text{extend}}$  能有效提高系统性能,但是超过某一数值后,因为过多的引入  $L_H$  和  $R_H$  这种估测值反而会降低系统性能.在文中的仿真链路中,使用的是  $N_{\text{extend}} = 100$ ,综合增加的计算复杂度和性能考虑,在尝试多个长度后,取一个最好的值.

### 3.4 边缘扩展信道插值算法运算过程

把边缘扩展思想应用于FFT插值,称为边缘扩展FFT插值算法.它的运算过程为:由有效带宽内导频点信道估计值  $H_{\text{pused}}$  边缘扩展得到导频  $L_H, R_H$ ;组成新导频  $H_{\text{pnew}}$  作为系统的导频信息;用  $H_{\text{pnew}}$  进行

FFT信道插值得到  $H_w$ ;按照有效频带的位置,从  $H_w$  中提取出有效带宽内信道响应  $H_{\text{used}}$  的估计值.

## 4 仿真结果

### 4.1 仿真系统

用MATLAB仿真LTE下行链路SISO-OFDM系统.传输带宽为10 MHz,采用ETU信道模型,最大多普勒频移为70 Hz,数据采样率为15.36 MHz,总码率为1/3 Turbo码,使用四相相移键控(QPSK)调制方式,子载波总数为  $N = 1024$ ,有效子载波  $N_{\text{used}} = 600$ ,循环前缀长度72,仿真的传输时间间隔(TTI)数为1000,载波间隔15 kHz.信道估计方法采用一维级联方式,先时后频,即由最小二乘(LS)准则得到导频点估计值,在时间维度信道插值采用维纳滤波插值方法;完成后,在频率维度每个OFDM符号中,频率维度差值方法有FFT, EFFT和维纳滤波插值.其中  $N_{\text{pused}} = 200$ ,导频间隔  $L = 3$ .

### 4.2 频率维度插值方法比较

#### 4.2.1 计算复杂度比较

采用以2为基的FFT算法时,复数乘法次数  $M$  和复数加法次数  $A$  分别为<sup>[7]</sup>

$$M(N_{\text{FFT}}) = \frac{N_{\text{FFT}}}{2} \{(\log_2 N_{\text{FFT}}) - 3\} + 2 \quad (6)$$

$$A(N_{\text{FFT}}) = N_{\text{FFT}} \log_2 N_{\text{FFT}}$$

式中:  $N_{\text{FFT}}$  为FFT的运算长度.

仿真链路中,时间维度的维纳滤波器  $N_{\text{tap}}$  有3阶和6阶,频率维度维纳滤波器  $N_{\text{tap}}$  为20阶.在EFFT算法中,导频扩展长度  $N_{\text{extend}}$  为100.由表1所示,平均每个数据子载波上,FFT和EFFT计算乘法次数分别近似等于7次和8次;频率维度维纳滤波器乘法为20次.并且在此基础上,维纳滤波器需要额外计算并存储信道自相关函数和噪声功率估计,这2个值会直接影响维纳滤波器系数的准确性.所以EFFT与维纳滤波器相比,计算复杂度显著减少,且无需知道信道估计的统计信息.

表1 频率维度的信道插值计算复杂度比较

Tab.1 Complexity of channel interpolation

插值方法	复数乘法次数	复数加法次数	导频数
FFT插值	$M(N_{\text{pused}}) + M(N)$	$A(N_{\text{pused}}) + A(N)$	$N_{\text{pused}}$
EFFT插值	$M(N_{\text{pnew}}) + M(N)$	$A(N_{\text{pnew}}) + A(N)$	$N_{\text{pnew}}$
维纳滤波	$N_{\text{tap}} N_{\text{used}}$	$(N_{\text{tap}} - 1) N_{\text{used}}$	$N_{\text{tap}}$

#### 4.2.2 性能比较

频率维度的信道插值性能由图4所示,实线表

示时间维度,采用3阶维纳滤波器;虚线表示时间维度,采用6阶维纳滤波器;圆圈符号表示频率维度,采用20阶维纳滤波器;三角符号表示频率维度,采用FFT插值;星型符号表示频率维度,采用EFFT插值.

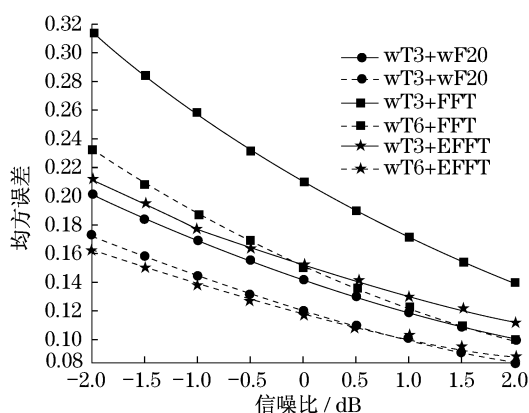


图4 均方误差  
Fig.4 Mean square error

在信噪比(SNR)较低时,当时间维度采用相同的维纳滤波方法时,相比于传统的FFT插值,EFFT插值性能有明显提升,且与维纳滤波插值性能相当.当时间维度的维纳滤波分别采用3阶和6阶时,时间维度3阶维纳且EFFT插值的性能与时间维度6阶维纳且FFT插值的性能相近,但前者的总的计算复杂度更低.由此可见,在传统频率维度FFT插值的基础上,增加少许计算量的EFFT插值,在低阶调制(QPSK)时,性能优势明显.

## 5 结语

在OFDM系统中,导频符号均匀分布在OFDM符号内.进行信道插值时,传统的信道插值算法虽然性能各有优劣,但是有效频带边缘的数据符号信道响应 $H_w(l)$ 的性能总会低于频带中央的性能,因此总的系统信道估计性能也随之下降.分析了信道插值算法产生边缘畸变的原因,提出了信道边缘扩展的FFT插值算法.该算法在现有导频的基础上增加与 $H_w(l)$ 相关度高的导频信息,然后再进行FFT插

值,IFFT/FFT模块运算量小,实现也简单.仿真结果显示,在SNR较低时,EFFT的性能在低阶调制( $M=4$ )较传统的FFT插值方法的均方误差(MSE)有显著提升,约1 dB;与维纳插值相比,性能与维纳插值相当,但是它无需知道信道相关信息,计算复杂度更低.边缘扩展简单易实现,也能兼容文献[5]的思想,而且它不仅应用于FFT插值,也可以在其他插值算法中进行尝试.该改进算法不需要对现有技术标准进行改动,也不会降低系统的传输效率,是一种值得研究的信道插值方法.

## 参考文献:

- [1] SONG Bowei, GUI Lin, ZHANG Wenjun. Comb type pilot aided channel estimation in OFDM systems with transmit diversity [J]. IEEE Trans Broadcasting, 2006, 52(1): 50.
- [2] 张伟, 陈前斌, 张天骐, 等. 基于傅里叶变换的OFDM信道估计方法研究[J]. 重庆邮电大学学报: 自然科学版, 2007, 19(4): 472.  
ZHANG Wei, CHEN Qianbin, ZHANG Tianqi, et al. DFT based channel estimation methods for OFDM [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications: Natural Science, 2007, 19(4): 472.
- [3] Coleri S, Ergen M, Puri A, et al. Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems [J]. IEEE Trans Broadcasting, 2002, 48(9): 223.
- [4] 刘军峰, 马海武. 基于导频符号的信道估计算法研究[J]. 通信技术, 2008, 41(1): 28.  
LIU Junfeng, MA Haiwu. Research on pilot symbols based channel estimation algorithm [J]. Communications Technology, 2008, 41(1): 28.
- [5] 孙翠珍, 曾召华. OFDM系统中一种改进的快速衰落信道估计算法[J]. 西安科技大学学报, 2008, 28(1): 128.  
SUN Cuizhen, ZENG Zhaohua. Analysis of an improved fast-fading algorithm in OFDM system [J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2008, 28(1): 128.
- [6] 丁玉美, 高西全. 数字信号处理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2003.  
DING Yumei, GAO Xiquan. Digital signal processing [M]. Xi'an: Xidian University Press, 2003.
- [7] 谷荻隆嗣. 快速算法与并行信号处理[M]. 薛培鼎, 译. 北京: 科学出版社, 2003.  
GUDI Longsi. Fast algorithm and parallel signal processing [M]. Translated by XUE Peiding. Beijing: Science Press, 2003.