

# 弓形钢纤维增强水泥基材料断裂能模型

许碧莞<sup>1,2</sup>, 施惠生<sup>1</sup>, JU Jianwen Woody<sup>2</sup>

(1. 同济大学 先进土木工程材料教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 美国加州大学洛杉矶分校 土木与环境工程系, 洛杉矶 CA90095)

**摘要:** 根据弓形钢纤维弯钩端变形情况对单根纤维拔出能量进行推导; 应用概率统计方法综合评估了断裂面上各纤维的能量贡献, 建立了相应的断裂能模型. 试验验证表明, 模型预测精度良好, 且该断裂能模型与各细观参数, 如纤维长度、弯钩端几何形状参数和水泥基体强度等密切相关, 因此该模型不仅能用于预测弓形钢纤维增强水泥基材料的断裂能, 还能用于该类材料的优化设计研究.

**关键词:** 弓形钢纤维; 水泥基材料; 单根纤维拉拔试验; 细观参数; 断裂能模型

**中图分类号:** TU 528

**文献标识码:** A

## Modeling Fracture Energy of Hooked End Steel Fiber Reinforced Cementitious Composites (HSFRCC)

XU Biwan<sup>1,2</sup>, SHI Huisheng<sup>1</sup>, JU Jianwen Woody<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Advanced Civil Engineering Materials of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 20092, China; 2. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Los Angeles, CA90095, U. S. A.)

**Abstract:** To model fracture energy of hooked end steel fiber reinforced cementitious composite (HSFRCC), pullout energy of single hooked end steel fiber (HSF) with non-deformed/deformed hooked end was theoretically derived first. Then, statistic method was employed to estimate energy contributions from all HSFs on crack plane. Finally, experimental verification was carried out to verify the model validity and accuracy. Good performance was observed in comparison with experimental results. Moreover, it is shown that this model is closely related to various meso-scale parameters, such as HSF length, hooked end geometry, and matrix strength etc., which obviously indicates the double functions of this model in both fracture energy prediction and the optimization design of HSFRCC.

**Key words:** hooked end steel fiber (HSF); cementitious composites; single fiber pullout test; meso-scale parameters; fracture energy model

纤维增强水泥基材料的理论断裂能通常可由以下两种方法计算得到<sup>[1]</sup>: ①先推导纤维增强水泥基材料的纤维桥联应力( $\sigma_c$ )和裂缝宽度( $w$ )关系, 而后对 $\sigma_c-w$ 关系进行积分直至绝大部分纤维都被从基体中拔出; ②先推导单根纤维在任意埋置角度和埋置长度条件下的拔出能量, 然后对断裂上所有纤维的拔出能量进行叠加. Li<sup>[2]</sup>, Li 和 Wang<sup>[3]</sup>, Lin 和 Li<sup>[4]</sup>均采用方法①推导了平直纤维增强水泥基材料的理论断裂能. 较平直钢纤维而言, 异形钢纤维具有较为优越的增强和增韧效果, 现已被广泛研究和应用. 但目前将钢纤维增强水泥基材料宏观断裂能和细观参数进行关联化的理论研究还主要集中在平直钢纤维增强水泥基材料上, 对异形钢纤维增强水泥基材料的报道还相当少见. 本文主要针对异形钢纤维中使用较为广泛的弓形钢纤维进行研究, 并建立了与各细观参数相关联的弓形钢纤维增强水泥基材料断裂能模型.

## 1 弓形钢纤维弯钩端变形分析

### 1.1 弓形钢纤维弯钩端变形情况

图1所示为弓形钢纤维水泥基材料断裂面, 可以看到断裂面上大部分弓形钢纤维一端被拉出水泥基体, 且弯钩端发生全拉直或部分拉直变形; 部分钢纤维虽被拉出基体, 但其弯钩端却未发生拉直变形. 根据弓形钢纤维埋置长度( $l_e$ )大小将断裂面上的纤维进行分类: ①类别1:  $l_e \leq l_{hl}$  ( $l_{hl}$ 如图1所示), 该类别纤维的拉拔行为等同于平直钢纤维. ②类别2:

收稿日期: 2009-06-01

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展计划资助项目(2009CB623100)

作者简介: 许碧莞(1981—), 女, 工学博士, 主要研究方向为新型建筑材料. E-mail: xubiwan1223@163.com

施惠生(1953—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为高性能水泥基材料. E-mail: shs@tongji.edu.cn

$l_{h1} < l_e \leq l_{h1} + l_{h2}$  ( $l_{h2}$  如图 1 所示), 该类别纤维的弯钩端以未变形为主. ③类别 3:  $l_{h1} + l_{h2} < l_e \leq L_f/2$ ,  $L_f$  为纤维长度, 该类别纤维的弯钩端可能存在 3 种变形方式, 即: 弯钩端未变形, 部分拉直变形和完全拉直变形.

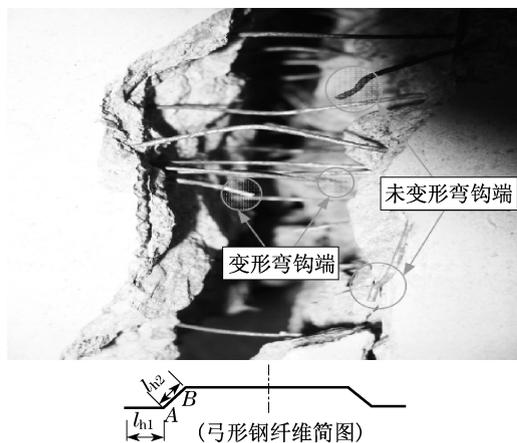


图 1 水泥基材料断裂面上弓形钢纤维弯钩端变形情况

Fig.1 Deformation of steel fiber hooked ends on crack plane of cementitious composites

## 1.2 不同类别单根弓形钢纤维拔出能量推导

### 1.2.1 类别 1 弓形钢纤维拔出能量

如前所述, 该类别纤维拔出行为基本等同于平直钢纤维. 参照 LI 等<sup>[2-5]</sup>对平直纤维拉拔行为的研究, 纤维拔出力( $P$ )和位移( $\delta$ )之间关系如下:

$$P(\delta, \beta) = P(\delta, \beta = 0)e^{f\beta} = \pi\tau_f d_f (l_e - \delta)e^{f\beta} \quad 0 \leq \delta \leq l_e \leq l_{h1} \quad (1)$$

式中:  $e^{f\beta} = k = \frac{2}{4 + f^2}(1 + e^{\pi f/2})$  为纤维咬合作用因子, 用于描述因钢纤维斜向埋置引起的拔出力和能量增大的作用效果;  $f$  为纤维咬合作用系数, 斜置钢

纤维的  $f$  取值一般介于 0.5~1.0 之间<sup>[3,5]</sup>;  $\beta$  为纤维埋置角度;  $\tau_f$  为分布在钢纤维表面的摩擦剪应力;  $d_f$  为纤维直径.

因此, 不同纤维拔出位移( $\delta$ )下, 类别 1 弓形钢纤维拔出能量分别如下:

(1)  $\delta < l_e$  时

$$g_{n1}(l_e, \delta, \beta) \int_0^\delta P d\delta = \int_0^\delta \pi d_f \tau_f (l_e - \delta) e^{f\beta} d\delta = k\pi d_f \tau_f \delta \left( l_e - \frac{1}{2}\delta \right) \quad (2)$$

(2)  $\delta \geq l_e$  时

$$g_{n2}(l_e, \delta, \beta) = \int_0^{l_e} P d\delta = \int_0^{l_e} \pi d_f \tau_f (l_e - \delta) e^{f\beta} d\delta = \frac{1}{2} k\pi d_f \tau_f l_e^2 \quad (3)$$

式中:  $g_{n1}$  和  $g_{n2}$  中下标字母  $n$  表示弯钩端未变形;  $I$  表示钢纤维属于类别 1; 数字 1 和 2 分别表示两种不同的滑移位移情况, 以下类同.

### 1.2.2 类别 2 和类别 3 带未变形弯钩端的纤维拔出能量

以类别 3 弓形钢纤维(图 2)为例, 外拉力作用下纤维周围水泥基体 ABCD 处将发生应力集中, 若该处基体强度不足以抵抗弯钩端变形所需荷载时, 将发生楔形剪切破坏<sup>[6]</sup>, 其所能承受的最大作用力为

$$F_{rup3} = 2\tau_{cs} S_{ABCD} =$$

$$\tau_{cs} l_{h2} \sin \alpha [l_{h2} \cos \alpha + 2(l_e - l_{h1} - l_{h2})] \quad (4)$$

式中:  $\tau_{cs}$  为水泥基体剪切强度;  $S_{ABCD}$  为剪切面面积;  $\alpha$  为弓形钢纤维弯钩角度.

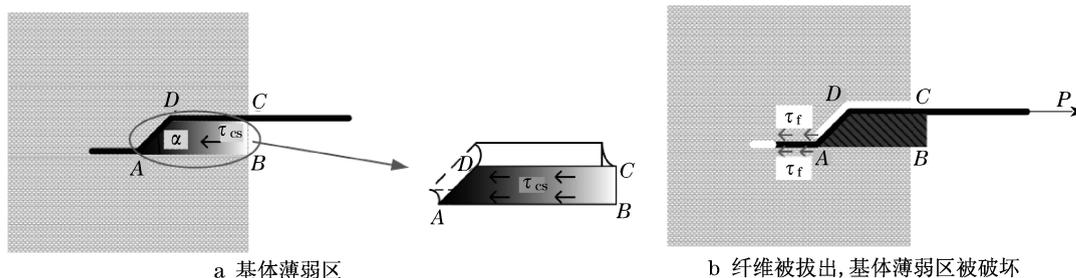


图 2 带未变形弯钩类别 3 弓形钢纤维拔出破坏形态

Fig.2 Pullout behavior of HSF with non-deformed hooked end in category 3

同理, 可得类别 2 纤维弯钩端周围水泥基体发生剥落破坏时所能承受的最大作用力

$$F_{rup2} = \frac{1}{2} \tau_{cs} (l_e - l_{h1})^2 \sin 2\alpha \quad (5)$$

由公式(4),可得类别3中带未变形弯钩端钢纤维的拔出能量分别如下:

(1)  $\delta < l_{h1}$  时

$$g_{nIII1}(l_e, \delta, \beta) = \int_0^{\delta} P d\delta = \int_0^{\delta} c_{n3} \pi d_f \tau_f (l_{h1} - \delta) e^{f\beta} d\delta = \frac{k\delta F_{rup3}}{l_{h1}} \left( l_{h1} - \frac{1}{2} \delta \right) \quad (6)$$

(2)  $\delta \geq l_{h1}$  时

$$g_{nIII2}(l_e, \delta, \beta) = \int_0^{l_{h1}} P d\delta = \int_0^{l_{h1}} c_{n3} \pi d_f \tau_f (l_{h1} - \delta) e^{f\beta} d\delta = \frac{1}{2} k F_{rup3} l_{h1} \quad (7)$$

同理,由公式(5),可得类别2带未变形弯钩端的钢纤维拔出能量

(1)  $\delta < l_{h1}$  时

$$g_{nII1}(l_e, \delta, \beta) = \int_0^{\delta} P d\delta = \int_0^{\delta} c_{n2} \pi d_f \tau_f (l_{h1} - \delta) e^{f\beta} d\delta = \frac{k\delta F_{rup2}}{l_{h1}} \left( l_{h1} - \frac{1}{2} \delta \right) \quad (8)$$

(2)  $\delta \geq l_{h1}$  时

$$g_{nII2}(l_e, \delta, \beta) = \int_0^{l_{h1}} P d\delta = \int_0^{l_{h1}} c_{n2} \pi d_f \tau_f (l_{h1} - \delta) e^{f\beta} d\delta = \frac{1}{2} k F_{rup2} l_{h1} \quad (9)$$

式(6)~(9)中: $c_{n2}$ 和 $c_{n3}$ 为修正因子,可由初始条件求得,即:当 $\delta = 0$ 时, $P_{max} = F_{rupt}$ ,得 $c_{n2} = \frac{F_{rup2}}{\pi d_f \tau_f l_{h1}}$ , $c_{n3} = \frac{F_{rup3}}{\pi d_f \tau_f l_{h1}}$ .

### 1.2.3 类别3带变形弯钩端的钢纤维拔出能量

当钢纤维弯钩端发生拉直变形时,其拔出过程中所消耗的能量主要包含摩擦拔出能量和弯钩端拉直变形所需的塑性变形能量<sup>[7]</sup>.

(1)  $\delta < l_e$  时,摩擦拔出耗能为

$$g_{dIII1}(l_e, \delta, \beta) = \int_0^{\delta} P d\delta = \frac{kP_{max-f}}{l_e} \left( l_e \delta - \frac{1}{2} \delta^2 \right) \quad (10)$$

(2)  $\delta \geq l_e$  时,摩擦拔出耗能为

$$g_{dIII2}(l_e, \delta, \beta) = \int_0^{l_e} P d\delta =$$

$$\frac{1}{2} k P_{max-f} l_e \quad (11)$$

(3) 弯钩端塑性变形能量与拔出位移间关系为

$$E_p = \begin{cases} (e_{p1} + e_{p2}) \delta & 0 \leq \delta < l_{h1} \\ e_{p1} l_{h1} + e_{p2} \delta & l_{h1} \leq \delta < l_{h1} + l_{h2} \\ (e_{p1} + e_{p2}) l_{h1} + e_{p2} l_{h2} & l_{h1} + l_{h2} \leq \delta \end{cases} \quad (12)$$

式(10)~(12)中: $P_{max-f}$ , $e_{p1}$ 和 $e_{p2}$ 可参见文献[7].

## 2 宏观断裂能模型推导

### 2.1 基本假设

(1) 荷载作用下的弓形钢纤维增强水泥基材料仅存在单一主裂缝.

(2) 基体中弓形钢纤维呈三维乱向分布,且纤维埋置短端长度在裂缝两侧完全均匀分布,其长度分布范围在 $0 \sim L_f/2$ 之间.

(3) 断裂面上纤维之间的拉拔行为相互独立、不受彼此间的影响.对每根弓形钢纤维而言,其与水泥基体间的脱粘作用、摩擦作用以及弯钩端变形作用仅发生在纤维埋置长度较短的一端,而另一端则保持完好.因此,当水泥基体开裂时,其裂缝宽度( $w$ )等于纤维拔出位移( $\delta$ ).

(4) 与纤维拔出能量相比,钢纤维脱粘能量贡献很小,因此仅考虑纤维拔出能量.

(5) 钢纤维抗拉强度足够大,断裂面上不存在纤维拉断现象.

### 2.2 弓形钢纤维弯钩端变形准则

类别1和2弓形钢纤维弯钩端在拔出过程中不发生拉直变形,但类别3弓形钢纤维弯钩端存在未变形或拉直变形情况,且从以上分析可知弯钩端未变形与变形的弓形钢纤维拔出耗能存在明显差异.因此,为了便于宏观断裂能模型的建立,需制定弯钩端变形准则.本研究选取纤维埋置长度( $l_e$ )作为该变形准则的主导参数,并将其命名为纤维临界埋置长度( $l_{ce}$ ).

近似认为弓形钢纤维拔出力在完全脱粘后能立即达到最大值,可得类别3弯钩端变形与否的力学临界条件

$$F_{rup3} = P_{max} \quad (13)$$

由Alwana等人<sup>[8]</sup>提出的“摩擦滑轮组”模型,可得到弓形钢纤维最大拔出力为

$$P_{\max} = \frac{\pi r_f^2 \sigma_y}{3 \cos \alpha (1 - \mu \cos \varphi)^2} + \pi \tau_f d_f l_e \quad (14)$$

式中:  $r_f$  为纤维半径;  $\sigma_y$  为钢纤维屈服强度;  $\mu$  为库

伦摩擦系数;  $\varphi = (\pi - \alpha)/2$ .

由公式(4), (13)和(14), 可得

$$l_{ce} = \frac{\frac{\pi r_f^2 \sigma_y}{3 \cos \alpha (1 - \mu \cos \varphi)^2} - \tau_{cs} l_{h2} \sin \alpha [l_{h2} \cos \alpha - 2(l_{h1} + l_{h2})]}{2 \tau_{cs} l_{h2} \sin \alpha - \pi \tau_f d_f} \quad (15)$$

基于公式(15), 弯钩端变形准则表述为: 若  $l_e < l_{ce}$ , 纤维埋置部分周围的水泥基体发生剥落破坏, 纤维被拔出, 但弯钩端不发生变形; 反之则纤维埋置部分周围的水泥基体不发生任何破坏, 纤维被拔出, 且

弯钩端发生拉直变形.

### 2.3 断裂面上各类别弓形钢纤维数目

由基本假设(2)可得  $l_e$  的概率密度分布函数, 如图3和公式(16)所示.

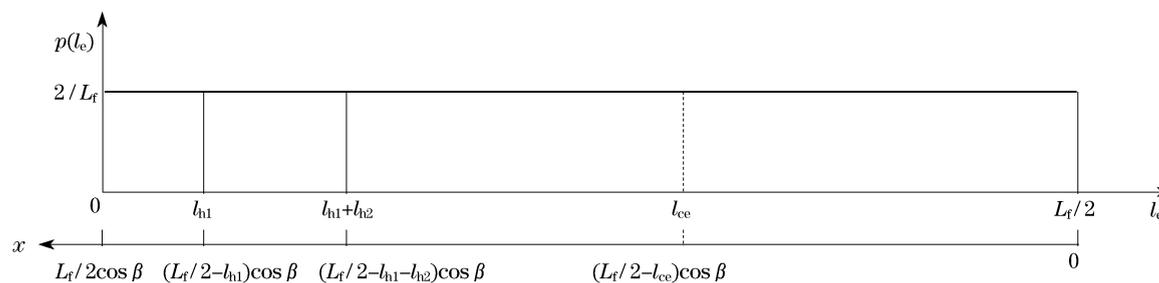


图3 弓形钢纤维埋置长度  $l_e$  的概率密度分布函数示意图

Fig.3 Scheme of distribution of probability density function of fiber embedded length  $l_e$

$$p(l_e) = p(x) = \frac{2}{L_f} \quad (16)$$

式中:  $x$  为弓形钢纤维对称中心到断裂面的距离.

同样由基本假设(2), 可得纤维埋置角度( $\beta$ )的概率密度分布函数

$$p(\beta) = \sin \beta \quad (17)$$

满足  $x \leq L_f/2$  的弓形钢纤维总数目  $N_t$ <sup>[3]</sup> 为

$$N_t = \frac{A_c V_f}{A_f} \quad (18)$$

式中:  $A_c$  和  $A_f$  分别为断裂面面积和纤维截面面积;  $V_f$  为纤维体积掺量.

由公式(17)和(18)可得, 处于水泥基断裂面上弓形钢纤维数目  $N_0$ <sup>[3]</sup> 为

$$N_0 = N_t \int_0^{\pi/2} \int_0^{L_f/2 \cos \beta} p(x) p(\beta) dx d\beta = \frac{A_c V_f}{2 A_f} \quad (19)$$

由图3可知, 类别3中带变形弯钩弓形钢纤维的数目为

$$N_d = N_0 \left(1 - \frac{2l_{ce}}{L_f}\right) \quad (20)$$

## 2.4 各裂缝宽度下的理论断裂能

### 2.4.1 不同裂缝宽度( $w$ )下, 水泥基断裂面上类别

#### 1 弓形钢纤维的能量贡献

(1)  $0 \leq w < l_{h1}$  时

$$G_{n11} = \frac{N_t}{A_c} \left\{ \int_0^{\pi/2} p(\beta) d\beta \left[ \int_{(L_f/2 - l_{h1}) \cos \beta}^{(L_f/2 - w) \cos \beta} p(x) \cdot g_{n11} dx + \int_{(L_f/2 - w) \cos \beta}^{L_f/2 \cos \beta} p(x) g_{n12} dx \right] \right\} = \frac{2k\tau_f V_f w}{d_f L_f} \left[ l_{h1} (l_{h1} - w) + \frac{1}{3} w^2 \right] \quad (21)$$

(2)  $w \geq l_{h1}$  时

$$G_{n12} = \frac{N_t}{A_c} \int_0^{\pi/2} \int_{(L_f/2 - l_{h1}) \cos \beta}^{L_f/2 \cos \beta} p(x) p(\beta) d\beta = \frac{2k\tau_f V_f l_{h1}^3}{3d_f L_f} \quad (22)$$

### 2.4.2 不同裂缝宽度( $w$ )下, 水泥基断裂面上类别2弓形钢纤维的能量贡献

(1)  $0 \leq w < l_{h1}$  时

$$G_{n11} = \frac{N_t}{A_c} \int_0^{\pi/2} \int_{(L_f/2 - l_{h1} - l_{h2}) \cos \beta}^{(L_f/2 - l_{h1}) \cos \beta} g_{n11} p(x) p(\beta) dx d\beta = \frac{2k\tau_{cs} V_f w l_{h2}^3 \sin 2\alpha}{3\pi d_f^2 L_f l_{h1}} \left( l_{h1} - \frac{1}{2} w \right) \quad (23)$$

(2)  $w \geq l_{h1}$  时

$$G_{n12} = \frac{N_t}{A_c} \int_0^{\pi/2} \int_{(L_f/2 - l_{h1} - l_{h2}) \cos \beta}^{(L_f/2 - l_{h1}) \cos \beta} g_{n12} p(x) p(\beta) dx d\beta = \frac{k\tau_{cs} V_f l_{h1} l_{h2}^3 \sin 2\alpha}{3\pi d_f^2 L_f} \quad (24)$$

### 2.4.3 不同裂缝宽度( $w$ )下, 类别3带未变形弯钩弓形钢纤维的能量贡献

(1)  $0 \leq w < l_{h1}$  时

$$G_{nIII} = \frac{N_t}{A_c} \int_0^{\pi/2} \int_{(L_f/2-l_{ce})\cos\beta}^{(L_f/2-l_{h1}-l_{h2})\cos\beta} g_{nIII} p(x) p(\beta) dx d\beta = \frac{4k\tau_{cs} l_{h2} w V_f \sin\alpha}{\pi d_f^2 L_f l_{h1}} [l_{ce} - (l_{h1} + l_{h2})] \cdot [l_{ce} + l_{h2} \cos\alpha - (l_{h1} + l_{h2})] \quad (25)$$

(2)  $w \geq l_{h1}$  时

$$G_{nIII} = \frac{N_t}{A_c} \int_0^{\pi/2} \int_{(L_f/2-l_{ce})\cos\beta}^{(L_f/2-l_{h1}-l_{h2})\cos\beta} g_{nIII} p(x) p(\beta) dx d\beta = \frac{2k\tau_{cs} l_{h1} l_{h2} V_f \sin\alpha}{\pi d_f^2 L_f} [l_{ce} - (l_{h1} + l_{h2})] \cdot [l_{ce} + l_{h2} \cos\alpha - (l_{h1} + l_{h2})] \quad (26)$$

2.4.4 不同裂缝宽度( $w$ )下,类别3带变形弯钩端弓形钢纤维的能量贡献

(1)  $w < l_{ce}$  时,摩擦能量为

$$G_{dIII} = \frac{N_t}{A_c} \int_0^{\pi/2} \int_0^{(L_f/2-l_{ce})\cos\beta} g_{dIII} p(x) p(\beta) dx d\beta = \frac{4kV_f w}{\pi d_f^2 L_f} \left\{ (L_f/2 - l_{ce}) \left[ F_{f2} + \frac{1}{2} \pi d_f \tau_f (L_f/2 + l_{ce} - w) \right] + \frac{1}{2} F_{f2} w \ln \frac{2l_{ce}}{L_f} \right\} \quad (27)$$

(2)  $l_{ce} \leq w \leq L_f/2$  时,摩擦能量为

$$G_{dIII} = \frac{N_t}{A_c} \int_0^{\pi/2} p(\beta) d\beta \left[ \int_0^{(L_f/2-w)\cos\beta} g_{dIII} p(x) dx + \int_{(L_f/2-w)\cos\beta}^{(L_f/2-l_{ce})\cos\beta} g_{dIII} p(x) dx \right] = \frac{kV_f}{3\pi d_f^2 L_f} \left\{ w \left[ (L_f/2 - w)(12F_{f2} + 3\pi d_f \tau_f L_f) + 6F_{f2} w \ln \frac{2w}{L_f} \right] + 3F_{f2} (w^2 - l_{ce}^2) + 2\pi d_f \tau_f (w^3 - l_{ce}^3) \right\} \quad (28)$$

$$\text{式中: } F_{f2} = \frac{\mu \sigma_y \pi r_f^2 \cos\varphi (3 - \mu \cos\varphi)}{6 \cos\alpha (1 - \mu \cos\varphi)^2}$$

(3)  $0 \leq w < l_{h1}$  时,弯钩端塑性变形能量为

$$G_{pIII} = \frac{2V_f w}{\pi d_f^2} (1 - 2l_{ce}/L_f) (e_{p1} + e_{p2}) \quad (29)$$

(4)  $l_{h1} \leq w < l_{h1} + l_{h2}$  时,弯钩端塑性变形能量为

$$G_{pIII} = \frac{2V_f}{\pi d_f^2} (1 - 2l_{ce}/L_f) (e_{p1} w + e_{p2} l_{h1}) \quad (30)$$

(5)  $w \geq l_{h1} + l_{h2}$  时,弯钩端塑性变形能量为

$$G_{pIII} = \frac{2V_f}{\pi d_f^2} (1 - 2l_{ce}/L_f) [(e_{p1} + e_{p2}) l_{h1} + e_{p2} l_{h2}] \quad (31)$$

综合公式(25)~(31),可得水泥基断面上类别3弓形钢纤维断裂能量贡献为

$$G_{III} = \begin{cases} G_{nIII} + G_{dIII} + G_{pIII} & 0 \leq w < l_{h1} \\ G_{nIII} + G_{dIII} + G_{pIII} & l_{h1} \leq w < l_{h1} + l_{h2} \\ G_{nIII} + G_{dIII} + G_{pIII} & l_{h1} + l_{h2} \leq w < l_{ce} \\ G_{nIII} + G_{dIII} + G_{pIII} & l_{ce} \leq w \leq L_f/2 \end{cases} \quad (32)$$

因此,由公式(21)~(24)和(32)可得,各裂缝宽度  $w$  下弓形钢纤维水泥基材料理论断裂能为

$$G_F = \begin{cases} G_{nI} + G_{nII} + G_{dIII} & 0 \leq w < l_{h1} \\ G_{nI} + G_{nII} + G_{dIII} & l_{h1} \leq w < l_{h1} + l_{h2} \\ G_{nI} + G_{nII} + G_{dIII} & l_{h1} + l_{h2} \leq w < l_{ce} \\ G_{nI} + G_{nII} + G_{dIII} & l_{ce} \leq w \leq L_f/2 \end{cases} \quad (33)$$

### 3 模型预测和试验数值比较

#### 3.1 试验概况和模型基本参数确定

表1所示为模型验证所采用试验的基本信息<sup>[9-10]</sup>.

表2所示为钢纤维弯钩端几何参数和混凝土基体性能,其中混凝土剪切强度值( $\tau_{cs}$ )可由公式(34)<sup>[11]</sup>确定

$$\tau_{cs} = a \sqrt{f_{cu,28}} \quad a = 1.11 \quad (34)$$

式中: $f_{cu,28}$ 为混凝土28d抗压强度.

剪应力( $\tau_f$ )可由公式(35)<sup>[12-14]</sup>确定

$$\tau_f = 0.2(f_{cu,28})^{0.7} \quad (35)$$

表1 弓形钢纤维混凝土直接拉伸试验相关基本信息

Tab.1 Experimental information of HSFRC direct tensile strength test

| 参数来源   | $f_{cu,28}/\text{MPa}$ | $E_f/\text{GPa}$ | $\sigma_y/\text{MPa}$ | $L_f/\text{mm}$ | $d_f/\text{mm}$ | $V_f/\%$ | 试件尺寸/(mm×mm)          |
|--------|------------------------|------------------|-----------------------|-----------------|-----------------|----------|-----------------------|
| 文献[9]  | 30                     | 200              | 1 000                 | 60              | 0.75            | 0.50     | $\Phi 150 \times 150$ |
| 文献[10] | MFRC1                  | 50               | 200                   | 1 000           | 60              | 0.75     | $\Phi 150 \times 150$ |
|        | MFRC2                  | 90               | 200                   | 1 000           | 30              | 0.50     | $\Phi 150 \times 150$ |

注: $E_f$ 为钢纤维弹性模量;MRC1和MRC2为两种不同配比的弓形钢纤维混凝土.

表2 弓形钢纤维弯钩端几何参数和混凝土基体性能

Tab.2 Geometry parameters of steel fiber hooked end and concrete matrix property

| 参数来源   | $\tau_{cs}/\text{MPa}$ | $\tau_f/\text{MPa}$ | $l_{h1}/\text{mm}$ | $l_{h2}/\text{mm}$ | $\rho_1/\text{mm}$ | $\rho_2/\text{mm}$ | $\alpha$ | $\varphi$ | $f$ |
|--------|------------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|-----------|-----|
| 文献[9]  | 6.1                    | 2.2                 | 2.78               | 2.62               | 3.44               | 3.62               | $\pi/4$  | $3\pi/8$  | 0.5 |
| 文献[10] | MFRC1                  | 7.8                 | 3.1                |                    |                    |                    | $\pi/4$  | $3\pi/8$  | 0.5 |
|        | MFRC2                  | 10.5                | 4.7                | 1.3                | 1.24               | 3.22               | $\pi/4$  | $3\pi/8$  | 0.5 |

注:  $\rho_1, \rho_2$  分别为弓形钢纤维弯钩端两弯曲段的曲率半径。

### 3.2 模型验证和评价

Li 等人<sup>[2]</sup>曾在平直纤维水泥基材料应力( $\sigma_c$ )和裂缝宽度( $w$ )本构关系基础上,对  $w = L_f/2$  时的断裂能进行理论计算. 现根据其所提出的  $\sigma_c - w$  关系,对  $w$  重新进行积分,可得到以下平直钢纤维水泥基材料断裂能与裂缝宽度关系( $G_F - w$ ).

$$G_F = \int_0^w \sigma_c dw = \frac{k\tau_f V_f L_f^2}{12d_f} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{2w}{L_f} \right)^3 \right] \quad (36)$$

将公式(36)、本模型以及试验结果进行比较,结果如图4所示. 由图4可以看到,在试验测量的裂缝宽度范围内,本模型基本上能够较为准确地预测各个裂缝宽度下弓形钢纤维混凝土断裂能,尤其当  $w \leq 1.5 \text{ mm}$  时;但随  $w$  增大,本模型理论预测值逐渐高于试验测量值. 而由公式(36)所得的  $G_F - w$  曲线则明显在试验测量曲线之下,证实了弓形钢纤维

与平直钢纤维在增韧机理上存在的明显差异.

由图4b可以看到,公式(36)得到的理论平直钢纤维混凝土断裂能曲线还是明显在试验测量曲线之下,而本模型曲线则略高于试验曲线. 本模型预测值偏高可能可以归结于水泥基体强度较高时,弓形钢纤维会发生弯钩端或纤维主体拉断现象,造成拔出能量的瞬间散失<sup>[15]</sup>. 虽然该试验报道中并未提及混凝土断裂面上弓形钢纤维拔出情况,但从混凝土基体 90 MPa 的高强度推测,断裂面上可能也存在少数拉断弓形钢纤维,减弱了混凝土断裂面上弓形钢纤维的整体增韧效果.

## 4 结语

对直接拉伸试验方法下弓形钢纤维增强水泥基材料断裂能模型的试验验证表明,由于纤维拉拔机理存在明显差异,用于预测平直钢纤维水泥基材料断裂能的模型明显不能适用于弓形钢纤维水泥基材料. 本研究所提出的模型理论预测结果与试验结果吻合良好,具有较好的准确性. 该断裂能模型与各细观参数,如弓形钢纤维长度、弯钩端几何参数和水泥基体强度等紧密相关,这意味着该模型不仅能够用于预测弓形钢纤维水泥基材料的断裂能,还能用于该类别材料的优化设计. 由于当水泥基体强度较高时,断裂面上可能会存在纤维拉断现象,但模型中尚未考虑,因此如何在模型中考虑钢纤维拉断行为将成为今后继续深入研究的一个重要方面.

### 参考文献:

- [1] Jain L K, Wetherhold R C. Effect of fiber orientation on the fracture toughness of brittle matrix composites [J]. Acta Metallic Material, 1992, 40(6): 1135.
- [2] Li V C. Postcrack scaling relations for fiber reinforced cementitious composites [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 1992, 4(1): 41.

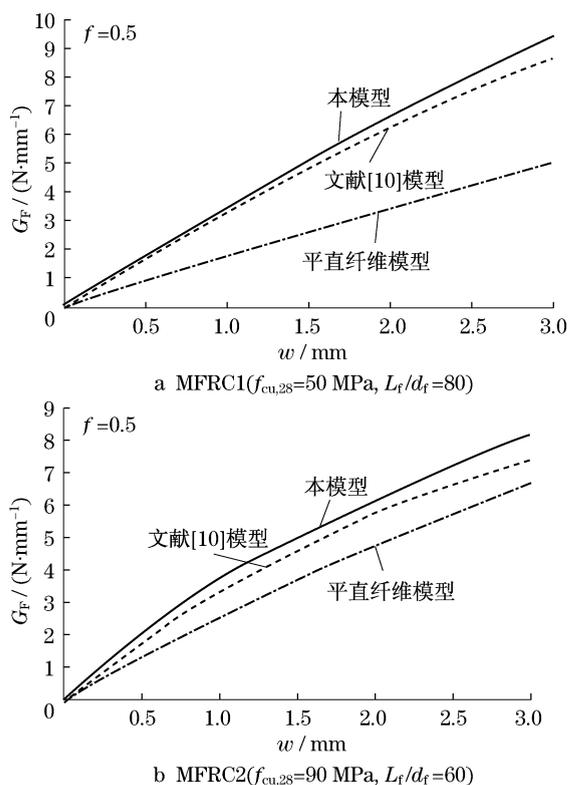


图4 弓形钢纤维混凝土  $G_F - w$  关系的试验验证  
Fig.4 Verification of  $G_F - w$  relation of HSFRC

(下转第 1339 页)