文章编号: 0253-374X(2010)09-1261-05

DOI: 10.3969/j. issn. 0253-374x. 2010. 09. 001

# 桁架结构优化设计的免疫克隆选择算法

李峰1,唐和生1,许锐1,薛松涛1,2

(1. 同济大学 结构工程与防灾研究所,上海 200092;2. 日本东北工业大学 工学部,日本 仙台 982 - 8577)

摘要:为了解决带有应力约束和位移约束的桁架的尺寸优化 问题,将免疫克隆选择算法应用于结构的尺寸优化设计.根 据免疫学基本原理,在基本克隆选择算法的基础上引入精英 策略,并给出合理的参数值.在桁架结构优化的数学模型中, 采用惩罚函数法处理违反约束的情况.最后对几个经典的桁 架进行了优化.数值结果表明,改进的免疫克隆算法收敛速 度快、鲁棒性好,可以应用于桁架结构的优化设计.

关键词:免疫克隆选择算法;桁架结构;尺寸优化;惩罚函数法;精英策略

中图分类号: TU 323.4; TU 311

文献标识码: A

# Immune Clonal Selection Algorithm for Truss Structure Optimal Design

LI Feng<sup>1</sup>, TANG Hesheng<sup>1</sup>, XU Rui<sup>1</sup>, XUE Songtao<sup>1,2</sup>

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Architecture, School of Engineering, Tohoku Institute of Technology, Sendai 982 – 8577, Japan)

Abstract: In order to solve the problem of size optimization of truss structures with stress and displacement constraints, immune clonal selection algorithm was adopted in this paper. Based on immunology theory, the Elitist Strategy was introduced to improve basic immune clonal selection algorithm, and the reasonable values of coefficients were proposed for improved algorithm. Penalty function method was used to deal with violated constraints in numerical model of truss structure optimal design. Several classical problems were solved by such improved algorithm. The numerical results show that the improved algorithm with good convergence and robustness can be applied to truss structure design.

**Key words:** immune clonal selection algorithm; truss structure; size optimization; penalty function method; elitist strategy

对于桁架结构,在给定结构形式、材料、布局拓 扑和形状的情况下,优化各个杆件的截面尺寸使结 构最轻,即尺寸优化.在尺寸优化中取杆件的横截面 积为设计变量. 在结构优化领域中, 优化准则 (optimality criteria, OC) 法[1] 与数学规划 (mathematical programming, MP)[2] 法等传统的算 法用于求解简单优化问题时效果较好,但用于进行 大型复杂的结构系统的优化,则通常会出现通用性 差、计算量大等缺点. 近来出现的一些启发式算法, 如蚁群克隆优化(ant colony optimization, ACO)、大 爆炸优化(big bang - big crunch, BBBC)、粒子群优 化(particle swarm optimization, PSO)等[3-7], 较之传 统的优化算法,不需要变量的梯度信息,不要求函数 的连续性和可微性,因此更适合于求解结构优化问 题. 但启发式算法共同的缺点是参数不易确定,参数 的设置通常会影响算法收敛的效果.

人工免疫系统(artificial immune systems, AIS) 是受理论免疫学与实验免疫学启发而提出的一种适应性系统,包含了所有从生物免疫系统中抽象出来的用于求解问题的系统或计算工具<sup>[8]</sup>.这一领域出现于 20 世纪 80 年代中期,它的应用涵盖了从生物学到机器人技术等诸多领域<sup>[9-11]</sup>.然而,在结构工程领域中,关于其在结构系统优化方面应用的文献很少.本文拟将 AIS 中的免疫克隆选择算法应用于桁架结构的尺寸优化,通过对典型桁架结构的优化并与相关文献的结果进行对照,以评价该算法用于桁架优化的效果.

# 1 免疫克隆选择算法

## 1.1 免疫学原理

所有的生物都有抵抗致病机体的能力. 这种致

收稿日期: 2009-06-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50708076)

病的机体被称作病原体,如病毒、细菌、寄生虫等.生物体内免疫系统的主要作用是保护生物体不受病原体的感染[12].克隆选择理论是解释生物体免疫系统工作的理论之一[13].免疫系统针对入侵的病原体所做出的反应被称作免疫响应,能够提高免疫系统反应的病原体则被称为抗原.免疫系统对感染的免疫响应的第一步是对入侵的病原体的识别.在生物体的适应性免疫系统中某些细胞的受体识别出入侵的病原体后,这些细胞被选择进行高速繁殖扩散,并与记忆细胞区分开来.在增殖期间,免疫细胞经受一个与病原体的亲合度成反比的控制突变过程,即具有较高亲合度的细胞发生较低的突变,而具有较低亲合度的细胞发生较高的突变.这种选择加突变的增殖的结果是免疫反应的成熟,使得免疫细胞可以对已知的病原体做出更好与更快的反应.

#### 1.2 算法描述

免疫克隆选择算法正是基于上述免疫学基本理论提出的,其基本思路见图 1. 算法的基本思想为: 首先计算当前代初始抗体群  $B_1(k)$  中抗体的亲和度,选择亲和度较高的抗体组成克隆抗体群  $B_2(k)$ ;  $B_2(k)$  经过克隆选择后组成新的抗体群  $B_3(k)$ ; 对  $B_3(k)$  进行突变操作得到新的抗体群  $B_4(k)$ ; 选择当前代初始抗体群  $B_1(k)$  中的精英抗体组成精英抗体群  $B_5(k)$ ,让其直接进入突变后的抗体群,从而组成新的抗体群  $B_6(k)$ ;选择  $B_6(k)$ 中亲和度较高的抗体组成下一代的初始抗体群  $B_1(k+1)$ . 重复这种学习进化过程,使抗体朝全局最优的方向进化.

$$\xrightarrow{P_1(k)} \xrightarrow{r_1} B_2(k) \xrightarrow{r_2} B_3(k) \xrightarrow{r_3} B_4(k) \xrightarrow{r_5} B_6(k) \xrightarrow{r_5} B_1(k+1) \xrightarrow{} B_5(k) \xrightarrow{} B_5(k) \xrightarrow{} B_6(k) \xrightarrow{} B_7(k+1) \xrightarrow{}$$

图 1 免疫克隆选择算法示意图

Fig. 1 Immune clonal selection algorithm

### 1.2.1 选择操作 r<sub>1</sub>

选择操作  $r_1$  是在第 k 代的抗体群  $B_1(k)$  中选择对抗原 亲和度 较高的抗体组成克隆抗体群  $B_2(k)$ . 计算抗体群中每个抗体对抗原的亲合度  $a_{ki}$ . 对于单目标最小值优化问题,第 i 个抗体对抗原的亲合度取目标函数值  $f_{ki}$  的倒数,即

$$a_{ki} = \frac{1}{f_{ki}} \tag{1}$$

第 k 代所有抗体对抗原的平均亲合度为

$$a_{\text{kavg}} = \frac{a_{k1} + a_{k2} + \dots + a_{kn}}{n} \tag{2}$$

式中: n 为抗体群中抗体的总数. 每个抗体对抗原的

亲合度与平均亲合度的比值定义为抗体的学习参数  $L_{ki}$ ,则

$$L_{ki} = \frac{a_{ki}}{a_{kava}} \tag{3}$$

设定选择阀值  $\beta$ ,选择  $L_{ki} \geqslant \beta$  的抗体组成克隆抗体 群  $B_{2}(k)$ .

#### 1.2.2 克隆操作 r<sub>2</sub>

克隆操作  $r_2$  是克隆抗体群  $B_2(k)$ 的抗体对自身完全相同的复制,抗体经过克隆后组成新的抗体群  $B_3(k)$ . 克隆抗体群  $B_2(k)$ 中的每个抗体克隆的倍数与自身的学习参数有关,学习参数大则克隆的倍数也较大.令  $C_{ki}$ 为克隆抗体群  $B_2(k)$ 中每个抗体 $x_{ki}$ 克隆自身的倍数,则

$$C_{ki} = [C L_{ki}] \tag{4}$$

式中:C 为每个抗体进行克隆的基数; $\lceil \rceil$ 表示向上取整数.

### 1.2.3 突变操作 r<sub>3</sub>

突变操作  $r_3$  是对免疫系统学习识别外部模式、抗体基因变异和编辑过程的模拟,克隆后的抗体群  $B_3(k)$  经过突变之后组成抗体群  $B_4(k)$ . 突变操作是抗体进行的高速变异以使抗体群保持或增加多样性的操作. 一些抗体在突变过程中可能获得提高其与抗原亲合度的机会. 基因变异操作的基本内容是对抗体的某些基因位置上的基因值作变动. 本文采用文献[14]中的 SBX(simulated binary crossover)算子.

#### 1.2.4 精英策略 r<sub>4</sub>

为防止抗体群劣化,在克隆前的抗体群 $B_1(k)$ 中选择对抗原亲和度较高的抗体组成抗体群 $B_5(k)$ ,让其直接加入突变后的抗体群 $B_4(k)$ 组成新的抗体群 $B_6(k)$ .精英策略 $r_4$ 保证了优秀的抗体所携带的信息不会在突变的过程中丢失,从而引导抗体群朝着较优的方向进化.选择的精英抗体数占克隆前的抗体群的规模的比例,定义为精英比例系数E.

#### 1.2.5 缩减操作 r<sub>5</sub>

如果不对抗体群的抗体总数进行控制,则抗体的数目会迅速增长,很快便耗尽计算机的资源.因此,每个迭代步中,在抗体群  $B_6(k)$ 选择对抗原亲和度较高的前 P 个抗体组成下一步迭代的初始抗体群  $B_1(k+1)$ .缩减操作保证了每个迭代步开始时抗体群的规模为定值.

# 2 空间桁架结构优化

### 2.1 桁架结构截面优化的数学模型

桁架结构优化设计的目的是设计出满足所有约束条件的质量最轻的结构.以 n 杆桁架结构系统为研究对象,基本参数已知,优化目标是在给定的荷载条件下找出 n 杆桁架的最优截面面积使结构质量最轻.因此,其数学模型可表示为

$$\mathbf{A} = [A_1, A_2, \cdots, A_n]^{\mathrm{T}}$$

$$\min W = \sum_{i=1}^{n} \rho_i A_i L_i + \lambda M \qquad (5)$$
s.t.  $g_i^{\sigma}(A) = [\sigma_i] - \sigma_i \geqslant 0 \ (i = 1, 2, \cdots, K)$ 

$$g_{jl}^{u}(A) = [u_{jl}] - u_{jl} \geqslant 0$$

$$(j = 1, 2, \dots, m; l = 1, 2, \dots, N)$$
(7)

$$A_{\min} \leqslant A \leqslant A_{\max}$$
 (8)

$$\lambda = 0.1 \tag{9}$$

式中: $A = [A_1, A_2, \cdots, A_n]^T$  为设计变量;n 为变量连接后杆件的组数;W 为结构的质量; $\rho_i, A_i, L_i$  分别为第i 组杆件的密度、截面面积及长度; $\lambda$  为惩罚因子,当结构设计变量满足约束条件时 $\lambda = 0$ ,否则 $\lambda = 1$ ;M 为预先定义的一个大数; $g_i^a(A), g_h^a(A)$ 分别为应力约束和位移约束; $[\sigma_i]$ , $\sigma_i$  分别为第i 组杆件的应力允许值和各种工况下的最不利应力值; $[u_{ji}]$ , $u_{ji}$ 分别为特定节点j 在给定方向l 上的位移允许值和各工况下最不利位移值;K 为杆件数;m 为节点数;N 为节点位移约束维数; $A_{min}$ , $A_{max}$ 为杆件截面尺寸约束的下限与上限.

#### 2.2 基于免疫算法的桁架尺寸优化程序

基于免疫算法的桁架尺寸优化步骤如下:

step1:设置程序参数,在可行空间内初始化抗体群,k=0.

step2:进行结构分析并计算每个抗体的目标函数值,对违反约束的抗体进行惩罚.

step3:按照亲和度由大到小的顺序排列抗体,取前n个抗体进行下一步操作.

step4:计算出所有抗体的亲和度的平均值,并依此计算出每个抗体的学习参数,选取学习效果好的抗体组成克隆抗体群.

step5:计算克隆抗体群的平均学习效果,计算出每个抗体克隆的倍数,并进行克隆组成新的抗体群.

step6:对克隆后的抗体群进行突变操作.

step7:选取克隆前的部分亲和度高的抗体,将其

加入突变后的抗体群,组成新的抗体群.

step8: k = k + 1;返回 step2,直至达到最大的迭代代数.

step9:输出当前抗体群中亲合度最小的抗体及对应的目标函数值.

# 3 数值模拟与结果分析

为验证本文算法的有效性,现对两个常用的桁架优化算例进行优化设计.采用 MATLAB 编程,实数编码,抗体对抗原的亲合度取桁架总质量的倒数. 参数选取如下:抗体群规模 P=200,最大迭代代数  $I_{\rm m}=200$ ,突变概率  $P_{\rm m}=0.2$ ,精英比例系数 E=0.2,克隆基数 C=5.

#### 3.1 算例

算例 1:25 杆空间桁架(多工况). 图 2 所示为 25 杆空间桁架,应力约束为[-275.8,275.8] MPa, E=68 947 MPa,  $\rho=2$  678 kg·m<sup>-3</sup>,1,2 节点的最大竖向位移不能超过  $d_{\max}=8.889$  mm, L=635 mm. 节点荷载工况见表 1,杆件分组见表 2.

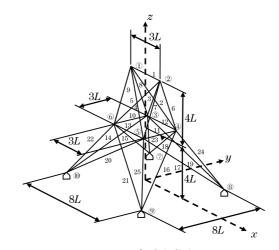


图 2 25 杆空间桁架 Fig. 2 25 bar space truss

表 1 25 杆桁架荷载工况

Tab.1 Multiple loading cases for the 25 bar space truss

工况	节点号	$F_x/\mathrm{kN}$	$F_y/\mathrm{kN}$	$F_z/\mathrm{kN}$
	1	4.448	44.482	- 22.241
1	2	0	44.482	- 22.241
1	3	22.241	0	0
6		22.241	0	0
2	1	0	88.964	- 22.241
2	2	0	- 88.964	- 22.241

表 2	25 杆空间桁架多工况优化设计结果	

Tab. 2 Designs for the 25 bar space truss under multiple loading cases

组号	₩ D.	杆件截面面积/mm²						
纽罗	杆件号	本文	文献[1]	文献[3]	文献[4]			
1	1	6.452	6.452	6.452	6.452			
2	2,3,4,5	$1\ 317.856$	1 281.933	$1\ 349.675$	$1\ 290.320$			
3	6,7,8,9	1937.180	1 931.609	1912.254	1913.545			
4	10,11	6.452	6.452	6.452	6.452			
5	12,13	6.452	6.452	6.452	7.742			
6	14,15,16,17	440.914	441.289	444.515	444.515			
7	18,19,20,21	$1\ 047.184$	1 081.933	1 032.901	$1\ 083.224$			
8	22,23,24,25	1723.769	1717.416	1732.900	1721.287			
质量/kg		247.227	247.284	247.380	247.448			

在相同的约束条件下,随机对结构优化 10 次,收敛曲线见图 3,优化结果与其他文献的结果进行比较,见表 2.

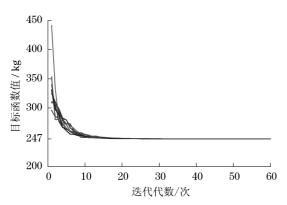


图 3 25 杆空间桁架的收敛曲线

Fig. 3 Convergence curves of 25 bar space truss

算例 2:72 杆空间桁架(多工况). 图 4 是 4 层的 72 杆空间桁架结构, 杆件分为 16 组, 约束条件为:  $1\sim16$  节点沿 x,y 的最大位移不能超过 6.35 mm, 最大允许应力[-172.375,172.375] MPa. 两种不同工况的荷载作用位置及大小见表 3,截面分组见表 4.

在相同的约束条件下,随机对结构优化 10 次,收敛曲线见图 5,优化结果与其他文献的结果比较见表 4、表 5.

表 3 72 杆桁架荷载工况

Tab.3 Multiple loading cases for the 72 bar space truss

荷载工况	节点号	$F_x/\mathrm{kN}$	$F_y/\mathrm{kN}$	$F_z/\mathrm{kN}$
1	1	22.241	22.241	- 22.241
	1	0	0	-22.241
	2	0	0	- 22.241
2	3	0	0	-22.241
	4	0	0	-22.241

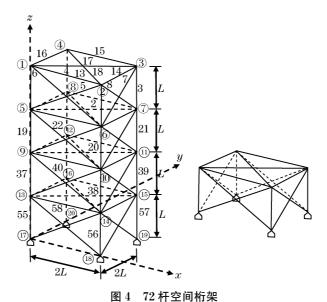


图4 化作空间侧条

Fig. 4 72 bar space truss

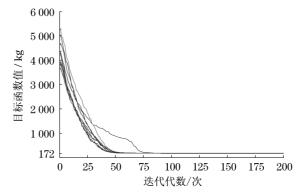


图 5 72 杆空间桁架的收敛曲线

Fig. 5 Convergence curves of 72 bar space truss

### 3.2 结果分析

免疫克隆选择算法在参数不变且约束条件相同的前提下,分别对算例结构进行多次随机优化.本文优化结果以及相关文献的优化结果分别见表 2、表 4 与表 5. 由表 2 和表 5 知,对于 25 杆桁架,克隆选择

算法 10 次随机优化的结果相同,都是 247.227 kg, 优于其余 3 篇文献的结果.由图 3 可知,克隆选择算法的全部 10 次搜索在 40 代以内已经收敛.由表 4 与表 5 知,对于 72 杆桁架,克隆选择算法 10 次随机优化的最优结果为172.376 kg,最差结果为 172.826

kg,平均值为172.617 kg.本文优化的最优值与平均值稍差于文献[1]与文献[3]的最优结果,但优于其余文献的最优结果.由图5知,全部10次随机搜索在90代以内已经收敛,而文献[7]则需要迭代500代.

表 4 72 杆空间桁架多工况优化设计结果

Tab.4 Designs for the 72 bar space truss under multiple loading cases

			-8						
<b>2</b> □ □.	+T /+ □	杆件横截面面积/mm²							
组号	杆件号 -	本文最优	本文最差	文献[1]	文献[2]	文献[3]	文献[7]	文献[15]	
1	1—4	100.719	100.085	101.355	102.258	100.968	100.740	103.871	
2	5—12	356.693	384.716	345.548	382.967	355.290	360.280	359.354	
3	13—16	275.487	259.914	264.258	220.258	253.032	269.200	243.225	
4	17—18	366.653	377.553	367.290	391.999	382.064	367.690	326.451	
5	19—22	346.630	323.234	326.903	170.516	336.064	342.920	394.193	
6	23-30	330.498	312.132	335.483	353.548	333.677	336.700	343.225	
7	31—34	64.503	64.500	64.516	64.516	64.774	64.516	64.516	
8	35—36	64.501	64.573	64.516	97.355	64.839	64.516	64.516	
9	37—40	873.961	892.243	825.869	713.999	804.902	870.230	803.869	
10	41—48	328.340	340.124	332.128	373.741	339.935	318.260	338.064	
11	49—52	64.500	64.503	64.516	64.516	64.516	64.516	64.516	
12	53—54	64.514	64.501	64.516	64.516	65.290	64.516	64.516	
13	55—58	1 169.264	$1\ 136.727$	$1\ 224.062$	1 340.901	1 198.514	1 188.000	1 172.900	
14	59—66	324.936	321.507	332.774	324.774	326.386	325.44	338.060	
15	67—70	64.507	64.511	64.516	64.516	64.516	64.516	64.516	
16	71 - 72	64.500	64.501	64.516	64.516	64.516	64.516	64.516	
质量/kg		172.376	172.826	172.190	176.280	172.297	172.440	172.910	

表 5 10 次随机优化的结果

Tab.5 Results over 10 runs

结构	4±±±					结	构的总质量。	/kg				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均值	
	25 杆	247.227	247.227	247.227	247.227	247.227	247.227	247.227	247.227	247.227	247.227	247.227
	72 杆	172.638	172.376	172.573	172.681	172.667	172.826	172.631	172.493	172.480	172.809	172.617

综上可知,本文所提的克隆选择算法收敛速度 快,稳定性好,可以有效地进行桁架结构的优化 设计.

4 结语

免疫克隆选择理论是一种解释免疫系统如何对病原体产生反应的理论.与其他的进化算法相比,免疫克隆选择算法具有思路简单、易于实现等优点.精英策略的引入,保证了优秀抗体所携带的信息不会在突变过程中丢失,可以有效地引导抗体朝着较优的方向进化.相较于传统的优化算法,本文所提的免疫克隆选择算法不需要变量的梯度信息,不要求目标函数的连续性和可微性,更适合于求解带约束条件的工程优化问题. 桁架结构尺寸优化算例的结果

表明,本文采用的带精英策略的免疫算法收敛速度 快,且具有良好的鲁棒性,可以成功地进行桁架结构 的优化设计.

#### 参考文献:

- [1] Zhou M, Rozvany G I N. DCOC; an optimality criteria method for large systems, part []; algorithm [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 1993, 6(4); 250.
- [2] Schimit L A Jr, Farshit B. Some approximation concepts for structural synthesis[J]. AIAA Journal, 1974, 12(5):692.
- [3] Charles C V. Design of space trusses using big bang-big crunch optimization[J]. Journal of Structural Engineering, 2007, 133 (7):999.
- [4] Camp C V, Bichon B J. Design of space trusses using ant colony optimization[J]. Journal of Structural Engineering, 2004, 130 (5):741.

(下转第1297页)