文章编号：0253-374X(2010)07-0991-06 DOI:10.3969/j.issn.0253-374x.2010.07.009

桩身参数对单桩荷载传递影响的模拟分析

符 勇[1]，曹吉鸣[1]，楼晓明[2]，吴秀珍[3]
(1.同济大学 建设管理与房地产系，上海 200092；2.同济大学 地下建筑与工程系，上海 200092；
3.上海岩土工程勘察设计研究院有限公司，上海 200002)

摘要：假定不同的桩土参数和加载工况，采用修正的指数曲线模型作为荷载传递函数，应用MATLAB语言编制程序，以矩阵位移法分析桩身荷载传递特性，模拟桩身参数的变化对单桩荷载传递机理的影响.分析结果显示，当长径比较大时，大部分荷载由桩身侧面传递，桩端分担比例不大；在其他条件不变时，仅提高桩身刚度或长径比，对桩端分担比例或桩体承载性能的提高并不显著.

关键词：荷载传递；矩阵位移法；桩身刚度；长径比
中图分类号：TU 473.1 **文献标识码**：A

Simulation Analysis on Influence of Parameters of Pile on Load Transfer of Pile

FU Yong[1], *CAO Jiming*[1], *LOU Xiaoming*[2], *WU Xiuzhen*[3]
(1. Department of Construction Management and Real Estate, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Shanghai Geotechnical Investigations & Design Institute Co., Ltd., Shanghai 200002, China)

Abstract: An exponential curve model is modified for load transfer function, and matrix displacement method programmed by MATLAB language is used to the analysis of load transfer of pile. With different parameters of pile and soil as well as loading conditions, simulation analysis is made of the influence by changing the parameters of pile on load transfer mechanism of pile. Results show that the major load is transferred by the pile side and the rest is shared by pile tip when the length-diameter ratio is larger. When only enhancing the pile stiffness or increasing the length-diameter ratio, no remarkable improvement appears in the proportion shared by tip and bearing capacity of pile.

Key words: load transfer; matrix displacement method; stiffness of pile; length-diameter ratio

在桩基工程实践中，应用最广的是竖向荷载作用下的桩.经验表明，竖向荷载作用下的桩土相互作用问题，对桩基的设计和施工影响较大.但是，关于单桩及群桩向邻近土体传递应力的机理，至今还有许多问题尚未弄清[1].通常，桩基设计的一项重要内容是竖向荷载下单桩的沉降计算，目前有代表性的计算方法有荷载传递法、弹性理论法、分层总和法、剪切位移法、有限单元法以及神经网络法[2].

荷载传递法因概念明确、计算简单、实用性强而广泛应用于工程中单桩的计算.它分析单桩性状的关键在于能否建立一个真实反映桩土相互作用机理的传递函数，并合理确定其计算参数.在几十年来诸多的理论和试验研究中，国内外学者从不同角度提出了不同的理论传递函数模型，比较有影响的是指数曲线模型、双曲线模型、理想弹塑性模型、双折线硬化模型.

一般而言，对竖向荷载作用下单桩的承载性状产生影响的因素有很多，例如桩周土性、桩身刚度与长径比、桩土刚度比、成桩工艺、成桩深度以及时间效应等.近年来，很多学者从不同方面对单桩荷载传递机理做了许多有益的研究工作.朱奎对不同情况下刚-柔性桩复合地基中刚性桩和柔性桩的荷载传递规律进行了原位试验研究[3].闫静雅通过对大直径超长桩侧摩阻力及桩端阻力的荷载传递规律进行了拟合分析，找到了各土层荷载传递特性的数学函数表达形式[4].吴鹏将荷载传递法和有限元方法结合起来，采用了考虑超长单桩桩侧摩阻力深度效应的荷载传递函数来模拟桩侧荷载传递规律[5].

目前，学界关注较多的是单桩原位试验研究，而针对单桩荷载传递的模拟研究还不多.笔者通过考虑桩身刚度或长径比的变化，应用荷载传递分析法

收稿日期：2009-04-13
作者简介：符 勇(1978—)，男，工程师，博士生，主要研究方向为建设项目管理与岩土工程深基础.E-mail:fuyon@126.com
曹吉鸣(1960—)，男，教授，博士生导师，管理学博士，主要研究方向为建设项目管理.E-mail:cao-jm@online.sh.cn

来探讨不同桩身参数对荷载传递机理的影响.

1 荷载传递函数与基本分析方法

1.1 荷载传递函数模型

(1) 桩侧的传递函数

桩侧荷载传递函数采用修正的指数曲线模型,当桩土相对位移为 s 时,桩侧摩阻力 q_s 可按下式计算[6]:

$$q_s = \begin{cases} q_{su}[1-\exp(-ks/(\alpha s_u - s))], & s \leqslant s_{su} \\ q_{su}, & s > s_{su} \end{cases} \tag{1}$$

式中:q_{su} 为桩侧极限摩阻力;s_u 为桩侧土极限位移;α,k 为传递函数形状系数.

式(1)在经典的指数曲线模型基础上增加了形状修正系数 α,进一步提高了该模型的适用性.经过试算,当 $\alpha=2$,$k=5$ 时,荷载传递函数曲线形状与单桩原位试验的结果较为接近,故在本模拟分析中取该值有一定的合理性.

在很多情况下,当桩侧土达到极限位移后会表现出明显的理想塑性特征,即当 $s>s_u$ 时,应力水平可以继续维持其极限状态,而桩土相对位移却不断增大,如图1a所示.计算中考虑了土的分层特性,沿桩身长度范围可将桩侧土分成有限个层次,各土层的荷载传递函数形式相同,区别在于不同土层的 q_{su} 和 s_u 不同.

(2) 桩端的传递函数

桩端荷载传递函数亦采用修正的指数曲线,其表达形式与桩侧传递函数相似,当桩土相对位移为 s_b 时,桩端阻力 q_b 可按下式计算:

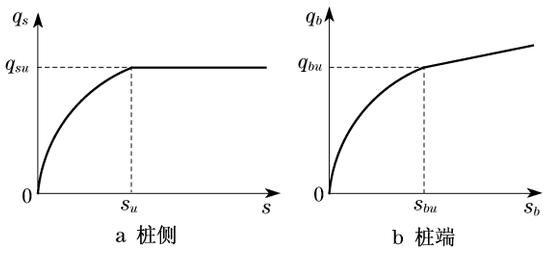
$$q_b = \begin{cases} q_{bu}[1-\exp(-ks_b/(\alpha s_{bu} - s_b))], & s \leqslant s_{bu} \\ q_{bu}[1-\exp(-0.85k/(\alpha - 0.85))], & s > s_{bu} \end{cases} \tag{2}$$

式中:q_{bu} 为桩端极限阻力;s_{bu} 为桩端土极限位移;α,k 亦为传递函数形状系数,同前取 $\alpha=2$,$k=5$.

经验表明,桩端土持力层的硬化特征比较明显,在计算中,硬化段应力增长的模量保持不变,数值上等于该曲线在 $0.85s_{bu}$ 处的斜率,如图1b所示.而在正常情况下,桩端土的极限位移比较大,一般很难达到极限状态.

1.2 分析方法的确定

桩—土间的传递函数确定后,可以通过各种方法求解桩—土基本微分方程,得到在竖向荷载作用下桩侧阻力、桩身轴力的分布,以及桩身各截面的竖向位移.常用的求解方法有解析法、变形协调法和矩阵位移法.



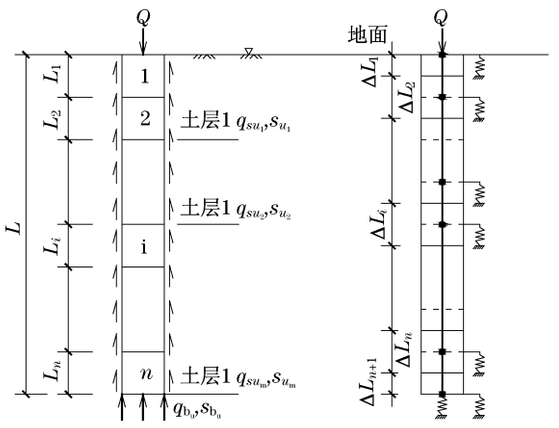
a 桩侧 b 桩端

图1 荷载传递函数模型

Fig.1 Load transfer curve

通常,解析法仅适合理想弹塑性传递函数模型;变形协调法常用于手算,计算过程较为繁琐,在计算机普及程度较低的时候应用较多.本文采用的矩阵位移法适合于编程计算,对不同的荷载传递函数、土层分布和桩身参数均具有良好的适应性.

矩阵位移法实质上是杆件系统的有限单元法,对已经离散了的桩单元,可以建立轴力 P 和位移 s 之间的关系,如图2所示.它是一种典型的杆系有限元的求解方法,能求出任意荷载作用下的位移和内力.



a 单元划分 b 节点单元划分和等效弹簧设置

图2 桩身单元离散化示意图

Fig.2 Discretization of pile shaft

2 计算方法与程序设计

2.1 单元划分

在图2中,根据现场勘察的工程地质概况,将桩身长度范围内的各自然土层分成 m 层,各分层厚度为 d_1,d_2,…,d_m,各层的极限侧摩阻为 q_{su_1},q_{su_2},…,q_{su_m},极限位移为 s_{u_1},s_{u_2},…,s_{u_m},其传递函数

的形式见式(1).

沿桩身长度方向把桩划分成 n 个单元和 $n+1$ 个节点[7-8].为方便计算,各土层的分界面设置在附近的单元连接处,节点的计算位置设置在相邻两个单元的连接处,节点的计算长度为相邻两个单元长度各一半之和.由于桩顶和桩端节点处于边界位置,则可认为桩顶荷载 Q 直接作用于节点 1,桩端阻力 $q_b A_b$(A_b为桩底面积)直接作用于节点 $n+1$.这 2 个节点的计算长度均为所在单元长度的一半.

这样划分单元,把节点设在两土层的分界处,则该节点上的桩侧土弹簧的刚度就与上下两土层的性质有关.在计算中,桩侧土弹簧的刚度就等于某个节点计算长度范围内上下两个土层的剪切模量与对应桩侧表面积的乘积.

2.2　桩土共同作用矩阵方程

把所有单元刚度矩阵集成桩身总体刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}$,若桩顶作用一个竖向力 $\boldsymbol{Q}'$,则桩身平衡方程可以写成[9-10]

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{s}' = \boldsymbol{Q}' - \boldsymbol{R}' \tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{s}'$为桩体各节点位移列向量,$\boldsymbol{s}' = [s_1 \quad s_2 \cdots s_n \quad s_b]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{Q}'$为外荷载列向量,$\boldsymbol{Q}' = [Q_i \quad 0 \cdots 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{R}'$为土作用在桩身节点上的集中摩阻力及端阻力列向量,$\boldsymbol{R}' = [R_1 \quad R_2 \cdots R_n \quad R_b]^{\mathrm{T}}$.$\boldsymbol{R}'$可以表示成

$$\boldsymbol{R}' = \boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{s}' \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}$ 指桩土界面上土的刚度矩阵,由桩侧土体刚度 $\boldsymbol{K}_{si}$ 和桩端土体刚度 $\boldsymbol{K}_{sb}$ 两部分组成.将式(4)代入式(3),有

$$(\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{s}})\boldsymbol{s}' = \boldsymbol{Q}' \tag{5}$$

2.3　求解

由于传递函数呈非线性特性,可用增量迭代法计算式(5).步骤如下[11]:

① 根据已知的传递函数曲线,假定各节点的初始位移 $\boldsymbol{s}'_0$,求出曲线在初始位移处的斜率,即各节点的初始模量 k_{0i} 和 k_{b0};

② 求桩土界面上土的 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}$,并结合 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}$,进而求得桩土综合刚度矩阵($\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}$);

③ 由式(5)算出相应的位移 $\boldsymbol{s}'_1$;

④ 以位移 $\boldsymbol{s}'_1$ 和 $\boldsymbol{s}'_0$ 对应曲线上的 2 点之间的割线 k_{1i} 和 k_{b1} 为模量,再按步骤②,③,计算出相应的位移 $\boldsymbol{s}'_2$;

⑤ 若 $\boldsymbol{s}'_2$ 与 $\boldsymbol{s}'_1$ 的差值超过容许值,则赋值 $\boldsymbol{s}'_1 = \boldsymbol{s}'_2$;

⑥ 重复步骤④,⑤,直到前后两次计算的位移差值小于容许值为止;

⑦ 赋值 $\boldsymbol{s}'_0 = \boldsymbol{s}'_2$,由 $\boldsymbol{s}'_0$ 求得该处桩侧土单元的刚度,并与 $\boldsymbol{s}'_0$ 相乘,即可求出各个单元侧摩阻力合力,进而可求单元连接处的轴力;

⑧ 对各级桩顶荷载增量 Q'_i 重复以上步骤;

⑨ 将各级荷载与位移的增量逐级累加,即可得到 Q—S 曲线(Q 为桩顶荷载,S 为桩顶位移).

从上述求解过程可知,荷载传递分析法分析单桩的性状,关键在于确定合理的荷载传递函数.

2.4　计算程序实现

根据上述分析方法,用 MATLAB 编写单桩在竖向荷载作用下荷载传递分析的计算程序.MATLAB 是矩阵实验室(matrix laboratory)的简称,是一种算法开发、数据分析、数值计算以及数据可视化的高级计算语言和交互式环境[12].它主要应用于工程计算、信号处理与通讯、图像处理、金融建模设计与分析等领域,目前是科学计算、建模仿真以及信息系统开发的首选工具.

本模拟计算程序要求输入已知或假定的桩土参数与荷载传递函数,计算得到桩顶 Q—S 关系,以及桩身轴力与侧摩阻力的分布情况,并用图形表现出来.

3　模拟分析

3.1　模拟方案设计

为了能够更好地说明桩身刚度和长径比的变化对桩基承载性能的影响,参考有关资料和规范的取值[13-14],分别设计两个模拟计算方案.

(1) 方案 A,确定桩径后,对不同桩长设定参数.

桩的参数:圆形截面,弹性模量 $E = 3.0 \times 10^7$ kPa,直径 $d = 1.0$ m,桩长为 L,沿桩身等间距划分为 10 个单元.

土的参数:桩侧土共分为 5 层,各层底部离地面的距离分别为 0.2 L,0.5 L,0.7 L,0.9 L 和 1.1 L,极限侧阻力 q_{su} 分别为 20,30,60,40 和 70 kPa,极限位移 s_u 分别为 5.0,5.0,10.0,7.5 和 10.0 mm.均为理想塑性模型,如图 1a 所示.桩端土的极限阻力 q_{bu} = 5 000 kPa,极限位移 s_{bu} = 20 mm,考虑硬化,如图 1b 所示.

外荷载:加载级数为 9 级,分别为 1 400,2 100,2 800,3 500,4 200,4 900,5 600,6 300 和 7 000 kN.

各模拟工况分别为:

A_1:$L = 30$ m,即 $L/d = 30$;

A_2:$L = 40$ m,即 $L/d = 40$;

A_3：$L=50$ m，即 $L/d=50$；

A_4：$L=60$ m，即 $L/d=60$；

A_5：$L=70$ m，即 $L/d=70$；

A_6：$L=80$ m，即 $L/d=80$；

A_7：$L=90$ m，即 $L/d=90$.

(2) 方案 B，在确定桩径和桩长的情况下，对不同的弹性模量设定参数.

桩的参数：圆形截面，$L=50$ m，$d=1.0$ m，沿桩身等间距划分为 10 个单元.

土的参数：桩侧土共分为 5 层，各层底部离地面的距离分别为 10，25，35，45 和 55 m，极限侧阻力 q_{su} 分别为 20，40，50，70 和 80 kPa，极限位移 s_u 分别为 5.0，5.0，10.0，7.5 和 10.0 mm，也均为理想塑性模型，如图 1a 所示. $q_{bu}=3\,000$ kPa，$s_{bu}=20$ mm，考虑硬化，如图 1b 所示.

外荷载：加载级数为 9 级，分别为 2 000，3 000，4 000，5 000，6 000，7 000，8 000，9 000 和 10 000 kN.

各模拟工况分别为：

B_1：$E=1.0\times10^7$ kPa；

B_2：$E=2.0\times10^7$ kPa；

B_3：$E=4.0\times10^7$ kPa；

B_4：$E=8.0\times10^7$ kPa.

3.2 计算结果分析

3.2.1 长径比的变化

在一定范围内，长径比 L/d 的变化对荷载的传递有着直接的影响，如图 3 和图 4 所示. 在其他条件不变的情况下，$L/d=30$ 的工况 A_1 在加载末段的桩顶位移急剧增大，表现出明显的“突进型”破坏的特征. 分析其原因是桩长比较短，外荷载比较容易传至桩端，从而较早产生比较大的桩端位移. 当 $Q=7\,000$ kN 时，桩端阻力分担了将近 50% 的外荷载，即使在荷载水平很低的情况下，该工况的桩端阻力也分担了 20%左右的外荷载.

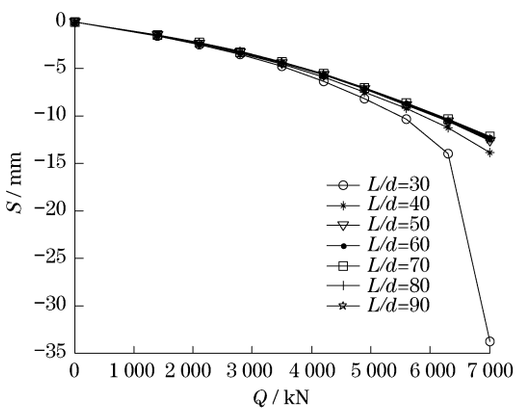


图 3 直径不变时不同桩长的 Q—S 曲线对比

Fig.3 Q—S relations for different pile lengths at the same diameter

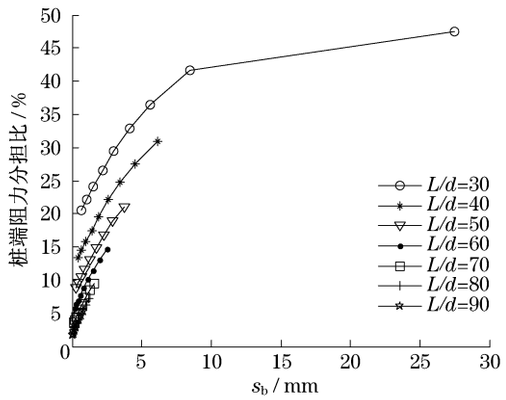


图 4 直径不变时不同桩长的端阻力分担比

Fig.4 Load proportion shared by tips for different pile lengths at the same diameter

桩端的分担比例随桩长的增加而不断降低. 这是因为长径比大，在固定桩径时，桩长就比较大，在同样的外荷载作用下，桩身下部土层的位移较小，摩阻力很难达到极限值，大部分荷载经由桩身侧面传递，而传到桩端比例相对较小. 从图 5 可以看出，当 $Q=7000$ kN 时，桩端阻力分担的比例随着长径比的增大有一种明显下降的趋势. 对 $L/d=30$，其分担的比例近 50%，而对 $L/d=90$，分担比例只有 5% 左右.

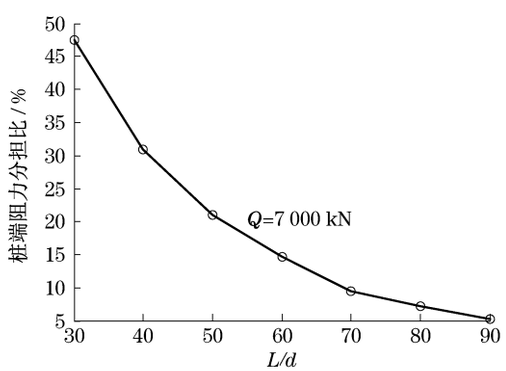


图 5 相同荷载下不同长径比的端阻力分担比

Fig.5 Load proportion shared by tips for different length-diameter ratios at the same diameter

所以，当 L/d 很大(比如 $L/d>90$)，亦即桩侧面积大大超过桩端面积，则大部分荷载经由桩身侧面传递，此时桩端阻力分担比很小. 在这种情况下，桩端持力层再硬、桩端面积再大，都不能从根本上提

高桩端阻力分担比. 此时，扩底桩已失去扩底的意义[2].

3.2.2　桩身刚度的变化

不同桩身材料，弹性模量也不一样. 在其他条件不变的情况下，可以通过改变桩身弹性模量来分析不同桩身刚度对荷载传递的影响. 从图 6 可以看出，不同的桩身弹性模量，初始加载时 Q—S 曲线的斜率就有明显的差异. 当弹性模量较小时，桩身压缩量就高，桩顶位移就大；相反，弹性模量越大，桩顶位移增大的幅度越不明显. 值得注意的是，在加载的末段，各种工况的位移增加幅度均比较大，Q—S 曲线均出现明显的拐点. 在这里可以看出，在其他条件不变时，仅提高桩身的弹性模量，对提高桩的承载能力并不显著.

从图 7 看出，对桩端阻力发挥程度，在同一荷载下，虽然不同工况的桩顶位移相差较大，但是桩端阻力在总荷载中的分担比例没有明显的变化. 因此，在其他条件不变时，仅提高桩身弹性模量，对提高桩端分担比例的帮助也不显著.

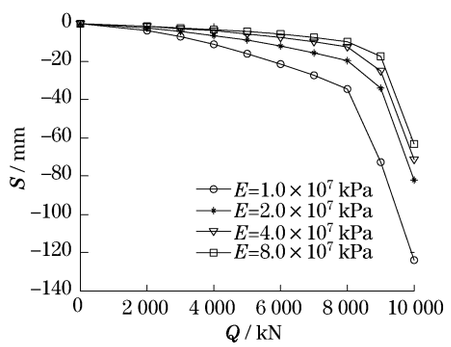


图 6　不同桩身弹性模量的 Q—S 曲线对比

Fig.6　Q—S relations for different modulus of elasticity of pile

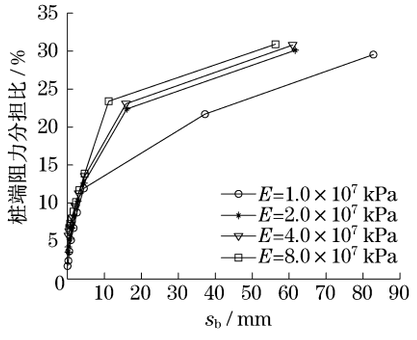


图 7　不同桩身弹性模量的端阻力分担比

Fig.7　Load proportion shared by tips for different modulus of elasticity of pile

4　工程实例

上海某综合交通枢纽，综合了航空港、高速铁路、城市轨道、长途客运、市内公交等多种交通方式，并在主体建筑内的地下设置两个地铁车站，在主体建筑的东西两侧分别设有交通广场. 该场地建筑物结构形式复杂，对桩基础的选型也提出了更高的要求.

桩基采用钻孔灌注桩，桩径为 850 mm，桩身混凝土强度等级为 C40，设计桩长有 50，58，72 和 80 m 等各种类型. 为了确定单桩竖向抗压极限承载力，在不同功能区域采用光纤光栅传感器和钢筋应力计，对 4 种桩型分别做了单桩抗压静载荷试验. 其中，在桩长 50 m 和 72 m 的桩中埋设光纤光栅传感器测量桩身轴力，而桩长 58 m 和 80 m 的桩身轴力由钢筋应力计测得.

从以上 4 组试桩中有代表性地选取某一根桩，分析在其接近极限状态时的桩端阻力，该桩端阻力在数值上等于试验加载量在 13 000 kN 左右的桩端轴力. 不同桩长的桩端阻力汇总如表 1 所示，桩端阻力分担比的计算值与实测值对比如图 8 所示. 从图 8 看出，该试验结果与本文计算的桩端阻力分担比一致，因此，本文的模拟分析过程是可行的.

表 1　不同桩长的桩端阻力

Tab.1　Endpoint resistance for different pile lengths

桩号	L/m	L/d	试验加载量/kN	桩端阻力/kN	桩端阻力分担比/%
C1882	50	58.8	13 500	1 784	13.2
S39	58	68.2	13 000	1 210	9.3
S22	72	84.7	13 333	854	6.4
S8	80	94.1	12 833	870	6.8

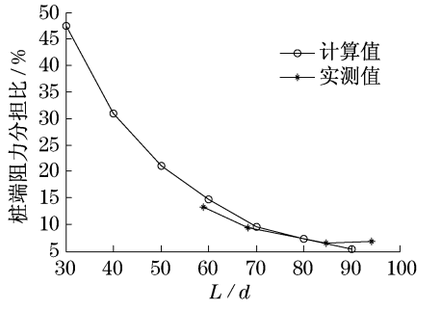


图 8　桩端阻力分担比的计算值与实测值

Fig.8　Calculated values and measured values of load proportion shared by tips

5 结论

(1) 把MATLAB语言引入单桩的荷载传递分析中,将其求解矩阵位移方程的矩阵运算能力与绘图功能相结合,恰到好处.

(2) 若其他条件不变,当长径比较小时,加载末段的桩顶位移急剧增大,表现出明显的"突进型"破坏的特征.桩端的分担比例也随长径比的提高而不断降低.当长径比足够大时,扩大桩底并不能有效提高桩端承载力.

(3) 不改变其他条件,当弹性模量较小时,桩身压缩量高,桩顶位移大;相反,弹性模量越大,桩顶位移增大的幅度越不明显.若其他条件不变,仅提高桩身弹性模量,对提高桩端分担比例或桩身承载能力不显著.

参考文献:

[1] 刘金砺.桩基础设计和计算[M].北京:中国建筑工业出版社,1990.
LIU Jinli. Design and calculating of pile foundation[M]. Beijing:China Building Industry Press,1990.

[2] 《桩基工程手册》编写委员会.桩基工程手册[M].北京:中国建筑工业出版社,1995.
Editorial Committee of Handbook of Pile Foundation. Handbook of pile foundation[M]. Beijing:China Architecture and Building Industry Press,1995.

[3] 朱奎,魏纲,徐日庆.刚-柔性桩复合地基中桩荷载传递规律试验研究[J].岩土力学,2009,30(1):201.
ZHU Kui, WEI Gang, XU Riqing. Research on in-situ tests of pile load transfer behaviors in composite foundation with rigid-flexible piles[J]. Rock and Soil Mechanics,2009,30(1):201.

[4] 闫静雅,张子新,黄宏伟,等.大直径超长钻孔灌注桩荷载传递分析[J].同济大学学报:自然科学版,2007,35(5):592.
YAN Jingya,ZHANG Zixin,HUANG Hongwei,et al. Analysis of load transfer behavior of large diameter bored piles[J]. Journal of Tongji University:Natural Science,2007,35(5):592.

[5] 吴鹏,龚维明,梁书亭.考虑深度效应的超长单桩荷载传递性状的研究[J].岩土力学,2007,28(6):1265.
WU Peng, GONG Weiming, LIANG Shuting. Study on load transfer law of overlength piles considering depth effect[J]. Rock and Soil Mechanics,2007,28(6):1265.

[6] 林天健,熊厚金,王利群.桩基础设计指南[M].北京:中国建筑工业出版社,1999.
LIN Tianjian,XIONG Houjin,WANG Liqun. Design guideline of pile foundation[M]. Beijing: China Architecture and Building Industry Press,1999.

[7] 袁聚云,李镜培,楼晓明.基础工程设计原理[M].上海:同济大学出版社,2001.
YUAN Juyun, LI Jingpei, LOU Xiaoming. Design principle of foudation engineering [M]. Shanghai: Tongji University Press,2001.

[8] 张永谋,杨敏.层状地基中单桩荷载与沉降的数值模拟[J].工程勘察,1999(2):1.
ZHANG Yongmou,YANG Min. Numerical simulation of load and settlement of single piles in layered soil [J]. Geotechnical Investigation and Surveying,1992(2):1.

[9] 王勖成,邵敏.有限单元法基本原理与数值方法[M].2版.北京:清华大学出版社,2002.
WANG Xucheng, SHAO Min. Basic principle and numerical method of finite element method [M]. Beijing: Tsinghua University Press,2002.

[10] 朱慈勉,汪榴,江利仁,等.计算结构力学[M].上海:上海科学技术出版社,1992.
ZHU Cimian, WANG Liu, JIANG Liren, et al. Computational structural mechanics[M]. Shanghai:Shanghai Technology and Science Press,1992.

[11] 朱百里,沈珠江.计算土力学[M].上海:上海科学技术出版社,1990.
ZHU Baili,SHEN Zhujiang. Computational soil mechanics[M]. Shanghai:Shanghai Science and Technology Press,1990.

[12] 周建兴.MATLAB从入门到精通[M].北京:人民邮电出版社,2008.
ZHOU Jianxing. From entry to mastery of MATLAB[M]. Beijing:Post and Telecom Press,2008.

[13] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].2版.北京:中国水利水电出版社,1996.
QIAN Jiahuan, YIN Zongze. Principle and calculation of geotechnical engineering[M]. 2nd ed. Beijing: China Hydraulic and Electric Press,1996.

[14] 岩土工程手册编写委员会.岩土工程手册[M].北京:中国建筑工业出版社,1994.
Editorial Committee of Handbook of Geotechnical Engineer. Handbook of Geotechnical Engineer [M]. Beijing: China Architecture & Building Industry Press,1994.