同济大学学报(自然科学版) JOURNAL OF TONGJI UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE) Vol. 38 No. 8 Aug. 2010

**文章编号:** 0253-374X(2010)08-1194-06

DOI:10.3969/j.issn.0253-374x.2010.08.017

# 水泥基体中弓形钢纤维拔出耗能模型

许碧莞<sup>1,2</sup>,施惠生<sup>1</sup>,JU Jiannwen Woody<sup>2</sup>

(1. 同济大学 先进土木工程材料教育部重点实验室,上海 200092; 2. 美国加州大学洛杉矶分校 土木与环境工程系,CA90095)

**摘要:**鉴于弓形钢纤维几何形状的特殊性,对弓形钢纤维拔 出过程中的摩擦能量和弯钩端塑性变形能量分别进行了理 论推导;并采用能量叠加法完成了水泥基体中弓形钢纤维拔 出能耗理论计算.模型预测结果与试验结果的验证表明,不 论是对部分拔出还是全部拔出的弓形钢纤维拔出能量预测 均与试验结果较为吻合,模型具有较好的准确性,这将有利 于今后弓形钢纤维增强水泥基材料宏观断裂能理论预测研 究工作的开展.

关键词:水泥基材料;弓形钢纤维;摩擦能量;塑性变形能量;模型预测
 中图分类号:TU 528
 文献标识码:A

# Modeling Pullout Energy of Hooked End Steel Fiber in Cementitious Matrices

### $XU Biwan^{1,2}$ , SHI Huisheng<sup>1</sup>, JU Jiannwen Woody<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Advanced Civil Engineering Materials of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 20092, China; 2. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Los Angeles, CA90095)

**Abstract**: Due to the unique geometry of hooked end steel fiber (HSF), frictional pullout energy of HSF and plastic deformation energy of steel fiber hooked end during fiber pullout process were theoretically derived, respectively. Then, energy superposition principle was adopted to calculate the total energy consumption during HSF pullout process. Good performances that were obtained in comparison with experimental results of single HSF pullout test well support the validity and accuracy of this proposed model, which indicate applicability of this model to a further prediction of fracture energy of hooked end steel fiber reinforced cementitious composites (HSFRCC).

**Key words:** cementitious matrices; hooked end steel fiber (HSF); frictional pullout energy; plastic deformation energy;

modeling prediction

随着钢纤维生产技术的发展,现应用于水泥基 体中的钢纤维种类繁多,主要可分为以下两大类, 即:平直钢纤维和异形钢纤维.相对于平直钢纤维简 单的几何形状,异形钢纤维形状较为复杂,但其与水 泥基体接触面积较大,且经异化后的钢纤维能在拔 出过程中产生额外的"机械锚固"作用,增大纤维拔 出难度,提高拔出能耗[1].目前,异形钢纤维已基本 取代了平直钢纤维在水泥基材料中的应用<sup>[2]</sup>;然而, 由于异形钢纤维形状复杂,关于异形钢纤维水泥基 材料宏观性能模型理论研究尚很少报道. Chanvillard<sup>[3]</sup>、Alwan 等<sup>[4]</sup>、Sujivorakul 等<sup>[5]</sup>、董振 英等[6]和陈应波等[7]曾对异形钢纤维中较为广泛应 用的弓形钢纤维(hooked end steel fiber, HSF)在水 泥基体中的拉拔行为进行了模型理论研究.其中, Chanvillard<sup>[3]</sup>将钢纤维分成微段进行分析,综合钢纤 维拔出过程中的粘结、摩擦、"机械锚固"等作用,并 沿纤维轴向进行积分,最后得到异形钢纤维拉拔 力一位移关系. Alwan 等<sup>[4]</sup>建立弓形钢纤维"摩擦滑 轮组"模型对弓形钢纤维动态拔出过程进行了理论 研究. Sujivorakul 等<sup>[5]</sup> 采用一个等效非线性弹簧来 模拟钢纤维弯钩端的"机械锚固"作用. 董振英等[6] 在前人研究工作基础上,考虑纤维弯钩段在拉拔过程 中发生的塑性变形、弯曲和由弯曲作用引起的界面附 加摩擦力变化等建立了弓形钢纤维拉拔计算模型.陈 应波等[7]在董振英等[6]模型基础上,对弓形钢纤维末 端平直段的压力进行求解,考虑纤维与基体摩擦渐进 硬化、衰减效应等,最后得到了与试验较接近的预测 结果.这些模型适应性均较好,但是模型推导过程和 所得解析公式均较为繁琐和复杂,较难直接应用到弓

收稿日期: 2009-05-07

基金项目:国家"973"重点基础研究发展规划资助项目(2009CB623100)

作者简介:许碧莞(1981—),女,工学博士,主要研究方向为新型建筑材料.E-mail:xubiwan1223@163.com

施惠生(1953一),男,教授,工学博士,博士生导师,主要研究方向为高性能水泥基材料.E-mail:shs@tongji.edu.cn

钢纤维增强水泥基材料宏观性能理论研究中.

众所周知,在水泥基体中掺入钢纤维最主要目的之一是为了提高水泥基材料断裂性能,增大材料 韧性.因此,对材料断裂性能进行理论预测研究对钢 纤维水泥基体材料的优化设计有着十分重要的意 义.为了对弓形钢纤维增强水泥基材料断裂性能进 行理论预测研究,且考虑到现有单根弓形钢纤维拉 拔模型的复杂性,本文在前人工作<sup>[4,6,8]</sup>基础上,建立 了水泥基体中单根弓形钢纤维拔出耗能模型,为今 后弓形钢纤维增强水泥基材料宏观性能的进一步研 究做好铺垫.

## 1 理论模型

#### 1.1 弓形钢纤维拉拔过程分析

图 1 所示为弓形钢纤维几何形状示意图.由图 1 可见,弓形钢纤维形状组成简单,且呈对称分布,其 与平直钢纤维的最大区别在于弓形钢纤维平直段两 端分别多出了个弯钩端,且该弯钩端主要由两个小 平直段和两个小弯曲段组成.为了便于以下的模型 推导,现对弓形钢纤维弯钩端组成进行如下标记:将 与纤维主轴方向平行的平直段记为  $S_1$ ,与纤维主轴 方向斜交的平直段记为  $S_2$ ;将连接  $S_1$ 和  $S_2$ 的弯曲 段记为  $C_1$ ,将连接  $S_2$ 和纤维平直主体段的弯曲段 记为  $C_2$ . $S_1$ 和  $C_1$ 长度之和记为  $l_{h1}$ , $S_2$ 和  $C_2$ 长度 之和记为  $l_{h2}$ ,其中  $l_{h1}$ 和  $l_{h2}$ 中的下标 h 表示钢纤维 弯钩端;  $C_1$ 和  $C_2$ 曲率半径分别记为  $\rho_1$ 和  $\rho_2$ ; $S_1$ 和  $S_2$ 之间的夹角记为  $\alpha$ .



图 1 弓形钢纤维几何形状示意图 Fig.1 Schematic geometry of HSF

与平直钢纤维在水泥基体中的拉拔过程相似, 弓形钢纤维拔出过程同样由纤维脱粘和摩擦拔出两 大部分组成<sup>[4]</sup>.其中,弓形钢纤维与水泥基体间的脱 粘特性与平直钢纤维基本类似,但是其摩擦拔出过

程却存在较大差异.这主要是因为当弓形钢纤维置 于新拌水泥基体中时,由于新拌水泥基材料的可塑 性使其会根据弓形钢纤维几何形状在基体硬化后形 成一条硬化通道,所以在水泥基体硬化强度和弓形 钢纤维相互匹配情况下,弓形钢纤维弯钩端必须发 生塑性拉直变形才能保证钢纤维完全通过硬化通 道[1,4]. 与钢纤维摩擦拔出能量相比,钢纤维的脱粘 能量很小,通常可以将其忽略[9].因此,主要考虑弓 形钢纤维在水泥基体中完全脱粘后的拔出过程,其 主要可分为如图2所示的三个阶段,即:Ⅰ-Ⅱ-Ⅲ为 阶段1,Ⅲ-Ⅳ为阶段2,Ⅳ之后为阶段3.阶段1中, 弯钩段 lu和 lue的部分纤维段都需要分别经过硬化 弯曲通道  $C_1$  和  $C_2$ ;阶段 2 中,仅弯钩段  $l_{\rm hl}$ 的部分 纤维段需要通过硬化弯曲通道 C2;阶段 3 中,弓形 钢纤维弯钩端被完全拉出硬化通道,该阶段的拔出 行为特征与平直钢纤维基本相同.图中弓形钢纤维 弯钩端弯曲段分别用圆点1和2表示.



图 2 完全脱粘后弓形钢纤维在水泥基体中的拔出过程 Fig.2 Pullout process of HSF in cementitious matrices after fully debonding

弓形钢纤维弯钩端在纤维拔出阶段1和2中的 受力情况分析,可参见Alwan等<sup>[4]</sup>提出的"摩擦滑轮 组"模型(如图3所示).由图3可见,该模型中弓形 钢纤维被视为跨过两个塑性铰,因此,在拔出力(T<sub>1</sub> 和T<sub>2</sub>)的作用下,钢纤维在拔出过程中会产生转动 摩擦阻力F<sub>r</sub>和切线方向摩擦阻力F<sub>n</sub>,F<sub>2</sub>阻碍钢纤 维的滑移拔出.其中,转动摩擦力F<sub>r</sub>主要用于考虑 弓形钢纤维弯钩端拉直作用;切线方向摩擦力F<sub>n</sub>和 F<sub>2</sub>则主要用于考虑拉拔过程中,弯钩端弯曲段对水 泥基体的压力(R<sub>1</sub>和R<sub>2</sub>)作用产生的库伦摩擦力. 由此不难看出,弓形钢纤维弯钩端在拔出过程中,不 仅会消耗塑性功用于拉直纤维弯钩端,而且还要消 耗一部分功用于克服弯钩端在硬化通道弯曲段C<sub>1</sub> 和 C<sub>2</sub>产生的库伦摩擦力作用.



Fig. 3 Frictional pulley model of HSF<sup>[4]</sup>

综合上述分析,纵观弓形钢纤维整个拔出过程, 可将纤维拔出能量归纳为以下两个部分:(1)克服摩 擦阻力所需能量,包括整个埋置弓形钢纤维段和水 泥基体之间的表面摩擦,以及在硬化通道弯曲段 C<sub>1</sub> 和 C<sub>2</sub>处产生的库伦摩擦;(2)弯钩端拉直变形所需 塑性功.因此,弓形钢纤维在水泥基体中拔出耗能理 论推导可采用如图 4 所示方法,即:分别推导由摩擦 作用产生的能量损耗以及由弯钩端拉直变形引起的 能量损耗,然后根据能量可叠加性原理完成整个弓 形钢纤维的拔出耗能理论计算.如图 4a 所示,推导 摩擦能耗时可将弓形钢纤维弯钩端虚拟成平直形状 后借鉴平直钢纤维拔出能量模型推导该部分能量; 如图 4b 所示,推导弯钩端拉直变形能量则在弯钩端 周围无摩擦阻力作用下进行.



superposition principle

## 1.2 弓形钢纤维摩擦能量

Li 等<sup>[8,10]</sup> 曾提出"固定摩擦剪应力(τ<sub>f</sub>)"模型描

述平直纤维拉拔行为,纤维拔出力和位移( $P - \delta$ )关系表示如下:

 $P(\delta,\beta) = k_{\pi\tau_{\rm f}}d_{\rm f}(l_{\rm e} - \delta), 0 \le \delta \le l_{\rm e}$  (1) 式中: $\beta$  为图 4 中所示的纤维轴向与拔出力(P 或  $P_1$ )之间的夹角,简称为纤维拔出角度; $d_{\rm f}$  为纤维直 径; $l_{\rm e}$  表示钢纤维埋置长度; $k = e^{\beta} = \frac{2}{4+f^2}(1 + e^{\pi f/2})$ 为"纤维咬合作用"因子,用于考虑因纤维斜向 埋置引起的拔出力和能量增大作用;f 为"纤维咬合 作用"系数,该系数值的大小不仅与纤维种类有关, 还与纤维—水泥基体间的过渡层性能有关,一般通 过纤维拉拔试验测得.当钢纤维轴向埋置时,f 为0, 斜置钢纤维 f 值在 0.5~1.0之间<sup>[8,11]</sup>.

虽然图 4a 中将弓形钢纤维弯钩端视为虚拟平 直段,但是弯钩端在通过弯曲硬化通道  $C_1$  和  $C_2$  处 时引起的库伦摩擦力作用可用修正因子  $c_0$ 等效表 示.因此,与图 4a 相对应的由摩擦作用引起的拔出 力一位移( $P - \delta$ )关系为

 $P = c_0 k \pi d_{f} \tau_{f} (l_e - \delta), \quad 0 \le \delta \le l_e$  (2) 式中:修正系数  $c_0$  可由初始条件求得,即:当纤维拔 出位移  $\delta = 0$  时,  $P = P_{max-f}$ , 其中,  $P_{max-f}$ 为最大摩 擦拔出力. 弓形钢纤维最大摩擦拔出力  $P_{max-f}$ 除应 该考虑钢纤维表面摩擦力 $P_{\delta=0} = \pi \tau_{f} d_{f} l_{e}$ 外,还应 考虑弯钩端在硬化弯曲通道  $C_1$ 和  $C_2$ 处的库伦摩擦 力  $F_{f_1}$ 和  $F_{f_2}$ (如图 3 所示),其可以表示为<sup>[4]</sup>

$$F_{f1} = \frac{\mu \sigma_y \pi r_f^2 \cos \phi}{6 \cos \alpha (1 - \mu \cos \phi)}$$
(3)

$$F_{j2} = \frac{\mu \sigma_y \pi r_f^2 \cos \phi (3 - \mu \cos \phi)}{6 \cos \alpha (1 - \mu \cos \phi)^2}$$
(4)

式中: $\mu$  为库伦摩擦系数; $r_f$  为钢纤维半径; $\sigma_y$  为弓 形钢纤维屈服应力; $\varphi = (\pi - \alpha)/2$  为图 3 所示水泥 基体弯曲段  $C_1$  或  $C_2$  处的支撑力  $R_1$  或  $R_2$  与水平 方向间的夹角.

因此,弓形钢纤维最大摩擦拔出力 
$$P_{\max - f}$$
为  
 $P_{\max - f} = F_{f1} + F_{f2} + P_{\delta = 0} =$   
 $\frac{\mu \sigma_y \pi r_f^2 \cos \phi (2 - \mu \cos \phi)}{3 \cos \alpha (1 - \mu \cos \phi)^2} + \pi \tau_f d_f l_e$  (5)

修正系数  $c_0$  为

$$c_0 = \frac{P_{\max-f}}{\pi \, \tau_f \, d_f \, l_e} \tag{6}$$

综合式(2),(5)和(6)可得弓形钢纤维摩擦拔出 力一位移( $P - \delta$ )关系,并对该 $P - \delta$ 关系进行积分,

$$g_{i}(l_{e}, \delta, \beta) = \int_{0}^{\delta} P d\delta =$$

$$\int_{0}^{\delta} c_{0} \pi d_{i} \tau_{f}(l_{e} - \delta) e^{\beta} d\delta =$$

$$\frac{k P_{\max-f}}{l_{e}} \left( l_{e} \delta - \frac{1}{2} \delta^{2} \right)$$
(7)

式中:δ≤l<sub>e</sub>.

#### 1.3 弓形钢纤维弯钩端塑性变形能量

弓形钢纤维弯钩端必须经过拉直变形才能最终 通过弯钩状硬化通道,在这一拉直变形过程将消耗 大量塑性变形能量,这也正是弓形钢纤维具有较为 优越的增强和增韧效果的主要原因.弯钩端塑性变 形能量推导可以通过将弯钩端纤维微段当作弯曲 梁,计算梁的变形能量来完成<sup>[6]</sup>.在进行纤维梁变形 能量计算推导之前,做以下两个基本假设:

(1)如图 5 所示,钢纤维材料具有完美的弹-塑 性能(Perfect elastic-plastic property, PPE),即:钢纤 维材料在塑性变形阶段的拉伸应力  $\sigma$  始终为一固定 常量且等于钢纤维的屈服强度  $\sigma_y$ .图 5 中  $\varepsilon_y$  为屈服 强度  $\sigma_y$  处所对应的应变.





(2)如图1所示,弓形钢纤维弯钩端弯曲段C<sub>1</sub>和 C<sub>2</sub>分别为近似圆弧,所以假定弯曲段C<sub>1</sub>和C<sub>2</sub>曲率 半径ρ<sub>1</sub>和ρ<sub>2</sub>分别为某固定常量,其中ρ<sub>1</sub>和ρ<sub>2</sub>取值 可相等或不等,取决于实际弓形钢纤维的材料设计.

由于将弯钩端纤维微段视为弯曲梁,因此在弹性变形、弹塑性变形以及塑性变形各个阶段下,钢纤维截面弯矩 *M* 与截面曲率半径 *ρ* 间的关系分别为

(1)弹性变形阶段

$$M = \frac{\pi E_{\rm f} r_{\rm f}^4}{4\rho} \tag{8}$$

式中:*E*<sub>f</sub> 为钢纤维弹性模量;*r*<sub>f</sub> 为纤维半径. (2) 弹塑性变形阶段<sup>[6]</sup>

$$M = M_{\rm e} + M_{\rm p} = 4\sigma_{\rm y} r_{\rm f}^3 \left[ \frac{1}{\sin \theta_e} \left( \frac{\theta_{\rm e}}{8} - \frac{\sin(4\theta_{\rm e})}{32} \right) + \frac{\cos^3(\theta_{\rm e})}{3} \right]$$
(9)

式中: $M_e$  和 $M_P$  分别表示为弹性区和塑性区弯矩;  $\theta_e = \arcsin\left(\frac{\sigma_y \rho}{E_f r_f}\right)$ 为纤维截面塑性区与轴线间的

夹角.

(3) 塑性变形阶段

$$M = \frac{4}{3}\sigma_{\rm y} r_{\rm f}^3 \tag{10}$$

当弯钩端纤维微段 dx 进入硬化弯曲通道  $C_1$  或  $C_2$  时,纤维微段 dx 发生弯曲变形;当纤维微段 dx 从弯曲通道  $C_1$  或  $C_2$  中拔出时,其又将发生拉直变 形.由基本假设(2)可知,纤维微段 dx 在弯曲段  $C_1$  或  $C_2$  中的滑移拔出过程不耗功,仅在纤维微段 dx 进入或滑出弯曲通道时消耗塑性功.因此,综合考虑 纤维截面在弹性、弹塑性以及塑性阶段的弯矩与曲 率半径关系( $M - \rho$ )式(8),(9)和(10),可得纤维微 段 dx 在该滑移过程中所消耗的塑性功如图 6 所示 阴影部分面积与纤维微段长度 dx 的乘积,其可以表 示为通式如下:

$$\mathrm{d}e_{\mathrm{P}i} = \left[\int M\mathrm{d}(1/\rho)\right]\mathrm{d}x = (A_{i1} + A_{i2})\mathrm{d}x(11)$$

式中: $de_{Pi}$ 表示弓形钢纤维弯钩端微段 dx 所在滑移 过程中所消耗的塑性功; i 表示纤维微段 dx 所通过 的弯曲通道,即:当 i = 1 时,表示纤维微段 dx 通过 弯曲通道 $C_1$ ;当 i = 2 时,表示纤维微段 dx 经过弯 曲通道 $C_2$ .如图 6 所示, $A_{i1}$ 表示纤维微段 dx 经过弯 曲通道时,弯矩和曲率( $M - 1/\rho$ )曲线面积; $A_{i2}$ 表 示纤维微段 dx 被拉出弯曲通道时,弯矩和曲率(M $- 1/\rho$ )曲线面积,其中字母 i 同样表示硬化弯曲通 道 $C_1$ 或  $C_2$ ;  $\rho_y$  为在屈服强度  $\sigma_y$  处对应的曲率半 径; $\rho_i$ 为弯钩端弯曲处的曲率半径; $M_y$  为曲率半径  $\rho_y$ 所对应的弯矩.



# 图 6 纤维截面塑性功消耗计算示意图 Fig.6 Scheme of plastic deformation energy of fiber section

由式(11)可知,弯钩端单位长度纤维段 d*x* 通过 弯曲通道 *C*<sub>1</sub> 所消耗的塑性功为

$$e_{\rm P1} = A_{11} + A_{12} \tag{12}$$

同理,弯钩端单位长度纤维段 d*x* 通过弯曲通道 C<sub>2</sub> 所消耗的塑性功为

 $e_{P2} = A_{21} + A_{22}$  (13) 从弓形钢纤维拉拔过程的分析可知,在拔出阶 段1(0 $\leqslant \delta < l_{h1}$ ),硬化弯曲通道  $C_1$  和  $C_2$  中同时有 纤维微段 dx 通过,因此该阶段1纤维弯钩端消耗的 塑性变形能量与拔出位移间的关系为

 $E_{P1}(\delta) = (e_{p1} + e_{p2})\delta, \quad 0 \leq \delta < l_{h1}$  (14) 在弓形钢纤维拔出阶段  $2(l_{h1} \leq \delta < l_{h1} + l_{h2}),$ 仅弯曲通道  $C_2$  中有纤维微段 dx 通过,因此该阶段 2 弯钩端总塑性变形能量与拔出位移间的关系为

$$E_{P2}(\delta) = e_{p1} l_{h1} + e_{p2} \delta, \quad l_{h1} \leq \delta < l_{h1} + l_{h2}$$
(15)

在弓形钢纤维拔出阶段 3(δ≥l<sub>m</sub> + l<sub>b2</sub>),此时整个弓 形钢纤维弯钩端已全部脱离弯曲通道,所以在此后 的纤维拔出过程中,弯钩端将不再消耗塑性变形能 量,且弯钩端总塑性变形能量为

$$E_{P3}(\delta) = (e_{p1} + e_{p2}) l_{h1} + e_{p2} l_{h2}$$

$$l_{h1} + l_{h2} \leq \delta \leq l_{a}$$
(16)

式(14),(15)和(16)中, $E_{P1}$ , $E_{P2}$ 和  $E_{P3}$ 下标数字 1,2 和 3 分别表示弓形钢纤维拔出阶段 1,2 和 3.综合式 (14),(15)和(16)弓形钢纤维弯钩端塑性变形能量 和纤维拔出位移关系( $E_P - \delta$ )如图 7 所示.

# 2 模型验证与评价

Cunha 等<sup>[12]</sup>

Kim 等<sup>[13]</sup>

以上对弓形钢纤维摩擦能量和弓形钢纤维弯钩 端塑性变形能量分别进行了理论推导,现由能量叠 加法原则可得水泥基体中弓形钢纤维在某一拔出位 移处的拔出能耗为  $g_{tP}(l_e, \delta, \beta) = g_f(l_e, \delta, \beta) + E_{pj}(\delta)$  (17) 式中: $g_{tP}(l_e, \delta, \beta)$ 为弓形钢纤维在某一拔出位移处 的拔出能耗; $g_f(l_e, \delta, \beta)$ 为弓形钢纤维在拔出位移  $\delta$ 处所消耗的摩擦能量; $E_{pj}(\delta)$ 为弓形钢纤维在拔 出位移  $\delta$ 处所消耗的塑性变形能量,其中下标 j =1,2,3 分别表示拔出阶段 1,2 和 3.





Fig. 7 Relation between plastic deformation energy and pullout displacement of steel fiber hooked end  $(E_P - \delta)$ 

以下将对弓形钢纤维在不同拔出位移处的拔出 能耗理论预测进行试验验证和评价.

## 2.1 试验概况和基本参数确定

本研究采用 Cunha 等<sup>[12]</sup>和 Kim 等<sup>[13]</sup>的弓形钢 纤维拉拔试验结果对弓形钢纤维理论拔出能量进行 试验验证.表 1 为试验所用弓形钢纤维的几何形状 和物理性能,其中  $L_f$  为纤维总长;表 2 为试验材料 的其他相关信息,其中 w/c 为水泥基材料的水灰 比; $l_e$  为埋置在水泥基体中的钢纤维长度; $\delta$  为钢纤 维拔出位移; $\tau_f$  为钢纤维与水泥基体之间的摩擦剪 应力; $v_{LR}$ 为试验的荷载加载速率.

表 1 弓形钢纤维形状参数和相关物理性能 Tab.1 Geometry parameters and physical property of HSF

				1			1			
作者	$E_{ m f}/{ m GPa}$	$\sigma_{\rm y}/{ m MPa}$	$L_{\rm f}/{ m mm}$	$d_{\rm f}/{ m mm}$	$l_{\rm h1}/{ m mm}$	$l_{\rm h2}/\rm mm$	$ ho_1/{ m mm}$	$ ho_2/\mathrm{mm}$	α	φ
Cunha 等 <sup>[12]</sup>	200	1 050	60	0.75	2.78	2.62	3.44	3.62	$\pi/4$	$3\pi/8$
Kim 等 <sup>[13]</sup>	200	$2\ 100$	30	0.40	1.76	1.44	3.00	3.20		

1:3

15

1.6; 1.8;2.1

3.5;5.7;4.6

		表 2 试验	硷材料的其他相	目关信息					
Tab.2 Other relevant experimental material information									
作者	w/c	$l_{\rm e}/{ m mm}$	$\delta/\mathrm{mm}$	$ au_{ m f}/{ m MPa}$	$v_{ m LR}/( m mmm \cdot s^{-1})$				

10;20;30

15

由表 2 还可以看到, Cunha 等<sup>[12]</sup> 仅对弓形钢纤 维部分拔出时的能量进行计算,此时弓形钢纤维弯 钩端仅发生部分塑性拉直变形; 而 Kim 等<sup>[13]</sup>则研究

0.29

0.65;0.30;0.26

的是在不同加载速度下,弓形钢纤维完全拔出水泥 基体时的能量,在该研究中弓形钢纤维弯钩端已经 全部发生拉直变形.

0.01

0.018; 0.18; 1.8; 18

#### 2.2 验证结果

图 8 为弓形钢纤维拔出能量理论计算值 g<sub>tP</sub>与 试验测量值 g<sub>tE</sub>之间的比较.由图 8 可见,整体而言, 不论是弯钩端发生部分拉直变形,还是发生全部拉 直变形的弓形钢纤维,其拔出能量理论预测值与试 验测量值吻合良好.这也表明了采用能量叠加法对 弓形钢纤维在水泥基体中拔出能量计算的可行性.



图 8 弓形钢纤维拔出能量理论计算与试验值的比较 Fig.8 Experimental verification of pullout energy of HSF

# 3 结论

由于弓形钢纤维形状的独特性,以及弓形钢纤 维拉拔荷载一位移关系推导过程和结果的复杂性, 采用先分别推导计算弓形钢纤维因摩擦作用和弯钩 端塑性变形消耗能量大小,最后采用能量叠加方法 实现对弓形钢纤维在各个拔出位移点的拔出能量进 行理论推导和计算.与试验结果的验证表明,模型预 测值与试验结果吻合良好,这将十分有利于今后对 弓形钢纤维水泥基材料断裂能量理论预测研究.

#### 参考文献:

[1] Banthia N. A study of some factors affecting the fiber-matrix bond in steel fiber reinforced concrete[J]. Canadian Journal of

Civil Engineering, 1990, 17(4):610.

- [2] 杨萌.钢纤维高强混凝土增强、增韧机理及基于韧性的设计方法研究[D].大连:大连理工大学土木工程学院,2006.
   YANG Meng. Strengthening and toughening mechanism of steel fiber reinforced high-strength concrete and design method based on toughness [D]. Dalian: Dalian University of Technology. Department of Infrastructure Engineering,2006.
- [3] Chanvillard N. Modeling the pullout of the wire-drawn steel fibers[J]. Cement and Concrete Research, 1999, 29(3):1027.
- [4] Alwan J M, Naaman A E. Effect of mechanical clamping on the pull-out response of hooked steel fibers embedded in cementitious composites [J]. Concrete Science and Engineering, 1999, 1(3):15.
- [5] Sujivorakul G, Waas A M, Naaman A E. Pullout response of a smooth fiber with an end anchorage[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(9):986.
- [6] 董振英,李庆斌.异型钢纤维拉拔界面模型[J].工程力学, 2004,21(6):102.

DONG Zhenying, LI Qingbin. An interfacial pullout model for hooked fiber in cementitious materials [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(6):102.

- [7] 陈应波,梅华东,范小春.非直钢纤维拔出过程的数值模拟
   [J].武汉理工大学学报,2006,28(7):78.
   CHEN Yingbo, MEI Huadong, FAN Xiaochun. Numerical modeling of pullout process of non-straight steel fiber[J].
   Journal of Wuhan University of Technology,2006,28(7):78.
- [8] Li V C, Leung C K Y. Steady-state and multiple cracking of short random fiber composites [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1992, 118(11): 2246.
- [9] Jain L K, Wetherhold R C. Effect of fiber orientation on the fracture toughness of brittle matrix composites [J]. Acta Metallic Materials, 1992, 40(6):1135.
- [10] Li V C. Postcrack scaling relations for fiber reinforced cementitious composites [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 1992, 4(1):41.
- [11] Li V C, Wang Y J, Backer S. A micromechanical model of tension softening and bridging toughening of short random fiber reinforced brittle matrix composites[J]. Journal of Mechanics Physics Solids, 1991, 39(5):607.
- [12] Cunha V M C F, Barros J A O, Sena-Cruz J M. Pullout behavior of steel fibers in self-compacting concrete[J]. ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, 2010, 22(1):1.
- [13] Kim D J, Ei-Tawil S, Naaman A E. Loading rate effect on pullout behavior of deformed steel fiber [J]. ACI Materials Journal, 2008,105(6):576.