**文章编号:** 0253-374X(2010)08-1151-04

DOI:10.3969/j.issn.0253-374x.2010.08.009

# 基于配线法的 BP 神经网络求解 Theis 模型

江思珉1,陈剑桥1,施小清2,孔祥龙3

(1. 同济大学 水利工程系,上海 200092; 2. 南京大学 水科学系,南京 210093; 3. 辽宁师范大学 城市与环境学院,辽宁 大连 116021)

摘要:利用非稳定流抽水试验资料确定含水层水文地质参数 的配线法在具体应用中存在较大的随意性,用一种改进的反 向传播(BP)神经网络方法来进行承压完整井非稳定地下水 运动 Theis 公式中的水文地质参数识别,在一定程度上解决 了现有的 BP 神经网络方法求解含水层参数中存在训练区间 选择、网络拓扑结构复杂、网络泛化性能较低和过度拟合等 问题.实例计算结果表明,提出的基于配线法的 BP 神经网络 是求解水文地质参数的一种高效方法,对其他水文地质问题 求解具有推广应用价值.

 关键词:抽水试验;配线法;BP神经网络;Theis公式

 中图分类号:P641.2

 文献标识码:A

## Computation of Theis Model with Curve Fitting Method-based BP Artificial Neural Network

JIANG Simin<sup>1</sup>, CHEN Jianqiao<sup>1</sup>, SHI Xiaoqing<sup>2</sup>, KONG Xianglong<sup>3</sup>

(1. Department of Hydraulic Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Hydrosciences, Nanjing University, Nanjing 210093, China; 3. College of Urban and Environment Sciences, Liaoning Normal University, Dalian 116021, China)

Abstract: Curve fitting method is the most common method to determine the parameters of the transient flow pumping tests, but its main drawback is that curves are often rely solely on individual manipulation. Based on curve fitting method, a modified BP artificial neural network is used to solve the approximately analytical solutions of Theis equation for the problem of the unsteady flow of fully penetrating wells in confined aquifers, and the curve fitting-based BP artificial neural network is proposed. It avoids inappropriate trained range. It also reduces the network topology with a simpler artificial neural network structure, as this can reduce training time, improve network generalization and prevent overfitting. The case calculating results indicate that the proposed BP artificial neural network is an efficient method to solve hydrogeological parameters by utilizing the pumping test. Furthermore, the proposed BP artificial neural network could be used widely in the solution for hydrogeological issues.

**Key words**: pumping test; curve fitting method; back propagation artificial neural network; Theis equation

抽水试验是确定含水层水文地质参数(渗透系数 K、导水系数 T、给水度 μ、弹性贮水系数 S<sub>s</sub>)的主要 途径<sup>[1]</sup>.在试验含水层满足 Theis 假设即等厚、均质、 各向同性和无限延伸的条件下, Theis 公式是非稳定 流抽水试验确定含水层参数的基本公式. 配线法、 Jacob 直线图解法、降深比值法等都是由 Theis 公式派 生出来的方法. 配线法能充分利用抽水试验观测资 料,避免偶然误差,提高精度,但是人为误差较大<sup>[2]</sup>.

近年来,随着生物学、物理学和人工智能的发展,产生了一些具有全局优化性能且通用性强的智能方法,如遗传算法、模拟退火算法、混沌序列优化 算法、神经网络算法等.由于这些智能方法具有高效 优化性能,在求解含水层水文地质参数识别问题时 得到了广泛的应用<sup>[3-6]</sup>.

人工神经网络(artificial neural network, ANN)中 的反向传播(back propagation, BP)神经网络具有较强 的自学习和处理非线性问题的能力.现有的 BP 神经 网络方法求解含水层参数中存在训练区间选择、网络 拓扑结构复杂、网络泛化性能较低和过度拟合等问 题.为此,基于配线法的求解原理,本文提出一种改进 的基于配线法的 BP 神经网络(curve fitting based BP neural network, CF-BP NN)用于非稳定地下水运动 Theis 公式中的水文地质参数识别.

# 1 基于配线法的 BP 神经网络

## 1.1 配线法的基本原理

地下水非稳定流的 Theis 公式为

收稿日期:2009-05-14

基金项目:国家自然科学青年基金资助项目(40702037);同济大学青年优秀人才培养行动计划资助项目(2007KJ040)

作者简介: 江思珉(1980—),男,工学博士,讲师,主要研究方向为地下水数值模拟. E-mail: jiangsimin@tongji.edu.cn

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \tag{1}$$

式中:s 为观测孔对应于观测时间 t 时的水位降深, m;Q 为单位时间内从抽水主井抽出的水量,m<sup>3</sup> • h<sup>-1</sup>;T 为承压含水层的导水系数,m<sup>2</sup> • h<sup>-1</sup>;W(u)为井函数.

$$W(u) = \int_{u}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$$
 (2)

$$u = \frac{r^2 S_s}{4Tt} \tag{3}$$

式中: r 为观测孔与抽水主井的距离, m; S<sub>s</sub> 为承压 含水层量纲一的贮水系数; t 为抽水持续时间, h.

对式(1)和式(3)两端取对数

$$\log s = \log W(u) + \log \frac{Q}{4\pi T}$$
(4)

$$\log t = \log \frac{1}{u} + \log \frac{r^2 S_s}{4T} \tag{5}$$

对于同一次抽水试验的某个观测孔而言,式(4) 和式(5)右端的第2项为常数,所以在双对数坐标系 内,对于定流量抽水的某观测孔的 $s \sim t$ 曲线和  $W(u) \sim 1/u$ 标准曲线在形状上是相同的,只是纵横 坐标平移了 $\frac{Q}{4\pi T}$ 和 $\frac{r^2 S_s}{4T}$ 的距离<sup>[2]</sup>.只要将两曲线重 合,任取一匹配点,记下对应的坐标值,即可求得有 关参数.

## 1.2 BP 模型的拓扑结构及确定训练样本

(1) 网格层数

理论上已经证明,在不限制隐含层节点数的情况 下,3 层的 BP 网络(只有1个隐含层)可以通过非线性 映射逼近任意有理函数.通过增加网格层数可在一定 程度上降低误差,但是会增加训练时间、造成过度拟 合、降低神经网络的泛化能力<sup>[7]</sup>.因此,本文的 CF-BP NN 采用3 层网络模型,拓扑结构如图1 所示.



Fig.1 Architectural graph of BP neural network

(2) 输入层节点数

现有的 BP 神经网络大多是选取各观测降深 (s<sub>i</sub>, *i*=1,2,...,*N*)与定流量 Q 的比值作为输入层 节点,输入层节点数目为 *N* 个<sup>[3,8]</sup>.基于配线法求解 原理,采用双对数坐标系的对数相对降深值 *D*<sub>i</sub>作为 输入层节点,输入层节点数目为 *N*-1 个.

$$D_i = \log(s_{i+1}) - \log(s_1), \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$
 (6)  
(3) 输出层节点数

由于待求参数为导水系数 T 和贮水系数  $S_s$ ,故 现有的 BP 神经网络是直接选取导水系数 T 和贮水 系数  $S_s$ 作为输出层节点,节点数目为 2 个<sup>[3,8]</sup>.同样, 基于配线法求解原理,以与( $t_1$ , $s_1$ )相匹配的点在横 坐标 1/u 轴上的值  $X = \log \left[\frac{1}{u_m}\right]$ 作为输出层节点,  $u_m$  为u 的匹配值,节点数目为 1. (4) 训练区间

由于配线法的标准曲线的  $\log\left(\frac{1}{u}\right)$ 总是大于 -0.5,且当  $\log\left(\frac{1}{u}\right)$ 大于 4.0 时,  $\log W(u)$ 趋近于常 数<sup>[9]</sup>.因此,设定  $\log\left(\frac{1}{u}\right)$ 的训练区间为[-0.5,4.0]. (5) 训练样本和验证样本

在训练区间[-0.5,4.0]为  $\log(\frac{1}{n})$ 生成 600 个

随机数.前500个随机数及其对应降深作为BP模型的训练样本.后100个随机数及其对应降深为模型的验证样本.对应降深公式如下:

$$D_{i} = \log \frac{s_{i+1}}{s_{1}} = \log \frac{W(u_{i+1})}{W(u_{1})} = \log \frac{W\left(\frac{r^{2}S_{s}}{4Tt_{1}}\frac{t_{1}}{t_{i+1}}\right)}{W(u_{m})} = \log \frac{W(u_{m}t_{1}/t_{i+1})}{W(u_{m})}$$
(7)

(6) 隐含层节点数

迄今为止,还没有合理确定隐含层节点数的方法.本文采用夏克文等提出的基于黄金分割原理的 优化算法确定隐含层节点数<sup>[10]</sup>.

#### 1.3 训练方法及参数选择

本文采用自适应学习速率调整的附加动量法 (additional momentum method with adaptive learning rate).附加动量法是在反向传播法的基础 上在每一个权值及阈值的变化上加上一项正比于前 次权值变化量的值,并根据反向传播法来产生新的 权值及偏差变化.自适应学习速率是指 BP 网络在学 习训练中,根据误差的反馈情况可自动地调整学习 速率,加快训练速度,减少网络的学习时间.

该训练方法的主要参数为动量因子 mc,学习速

## 2 应用实例

率 lr,学习速率增长比例因子 lr\_inc,学习速率下降比 例因子 lr\_dec,性能参数的最大增长值 perf\_inc 等. 在网络训练的过程中,只要满足下列五个条件 之一,网络训练便会终止:①达到最大训练次数

epochs;②网络输出误差降低到目标值 goal;③训练时间达到最大值 time;④目标函数的下降梯度降低 到最小梯度 min\_grad;⑤连续验证失败次数达到最 大次数 max\_fail. 在一承压含水层区域进行抽水试验,一个井稳 定抽水,流量为22.6 m<sup>3</sup> · h<sup>-1</sup>,3 个观测孔(1<sup>#</sup>,2<sup>#</sup>, 3<sup>#</sup>)分别距离抽水井117.85,158.30 和235.00 m. 其中,1<sup>#</sup>观测孔部分降深一时间资料见表1.该含水 层岩性稳定,产状近似水平,含水层水平延伸方向远 大于其影响半径,可视为均质各向同性、等厚,水平 方向无限延伸,满足 Theis 公式的假设条件<sup>[2]</sup>.

表 1 某承压含水层的抽水试验资料 Tab.1 Pumping test data of a confined aquifer

抽水时间/min	60	80	100	120	150	180	210	240	300	360	480	600
1 <sup>#</sup> 井降深/m	0.05	0.093	0.13	0.165	0.22	0.27	0.33	0.37	0.455	0.53	0.655	0.755
抽水时间/min	720	900	1 200	1 500	1 800	2 100	2 400	3 000	3 600	4 200	4 800	5 820
1 <sup>#</sup> 井降深/m	0.88	1	1.15	1.22	1.32	1.39	1.45	1.51	1.67	1.71	1.72	1.73

在此,基于 s - t 配线法,对  $1^{*}$ 观测孔数据采用 CF-BP NN求解水文地质参数 T 和  $S_s$ .由于抽水试验初 期实际曲线常与标准曲线不符,因而选用抽水 1 h 后的 降深资料(见表 1),共计 24 个观测降深,因此输入层为 N-1=23 个.经试算,隐含层最优节点数为 30 个.因 此,本实例的 BP 神经网络的拓扑结构为 23:30:1.

表 2 为本文采用训练方法的主要参数取值 情况.

表 2 自适应学习速率调整的附加动量法的参数表 Tab.2 Parameter value of the additional momentum method with adaptive learning rate

		adaptite		, 1400	
		主要	参数		
mc	lr	lr inc	lr dec	perf inc	goal

	me	11	n_mc	n_ucc	peri_me	goar	
取值	0.7	0.05	1.05	0.7	1.04	0.001	_
							-

在完成网络训练后,首先,根据表 1 的降深数据  
生成输入向量 **D**,加入训练好的神经网络,得到匹配  
点横坐标 
$$X = \log\left[\frac{1}{u_m}\right]; 则: 1/u_m = 10^X, W(u_m) =$$
  
 $W\left(\frac{1}{10^X}\right), s_m = s_1, t_m = t_1,$ 得到匹配点的对应坐标  
值(下标 m 表示各变量的匹配值);代入  $T = \frac{Q}{4\pi s_m}$   
 $W(u_m),其中,Q 表示地下水流量, m3 · s-1; S_s =  $\frac{4Tu_m t_m}{r^2}$ . 计算得到导水系数  $T = 81.8 \text{ m}^2 \cdot \text{h}^{-1}; 贮$$ 

水系数 S<sub>s</sub>=1.530 5×10<sup>-3</sup>.

为了便于比较和验证,表3列出传统的 s - t 配 线法<sup>[2]</sup>、s - t 配线法(采用 Aquifer Test 3.1)、 Cooper-Jacob 直线图解法(采用 Aquifer Test 3.1)以 及 BP 网络法<sup>[8]</sup>的计算结果及误差分析.图2为计算 降深与实测降深的比较.

### 表 3 含水层参数计算结果及误差分析 Tab. 3 Estimated aquifer parameter values and error analysis

传统的 s - t s - t 配线法 BP CF-BP 配线法 (AQT 3.1) 网络法 NN $T/(m^2 \cdot h^{-1})$ 80.16 81.10 81.76 81.80 $S_s/10^{-3}$ 1.54 1.53 1.520 7 1.530 5 相对均方根误差/% 3.99 3.69 3.64 3.61 1.520 = 3.64 = 3.61 1.520 = 3.64			•		
$T/(m^2 \cdot h^{-1})$ 80.16       81.10       81.76       81.80 $S_s/10^{-3}$ 1.54       1.53       1.520 7       1.530 5         相对均方根误差/%       3.99       3.69       3.64       3.61         2.0       1.8		传统的 s = t 配线法	s - t 配线法 (AQT 3.1)	BP 网络法	CF-BP NN
$S_s/10^{-3}$ 1.54 1.53 1.5207 1.5305 相对均方根误差/% 3.99 3.69 3.64 3.61 2.0 1.8 1.6 1.4 E 1.2 X 1.0 这 0.8 0.6 0.4 0.2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$T/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{h}^{-1})$	80.16	81.10	81.76	81.80
相对均方根误差/% 3.99 3.69 3.64 3.61	$S_{s}/10^{-3}$	1.54	1.53	1.5207	1.5305
2.0 1.8 1.6 1.4 1.2 1.0 2.0 1.0 2.0 1.0 0.8 0.6 0.4 0.2 0 1.000 2000 3000 4000 5000 6000 时间/min 图2 降深一时间曲线 Fig 2 Time-drawdown curve	相对均方根误差/%	3.99	3.69	3.64	3.61
Fig. 2 Time-drawdown curve	1.8         1.6         1.4         三         1.1         送         1.0         送         0.8         0.6         0.4         0.2         0	2 1 000 2 000 图 2 降済	  3 000 4 000 时间/min 医—时间曲线	- 传统s-t - CF-BP - BP - s-t(AQT) 实测值 5 000 6	
	Fi	o ? Time-	drawdown ci	Irvo	

1154

# 3 结论

(1) 文中所使用的 4 种方法获取的承压含水层 的导水系数 T 和贮水系数 S<sub>s</sub>基本一致,因而 BP 神 经网络可替代配线法等求解含水层参数;

(2) 与现有的 BP 神经网络方法相比, CF-BP NN 的网络拓扑结构更为简单, 一方面它能减少神经 网络的训练时间(就本实例而言, CF-BP NN 的网络 训练时间仅为前者的 23%), 另一方面它能在一定程 度上有效地避免过度拟合和神经网络泛化能力差等 问题;

(3) 由于现有的 BP 神经网络方法的输出层直接选用导水系数 T 和贮水系数 S<sub>s</sub>,因而必须考虑选取适当的训练区间.而 CF-BP NN 输出层从 Theis 井函数的标准曲线出发,简化了训练区间的选择,这使得 CF-BP NN 的实用性和通用性大为加强.

#### 参考文献:

[1] 房佩贤,卫中鼎,廖资生.专门水文地质学[M].北京:地质出版社,1996.

FANG Peixian, WEI Zhongding, LIAO Zisheng. Special hydrogeology[M]. Beijing:Geology Publish House, 1996.

- [2] 薛禹群.地下水动力学[M].北京:地质出版社,1997. XUE Yuqun. Ground water dynamics [M]. Beijing: Geology Publishing House,1997.
- [3] 高瑞忠,朝伦巴根,贾德彬,等.基于非稳定流抽水试验的 BP 神经网络确定含水层参数研究[J].沈阳农业大学学报,2004, 35(5-6):510.

GAO Ruizhong, CHAO Lunbagen, JIA Debin, et al. Determining aquifer parameters with BP neural network based on unsteady

flow pumping test [J]. Journal of Shenyang Agricultural University, 2004, 35(5-6):510.

- 【4】 魏连伟,邵景力,张建立,等.模拟退火算法反演水文地质参数 算例研究[J].吉林大学学报:地球科学版,2004,34(4):612.
   WEI Lianwei, SHAO Jingli, ZHANG Jianli, et al. Application of simulated annealing algorithm to hydrogeological parameter inversion[J]. Journal of Jilin University: Earth Science Edition, 2004,34(4):612.
- [5] 高瑞忠,朝伦巴根,朱仲元,等. BP 神经网络在 Boulton 法确定 潜水含水层参数中的应用[J].水文地质工程地质,2005 (3):42.

GAO Ruizhong, CHAO Lunbagen, ZHU Zhongyuan, et al. Application of artificial neural networks in unconfined aquifer parameter identification based on the Boulton theory [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2005(3):42.

- [6] 郭建青,李彦,王洪胜,等.确定含水层参数的混沌序列优化算 法[J].中国农村水利水电,2006(12):26.
  GUO Jianqing,LI Yan, WANG Hongsheng, et al. Chaotic timeseries optimization algorithm for aquifer parameter estimation
  [J]. China Rural Water and Hydropower,2006(12):26.
- [7] 徐宗本,张讲社,郑亚林. 计算智能中的仿生学:理论与算法
   [M].北京:科学出版社,2003.
   XU Zongben, ZHANG Jiangshe, ZHENG Yalin. Bionics in computational intelligence: theory and algorithm[M]. Beijing: Science Press,2003.
- [8] 刘国东,丁晶,张翔.应用人工神经网络求算含水层参数[J]. 工程勘察,1997(1):25.
   LIU Guodong, DING Jing, ZHANG Xiang. Application of artificial neural network to solve parameter of aquifer[J]. Geotechnical Investigation & Surveying,1997(1):25.
- [9] Walton W C. Leaky artesian aquifer conditions in Illinois[R]. Urbana: Illinois State Water Survey, 1962.
- [10] 夏克文,李昌彪,沈钧毅.前向神经网络隐含层节点数的一种 优化算法[J].计算机科学,2005,32(10):143.
   XIA Kewen, LI Changbiao, SHEN Junyi. An optimization algorithm on the number of hidden layer nodes in feed-forward neural network[J]. Computer Science,2005,32(10):143.