Vol. 38 No. 10 Oct. 2010

文章编号: 0253-374X(2010)10-1403-06

DOI:10.3969/j.issn.0253-374x.2010.10.001

加权约束最小二乘法计算等效静力风荷载

周晅毅1,顾明1,李 刚2

(1. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室,上海 200092; 2. 广东省公路勘察规划设计院有限公司,广东 广州 510507)

摘要:基于平均风压与脉动风压根方差相组合的分布模式, 利用加权约束最小二乘优化方法计算等效静力风荷载,在计 算时通过约束条件来限制等效荷载的大小,并通过引入权值 因子确保等效荷载作用下典型响应的正确性.算例分析结果 表明,该方法可用于计算大跨结构的多个目标峰值响应,克 服了传统方法仅能等效单个响应的缺陷,对绝对值较大的目 标响应等效精度较高,并且典型响应的等效精度要大于一般 响应:同时可以有效控制等效荷载的大小,计算得到的等效 荷载变化比较均匀,没有出现风压大小及方向剧烈变化的 情况

关键词:大跨度屋盖结构;等效静力风荷载;加权约束最小 二乘法;权值因子 中图分类号: TU 311.3

文献标识码:A

Weighted Constrained Least Squares Method for Calculating Equivalent Static Wind Loads of Large-span Roof

ZHOU Xuanyi¹, GU Ming¹, LI Gang²

(1. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Guangdong Highway Design Institute Co., Ltd., Guangzhou 510507, China)

Abstract: Based on the wind pressure distribution mode in which mean wind pressures are used together with RMS pressures, weighted constrained least squares method is adopted to calculate equivalent static wind loads for large-span roofs. In order to limit the range of the equivalent static wind loads, the constraint conditions are employed. Further, weighting factors are introduced to improve the accuracy of typical responses. The equivalent static wind loads in the paper can reproduce simultaneously several peak responses, whereas traditional methods just lead to equivalent loads which only target one certain response. Finally, the method is applied to a real large-span roof, and high accuracy is found for responses the absolute values of which are large to some

extent. It is also found that typical responses have higher accuracy than non-typical ones for the usage of weighting factor. Meanwhile, the distribution of equivalent static wind loading calculated through the method is found to be reasonable, in which the gradient of wind loading are small and no oscillating results are observed.

Key words: large-span roof; equivalent static wind loads; weighted constrained least squares method; weighting factor

计算大跨度屋盖结构等效静力风荷载 (equivalent static wind loads, ESWL) 一般有 2 种思 路.第1种是阵风荷载(响应)因子法.1967年, Davenport 借助阵风荷载(响应)因子(gust loading factor)的概念最先开展了这方面的研究,奠定了等 效静力风荷载理论研究的基础[1]. 阵风荷载因子法 最开始用于高层高耸结构,后来被应用到大跨度屋 盖结构. Uematsu 对平屋盖在不同流场进行了刚性 模型试验[2-3],提出了阵风荷载因子经验公式,该方 法考虑了紊流度、结构跨高比、主梁位置等因素.荷 载响应相关法(load-response-correlation, LRC法)^[4] 的提出使背景等效风荷载的计算有了坚实的力学原 理,在此基础上产生了第2种思路——三分量法.代 表性的成果是 Holmes 给出了由平均风荷载、背景等 效风荷载以及多阶共振响应分量产生的惯性风荷载 组合而成的等效静力风荷载计算方法^[5].之后,许多 研究工作不断完善了三分量法[6-10].后来的惯性风 荷载法「11]认为脉动风对应的等效静力风荷载可以 用结构的惯性力表示,中国建筑结构荷载规范[12]中 就采用了此方法.中国规范实际上采用的也是一种 阵风荷载因子法,只不过其阵风荷载因子由惯性力 表示.

然而前人方法用于大跨结构时有一个明显的不

收稿日期: 2009-06-15

基金项目:科技部国家重点实验室基金资助项目(SLDRCE 10-B-04);国家自然科学基金创新研究群体科学基金资助项目(50621062)

作者简介:周晅毅(1975—),男,讲师,工学博士,主要研究方向为结构抗风. E-mail:zhouxytj@tongji.edu.cn

足之处,即得到的等效风荷载只能适用于某单独的 响应,而不适用于设计关注的多个响应.针对这一问 题,很多研究人员开展了相关工作.陈贤川^[13]通过 求解方程组最小二乘解来计算一致等效静力风荷 载,即可以同时等效多个响应的等效静力荷载. Katsumura也提出了类似的方法,将等效静力风荷 载表示为本征模态的组合,但不是采用最小二乘法 求解等效静力风荷载,而是根据平衡方程直接求 解^[14-15].之后,梁枢果^[16]在计算大跨度屋盖结构的 等效静力风荷载时采用了极值效应等效静力风荷载 的概念,并运用了数值优化原理.以上文献中所采用 的最小二乘法都属于无约束的最小二乘法,可以通 过广义逆的求解而得到.

文献[13-16]在计算等效多个响应的一致等效 静力荷载时,尽管目标响应的等效误差很小,但由于 没有对等效荷载的分布进行深入探讨,结果导致等 效荷载的分布并不合理.表现之一就是等效静力风 荷载可能达数百甚至数千帕,并且分布会特别集中 或者荷载变化非常剧烈.本文的静力等效风荷载方 法同样是直接等效结构的多个峰值响应,为了克服 上述的缺陷,利用约束最小二乘优化方法计算大小 及分布相对合理的等效静力风荷载,并且尝试放松 一般响应的等效精度,通过引入权值因子确保等效 荷载作用下典型响应的正确性,在此称为加权约束 最小二乘法.笔者对目标函数中的等效荷载分布形 式进行了模式化规定,在此选择平均风压与脉动风 压根方差相组合的分布模式,并将此方法应用到一 个实际大跨屋盖结构,对其适应性进行评价.

1 等效静力风荷载的求解方法

1.1 等效荷载的分布模式^[17]

用于优化的目标函数采用平均风压与脉动风压 根方差相组合的分布模式。目标函数为

 $P_{e} = 2P_{mean} + diag(P_{ms})k_{eG}$ (1) 式中: P_{e} 为待求的等效静力风荷载,即可以同时等效 多个响应的等效静力荷载; P_{mean} 为平均风荷载,来自 风洞试验数据;diag(•)将向量扩展为对角阵; P_{ms} 为脉动风荷载均方根,来自风洞试验数据; k_{eG} 为待定 的修正系数向量, $k_{eG} = [k_{eG,1}, k_{eG,2}, ..., k_{eG,n}]^{T}$,其中 $k_{eG,i}$ 为第 i 分量的修正系数.在平均风荷载 P_{mean} 前 面乘以 2,相当于事先增加平均风荷载的权值而减少 脉动风荷载均方根的权值.需指出的是,这里对等效 静力风荷载的每一个分量都采用不同的修正系数.

1.2 目标函数和约束条件

各响应的平衡方程组用影响系数矩阵可以统一 表示为

$$\boldsymbol{I} \boldsymbol{P}_{e} = \boldsymbol{R} \tag{2}$$

式中: I 为目标响应对应的影响系数向量, $I = [I_1, I_2, ..., I_n]^T$, 其中 I_1, I_2, I_n 为对应不同响应的 影响系数矢量; R 为峰值响应 R_i 组成的矢量, 可通 过时域或频域方法计算得到, 本文采用时域方法, 在 此认为 R 为目标响应. 响应可以是位移、单元内力 等. 如果对式(2)直接求解,则将得到分布不合理的 等效风荷载. 为了克服这个缺陷, 利用约束最小二乘 优化方法, 在满足矢量 IP_e 与 R 尽可能相近的基础 上, 通过约束条件控制待求等效荷载 P_e 的大小.

目标函数及约束条件分别为

$$T(k_{eG}) = \min \| \mathbf{W} \{ \mathbf{I} [2\mathbf{P}_{mean} + \operatorname{diag}(\mathbf{P}_{ms}) \mathbf{k}_{eG}] - \mathbf{R} \} \|_{2}$$

$$k_{eG,\min} \leqslant k_{eG} \leqslant k_{eG,\max}$$
(3)

式中: || • ||₂ 表示向量的 Euclid 范数; W 为权值因 子,根据具体要求而确定,引入权值因子可以人为提 高设计人员关心的典型响应的等效精度.目标函数 为对 k_{eG}的函数, k_{eG,max}和 k_{eG,min}分别为 k_{eG}的上下限. 这里通过约束条件控制等效静力风荷载的数值大 小. k_{eG,max}和 k_{eG,min}可间接控制 P_e 的数值大小,但其 上下限不能直接得出,可以通过试算得到.通过优化 得到 k_{eG}的最优解后,代入式(1)即得等效静力风荷 载.本文的优化问题是在一定约束条件下,计算线性 系统的最小二乘解,由于引入了权值因子,因而属于 加权线性约束最小二乘问题.计算经验表明,当目标 函数的误差限制取为 10⁻⁶时,所得计算结果一般都 足够 精确.本文的计算 将误差 限制统一设定 为 10⁻¹⁰.

1.3 误差判别标准

由于屋盖结构有多个典型的控制响应,因此需 建立比较2组向量(即目标响应向量和等效向量)的 判断标准.对于2组非零向量{X}和{Y},为判别其相 对误差,可以对向量的每一个元素计算相对误差以 判断该元素的误差大小,但这无法从整体上反映其 误差,而且也不能给人以直观的感受.为解决这个问 题,根据向量的长度、向量之间的夹角以及2个向量 的标准差来定义向量之间的误差,这样就可以比较 全面地分析误差.在欧氏空间中,向量{X}的长度定 义为 $\|{X}\|_2 = \sqrt{{X}^T{X}}.$ 非零向量{X}和{Y}的夹 角 θ 定义为 θ = $\arccos\left(\frac{{X}^T{X}}{\|{X}\|_2\|{Y}\|_2}\right)$.夹角可以 用于判断{X}向量相对于{Y}向量在分布规律上的 误差,当其空间分布规律相同时, $\theta = 0^{\circ}$.定义非零向 量 $\{X\}$ 和 $\{Y\}$ 的长度比 λ 及 $\{X\}$ 和 $\{Y\}$ 的相对偏差 e

$$\lambda = \frac{\|\{X\}\|_2}{\|\{Y\}\|_2} \qquad e = \frac{\|\{X\} - \{Y\}\|_2}{\|\{Y\}\|_2} \qquad (4)$$

 λ , e 可用于判断 2 个向量数值上的总体误差, 当 2 个向量完全相等时, $\lambda = 1$, e = 0.此外, 为了直观 地反映{X}和{Y}各元素相对大小以及 2 个向量是否 线性相关,可以作出 2 组向量之间的相关图.

2 方法运用及分析

2.1 研究对象简介及峰值响应的计算

以圆柱面双层网壳结构为研究对象对该方法 的适应性进行分析.结构跨度 103 m、高 40 m、长 140 m、矢跨比为 0.39.风洞测压试验在同济大学 土木工程防灾国家重点实验室风洞试验室的 TJ-2 大气边界层风洞中进行.几何缩尺比为 1/150.试 验模拟了 B类地貌(模型见图 1),平均风速剖面指 数为 0.16,屋盖顶部的紊流度为 15%.由于圆柱面 网壳内外表面同时受风,每个测点位置需布置内、 外表面 2 个测压孔,以同时测量该点处内外表面的 压力.在模型上总共布置了 215 个测点(430 个测 压孔).



图 1 风洞试验刚性模型 Fig.1 Rigid model for wind tunnel test

首先对结构自由振动特性进行分析,结构第1 阶自振频率为1.38 Hz,振型分布比较密集.第1阶 模态以网壳结构端部跨中位置处的竖向振动为主, 第2阶为整个结构的横向振动,第3阶为竖向和横 向耦合振动.基于风洞试验结果应用时程分析法计 算了50年重现期下的结构响应.主要计算参数如 下:①地貌类型B类;②基本风压0.80 kPa(50年重 现期);③结构阻尼比 ζ ,阻尼常数 α = 0.09074, β = 0.00110.

屋盖表面风荷载及风振响应特性的结果参见 文献^[18-19].

2.2 等效静力风荷载分析

2.2.1 等效静力风荷载的分布特性分析

为不失一般性,等效静力风荷载的计算均以90°风向为例,其他风向可采用相同方法进行分析.针对 网壳结构上层节点的1260个 y向(沿跨度方向)位 移、1260个 z向(竖直向下)位移以及上层2521个 单元轴力分别给出等效静力荷载.尽管在这里没有 对所有节点及内力进行等效荷载计算,但上层节点 位移及杆件轴力的计算结果应能完全反映整个结构 的情况.为了突出典型响应的等效精度,将其对应的 权值因子设置得比一般响应高,在此将其设为10.0; 对于其余的一般响应,权值因子均设置为1.00.典型 节点及单元的位置见图2、图3.



Fig.3 Position of typical elements

这里将 k_{eG} 的初值设为零.经过试算, k_{eG} 的上下 限 $k_{eG,max}$, $k_{eG,min}$ 分别设置为 + 10, - 10 时, P_{ey} (y 向 位移等效静力风荷载)、 P_{ez} (z 向位移等效静力风荷 载)和 P_{ef} (内力等效静力风荷载)能控制在 - 3.0~ 5.0 kPa 以内.等效静力风荷载的等压图即等效静力 风压图如图 4.图中可见,通过设置适当的约束条件, 确实有效控制了等效荷载的大小,避免了出现数百 帕甚至千帕的现象.各组等效静力风荷载的范围 P_{ey} 为-2.89~4.81 kPa, P_{ez}为-2.67~4.50 kPa, P_{ef} 为-2.66~4.07 kPa,这样的荷载范围与屋面峰值 的风压基本一致.图中同时也反映出风荷载变化比 较均匀;尽管沿风向方向风荷载依次出现正、负、正 的符号变化,但没有出现大小及方向剧烈变化的情 况.以上表明优化计算能够得到分布及大小比较合 理的等效荷载.



图 4 各组等效静力风压(单位:kPa) Fig.4 Equivalent static wind loads(unit:kPa)

2.2.2 等效静力风荷载的一致性分析

一致性指各组等效静力风荷载对所有目标响应 的等效精度.考察的步骤是:先将每组等效静力风荷 载施加到结构上,求解目标响应的等效静力响应,然 后将得到的等效静力响应与时程分析方法得到的峰 值响应(在此认为是目标响应)对比,给出两者的相 关图,并按照1.3节的误差判别标准进行误差分析, 分析结果如图 5. 图中的每个点表示网壳上层的 1 个 节点,各点的横坐标表示在等效静力风荷载作用下 该点的等效静力响应,而纵坐标表示时程分析方法 得到的该点峰值响应.如果等效静力响应与峰值响 应(目标值)相等,则该点落在图中的直线(称为对角 线)上;点离对角线的距离越远,表明等效静力响应 与峰值响应的差别越大.目标响应大于零的点在对 角线上方,表示目标响应比等效静力响应大;而目标 响应小于零的点在对角线下方,表示目标响应比等 效静力响应小,或者说目标响应的绝对值更大.

从图 5 可见,由于引入了权值因子,典型响应的 等效精度明显大于一般响应,从反映相对偏差 e 和 反映空间分布规律 θ 这 2 个参数可以得到证实.大 部分节点都在对角线上, λ 均大于 0.95;尤其对于 z向位移及内力的等效结果, λ 已经非常接近 1.0,说 明具有很高的等效精度.对一般响应等效结果而言, 图中也反映出部分节点偏离对角线,尤以在 P_{ey} 作用 下的 y 向位移响应相对突出一些;进一步可发现偏 离对角线的响应绝对值都非常小(一般在零左右), 也正是由于这些响应导致相对偏差 *e* 及 θ 略偏大, 分别大于 14%及 8%.显然这些绝对值小的响应并 不起控制作用,由于绝对值大的响应等效精度较高, 这就证明了本文方法的适应性.

为了探讨引起误差的原因,从平均响应、背景分 量及共振分量的相对比例关系进行进一步分析.峰 值响应 \hat{R}_{Peak} 可表示为 $\hat{R}_{\text{Peak}} = \overline{R} \pm g_{\sigma}$,其中 \overline{R} 表示峰 值响应中的平均分量,g为峰值因子,按极值的概率 分布来确定峰值因子,当g = 2.5时^[20],保证率为 99.38%;σ为计算得到的响应均方根;式中的"±" 是为了使 \hat{R}_{Peak} 取得最大值. 用 $g_{\sigma_B}, g_{\sigma_R}$ 分别表示峰 值响应中的背景、共振分量.在算例中,背景、共振分 量相对平均响应的比例分布在一定的范围内.对于 绝对值比较大的竖向位移, \overline{R} , g_{σ_B} , g_{σ_R} 的相对大小 为1.0,0.4~0.8,0.5~1.0;而对于绝对值比较大的 水平位移, \overline{R} , $g_{\sigma_{\rm B}}$, $g_{\sigma_{\rm R}}$ 的相对大小为 1.0, 1.0~ 2.5,2.5~3.5.从中可以发现平均分量对于较大绝 对值竖向位移的贡献明显大于其对水平位移的贡 献;而共振分量在绝对值较大竖向位移时的比例处 于优势.由于采用以平均荷载为主、附加脉动荷载为 修正量来构建初始等效荷载,该荷载分布模式可以 较好地反映大跨结构的平均风荷载引起响应的空间 分布规律,但是不易反映动力响应的空间分布.因此 上述各分量比例状况在一定程度上说明了图 5 中绝 对值较大的水平位移计算误差大于竖向位移响应误 差的原因.对于绝对值比较小的竖向位移, \bar{R} , $g\sigma_{\rm B}$, $g\sigma_{\rm R}$ 的相对大小为1.0,0.4~0.8,0.6~1.7;而对于 绝对值比较小的水平位移, \bar{R} , $g\sigma_{\rm B}$, $g\sigma_{\rm R}$ 的相对大小 为1.0,0.4~0.5,0.6~1.0.可见对于绝对值比较小 的竖向及水平位移,平均和共振分量均有较大贡献. 因此笔者认为,图 5 中绝对值比较小的响应误差主 要来源于数值计算的误差,而不是初始等效荷载本 身的特点导致了较大误差.



Fig.5 Comparison between the peak responses by time-domain analysis and those reproduced by ESWL

另外需要指出的是,文献[17]中曾采用过包含1 倍平均荷载的初始荷载模式.在这样的荷载模式下, 等效静力风荷载的等效精度有所下降,但下降幅度 很小,最大幅度也仅为2.2%.原因在于修正系数的 作用抵消了初始等效荷载模式中平均荷载的贡献. 因而可以认为本文采用包含2倍平均荷载的初始荷 载模式并没有导致额外的计算误差.

E系数的 参考文献: 的贡献.

也进行了较深入的探讨.

[1] Davenport A G. Gust loading factor [J]. ASCE Journal of the Structural Division, 1967, 93(ST3):11.

等效精度大于一般响应.对该方法引起误差的原因

- [2] Uematsu Y, Yamada M, Karasu A. Design wind loads for structural frames of flat long-span roofs:gust loading factor for the beams supporting roofs[J]. Wind Eng Ind Aerodyn, 1997, 66:35.
- [3] Uematsu Y, Watanabe K, Sasaki A, et al. Wind-induced dynamic response and resultant load estimation of a circular flat roof [J]. Wind Eng Ind Aerodyn, 1999,83:251.
- [4] Kasperski M. Extreme wind load distributions for linear and nonlinear design[J]. Engineering Structures, 1992, 14:27.
- [5] Holmes J D. Effective static load distributions in wind engineering [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2002, 90:91.
- [6] 武岳,陈波,沈世钊.大跨度屋盖结构等效静风荷载研究[J]. 建筑科学与工程学报,2005,22(4):27.
 WU Yue, CHEN Bo, SHEN Shizhao. Research on equivalent static wind loading of large-span roof structures[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering,2005,22(4):27.

3 结语

基于平均风压与脉动风压根方差相组合的分布 模式,利用加权约束最小二乘优化方法计算等效静 力风荷载,得到的等效荷载可以直接计算结构的多 个峰值响应;在优化过程中通过约束条件来限制等 效荷载的大小,并且引入权值因子提高了典型响应 的等效精度.算例分析表明该方法能够得到分布较 为合理的等效荷载分布,有效控制了等效荷载的大 小,并且其变化比较均匀,没有出现大小及方向剧烈 变化的情况;同时也表明等效静力风荷载能较精确 等效多个绝对值较大的目标响应,并且典型响应的

- [7] 周晅毅,顾明.大跨度屋盖结构考虑模态耦合的抖振共振响应 分析方法[J].振动工程学报,2006,19(2):179.
 ZHOU Xuanyi,GU Ming. Analytical approach considering modal coupling effects for buffeting resonant response of large-span roof structures[J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, 19 (2):179.
- [8] 顾明,周晅毅.大跨度屋盖结构等效静力风荷载方法及应用
 [J].建筑结构学报,2007,28(1):125.
 GU Ming,ZHOU Xuanyi. Equivalent static wind loads of large-span Roof structures. Journal of Building Structures, 2007,28 (1):125.
- [9] 陈波,武岳,沈世钊.大跨度屋盖结构等效静力风荷载中共振 分量的确定方法研究[J].工程力学,2007,24(1):51.
 CHEN Bo, WU Yue, SHEN Shizhao. Study of the resonant component of equivalent static wind loads on large span roofs
 [J]. Engineering Mechanics,2007,24(1):51.
- [10] 李方慧,倪振华,沈世钊.大跨屋盖结构等效静风荷载研究
 [J].工程力学,2007,24(7):104.
 LI Fanghui,NI Zhenhua, SHEN Shizhao. Equivalent static wind loads on long span roofs[J]. Engineering Mechanics, 2007,24 (7):104.
- [11] ZHANG Xiangting. The current Chinese Code on wind loading and comparative study of wind loading codes [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1988, 30 (1/ 3):133.
- [12] 中华人民共和国建设部.GB50009—2001 建筑结构荷载规范
 [S].北京:中国建筑工业出版社,2006.
 Ministry of Construction of the People's Republic of China.
 GB50009—2001 Load code for the design of building structures
 [S]. Beijing: China Architecture and Building Press,2006.
- [13] 陈贤川.大跨度屋盖结构风致响应和等效风荷载的理论研究及应用[D].杭州:浙江大学建筑工程学院,2005.
 CHEN Xianchuan. Wind-induced responses and equivalent static wind load of long-span roofs: theoretical research and application [D]. Hangzhou: Structural Engineering College, Zhejiang University,2005.

- [14] Katsumura A, Tamura Y, Nakamura O. Maximum wind load effects on a large-span cantilevered roof [J]. Structural Engineering International, 2005, 15(4);248.
- [15] Katsumura A, Tamura Y, NakamuraO. Universal wind load distribution simultaneously reproducing largest load effects in all subject members on large-span cantilevered roof[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2007, 95(9/ 11):1145.
- [16] 梁枢果,吴海洋,郭必武,等.大跨度屋盖结构等效静力风荷载 数值计算方法[J].华中科技大学学报:自然科学版,2008,36 (4):110.

LIANG Suguo, WU Haiyang, GUO Biwu, et al. Numerical calculation of evaluating equivalent static wind loads on long span roof structures [J]. J Huazhong Univ of Sci & Tech: Natural Science Edition, 2008, 36(4):110.

[17] 李刚.大跨度屋盖结构等效静力风荷载研究[D].上海:同济大 学土木工程学院,2008.

LI Gang. Study of the equivalent static wind loads on large-span roofs[D]. Shanghai: College of Civil Engineering of Tongji University, 2008.

- [18] 叶孟洋,顾明,黄鹏.大跨度干煤棚结构表面体型系数试验研究[J].结构工程师,2007,23(1):62.
 YE Mengyang, GU Ming, HUANG Peng. Wind tunnel experiment study on shape coefficient of large-span dry-coal-sheds[J]. Structural Engineers,2007,23(1):62.
- [19] 米福生,周晅毅,顾明. 柱面网壳结构风致抖振响应研究[J]. 振动与冲击,2007,26(7):32.
 MI Fusheng,ZHOU Xuanyi,GU Ming,Analysis of wind-induced buffeting responses of reticulated cylindrical shells[J]. Journal of Vibration and Shock,2007,26(7):32.
- [20] 张相庭.工程结构风荷载理论和抗风计算手册[M].上海:同 济大学出版社,1990.

ZHANG Xiangting. Theory on wind loading on engineering structure and manual for wind resistant design[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1990.