

# 基于能耗的变压器励磁涌流与故障电流识别判据

牟龙华, 罗维求, 张 鑫

(同济大学 电气工程系, 上海 201804)

**摘要:** 变压器差动保护利用二次谐波制动原理或间断角制动原理来区分故障电流和励磁涌流, 由于超高压系统故障电流中也含有较大的二次谐波, 易导致变压器故障时保护动作延时, 间断角制动原理则会因互感器饱和引起的涌流间断角消失而使保护误动. 提出了一种基于能耗区别的方法识别励磁涌流和故障电流, 克服了上述问题. 同时采用高斯-牛顿最小二乘法拟合励磁涌流, 克服了傅里叶算法受频率变化影响较大的缺陷. 仿真结果验证了所提方法的可行性.

**关键词:** 变压器; 励磁涌流; 曲线拟合; 高斯-牛顿算法  
**中图分类号:** TM 771 **文献标识码:** A

## Discrimination Between Magnetizing Inrush and Fault Currents Based on Energy Dissipation Criterion

MU Longhua, LUO Weiqiu, ZHANG Xin

(Department of Electrical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** In the transformer differential protection, the second harmonic restraint and the dead angle restraint principles are the two major criterions to discriminate inrush current from fault currents. But in the super-high voltage system, there is also plenty of second harmonic in the fault current. The second harmonic here is of great probability to result in the tripping delay. Meanwhile, the dead angle restraint principle would result in misjudge due to the disappearance of dead angle during the CT saturation. To overcome these shortages, this paper presents a new method to discern inrush current from fault currents using energy dissipation criterion. The least square curve-fitting is adopted to fit the inrush current so as to overcome the shortage of the Fourier algorithm which is sensitive to frequency change. The results of dynamic simulation verify the feasibility of the proposed method.

**Key words:** transformer; inrush current; curve-fitting;

Gauss-Newton algorithm

变压器是电力系统中的关键部分, 其安全与可靠运行非常重要. 变压器在正常运行时, 励磁电流很小, 通常只有额定电流的 3%~8%, 大型变压器甚至不到 1%. 可是在空载合闸时, 就会产生与变压器合闸时电压初相角以及变压器特性有关的励磁涌流, 在最不利的情况下, 励磁涌流可以达到额定电流的几倍, 其最直接的影响就是导致变压器保护装置误动作. 随着电力系统的发展, 变压器的容量越来越大, 随之产生的也就是更大的励磁涌流, 而传统的采用二次谐波以及间断角制动原理来识别故障电流与励磁涌流的弊端也就日益突现. 对于二次谐波制动原理, 当线圈内部出现不对称故障、尤其在变压器附近有无功补偿装置时, 会在故障电流中产生较大的二次谐波, 从而使变压器保护动作延时. 由于励磁涌流是暂态分量, 不适合傅里叶级数的谐波分析方法, 因为对于暂态信号, 傅里叶级数的周期延拓将产生错误的结果. 对于间断角制动原理, 不仅存在电流互感器饱和<sup>[1]</sup>使励磁涌流间断角变形而出现保护误动作的问题, 微机保护上也不易实现. 因励磁涌流在间断角处的电流非常小, 几乎接近于零, 而 A/D 转换芯片在零点附近转换误差最大. 为解决此问题, 研究人员提出了较多的解决方法, 如小波分析方法<sup>[2-3]</sup>、功率法<sup>[4]</sup>、磁通法<sup>[5]</sup>与波形识别法<sup>[6-7]</sup>, 但这些算法在现实中应用并不多.

针对上述问题, 笔者提出基于能耗的励磁涌流与故障电流识别方法, 相比于传统的识别方法, 该方法原理简单、算法可靠, 不仅可以应用于传统的差动保护, 而且在微机保护中易于实现.

## 1 模型与算法

根据电路理论, 传统有功功率  $P$  定义为

收稿日期: 2009-07-01

作者简介: 牟龙华 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为电力系统微机保护、智能电器与电能质量.

E-mail: lhmu@vip.163.com

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt \quad (1)$$

式中:  $T$  为交流信号周期;  $u(t)$  为交流电路两端的电压;  $i(t)$  为交流电路中的电流.

根据此定义,有功功率的计算主要分以下3种情况.

(1) 当电压和电流都为正弦波时,根据式(1)可得有功功率

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt = UI \cos \varphi \quad (2)$$

式中:  $U$  为电压有效值;  $I$  为电流有效值;  $\varphi$  为电压与电流的相位差.

(2) 当电压为正弦波、电流为非正弦波时,必须对电流进行傅里叶分解,假设

$$u(t) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^N \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t + \beta_k)$$

式中:  $\omega$  为角频率;  $\alpha$  为电压的初相角;  $I_0$  为直流分量;  $N$  为电流中的最高谐波次数;  $I_k$  为各次谐波电流有效值,  $k$  为谐波次数;  $\beta_k$  为第  $k$  次谐波电流的初相角. 由三角函数的正交性,根据式(1)可得

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt = UI_1 \cos(\alpha - \beta_1) \quad (3)$$

(3) 当电压和电流都为非正弦波时,必须对2个量都进行傅里叶分解,假设

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^N \sqrt{2} U_k \sin(k\omega t + \alpha_k)$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^N \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t + \beta_k)$$

式中:  $U_0$  为电压中的直流分量;  $U_k$  为各次谐波电压有效值;  $\alpha_k$  为第  $k$  次谐波电压的初相角. 根据式(1)可得

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt = \sum_{k=1}^N U_k I_k \cos(\alpha_k - \beta_k) \quad (4)$$

笔者提出的基于能耗的识别变压器励磁涌流与故障电流的方法是通过比较一个周期内流入变压器的励磁涌流产生的能量与故障条件下流入变压器的故障电流产生的能量所得出的. 由于传统的傅里叶算法受频率变化影响较大,造成频谱泄露,不能正确反映被测信号的各种参数,包括幅值和相位,不能满足较为精确的谐波测量需要. 因此,本文采用最优化理论中高斯-牛顿最小二乘法<sup>[8]</sup>对励磁涌流第1个工频周期进行曲线拟合,从而得到励磁涌流所产生非正弦波瞬时平均有功功率  $P_{\text{ins}}$ ,再由瞬时平均有功

功率<sup>[4]</sup>得到式(5)所示的涌流在第1个工频周期内产生的能量表达式.

$$E = \int_0^T P_{\text{ins}} dt \quad (5)$$

式中:  $E$  为涌流在第1个工频周期内产生的能量. 搭建图1所示的仿真模型对结果进行了仿真验证.

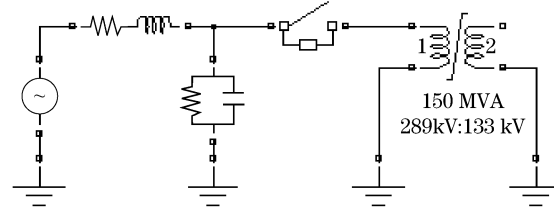


图1 励磁涌流仿真模型

Fig.1 Simulation model of inrush current

高斯-牛顿法不受频率变化的影响,具有迭代次数少、收敛速度快等优点,完全满足谐波测量需要. 因励磁涌流为非正弦波,其信号拟合模型可设为

$$i(t) = f(X, t) + \eta(t) \quad (6)$$

式中:  $i(t)$  为励磁涌流的瞬时值表达式;  $f(X, t)$  为含有未知变量的非线性拟合函数;  $\eta(t)$  为拟合函数与实际函数的拟合误差. 为了使拟合误差尽量小,可设拟合函数为傅里叶函数形式,其表达式可表述为

$$f(X, t) = I_0 + \sum_{k=1}^N \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t + \beta_k) \quad (7)$$

对仿真模型图1进行仿真计算,得到的励磁涌流各次谐波含量分布曲线如图2所示. 可见,励磁涌流中4次以上的谐波含量很少,因此分析时略去4次及以上的谐波,即可令式(7)中  $N=3$ .

式(7)中主要含有7个未知变量,用未知向量  $\mathbf{X}$  表达为

$$\mathbf{X} = [I_0, I_1, I_2, I_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3]^T$$

式中:  $I_1, I_2, I_3$  分别为基波、2次谐波、3次谐波电流有效值.

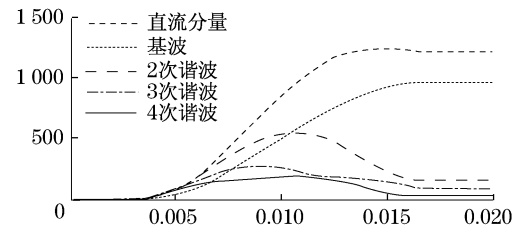


图2 励磁涌流中各次谐波含量

Fig.2 Harmonic components in inrush current

可以通过高斯-牛顿最小二乘法拟合出这7个未知变量,从而得到励磁涌流的近似解,设被测信号  $i(t)$  以采样周期  $T$  进行采样,则对于某一时刻  $t_m =$

$mT$  电流信号的离散值表达式为

$$i(t_m) = f(\mathbf{X}, t_m) + \eta(t_m) \quad (8)$$

$$f(\mathbf{X}, t_m) = I_0 + \sum_{k=1}^3 \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t_m + \beta_k) \quad (9)$$

其中,  $m$  表示采样序号. 根据  $m$  个采样结果, 式(8)写成向量形式为

$$\mathbf{i} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{t}) + \boldsymbol{\eta} \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{i} = [i(t_1), i(t_2), \dots, i(t_m)]^T$ , 为  $m$  个励磁涌流采样值组成的  $m \times 1$  向量;  $\mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{t}) = [f(\mathbf{X}, t_1), f(\mathbf{X}, t_2), \dots, f(\mathbf{X}, t_m)]^T$ , 为  $m$  个采样时间所对应的  $m$  个拟合函数值所组成的  $m \times 1$  向量, 其中  $\mathbf{t} = [t_1, t_2, \dots, t_m]^T$ , 为  $m$  个采样时间组成的  $m \times 1$  向量;  $\boldsymbol{\eta} = [\eta(t_1), \eta(t_2), \dots, \eta(t_m)]^T$ , 为  $m$  个采样点处实际曲线与拟合曲线的误差值组成的  $m \times 1$  向量. 根据最小二乘原理, 构造函数

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{t}) = \mathbf{i}(\mathbf{t}) - \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{t}) \quad (11)$$

为使曲线拟合尽量接近, 相当于求 1 个最优值  $\mathbf{X}$ , 使得在  $m$  个采样点处实际励磁涌流函数值与拟合函数值的绝对值尽量小. 即在任意一个采样时间  $t_m$ , 使得

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, t_m) = \min |i(t_m) - f(\mathbf{X}, t_m)| \quad (12)$$

因为  $f(\mathbf{X}, t)$  为非线性函数, 因此为非线性最小二乘曲线拟合. 必须把它转为线性最小二乘问题, 在各个采样时间  $t_m$  处将  $\mathbf{F}(\mathbf{X})$  在  $\mathbf{X}_i$  附近按泰勒公式展开, 并略去 2 阶及 2 阶以上诸项, 得

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{X}, t_m) &= \mathbf{F}(\mathbf{X}_i, t_m) + \nabla \mathbf{F}^T(\mathbf{X}_i, t_m)(\mathbf{X} - \mathbf{X}_i) = \\ &\nabla \mathbf{F}^T(\mathbf{X}_i, t_m)\mathbf{X} - [\nabla \mathbf{F}^T(\mathbf{X}_i, t_m)\mathbf{X}_i - \mathbf{F}(\mathbf{X}_i, t_m)] \end{aligned} \quad (13)$$

式中:  $\mathbf{X}_i = [I_{i0}, I_{i1}, I_{i2}, I_{i3}, \beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3}]^T$ ;

$$\nabla \mathbf{F}^T(\mathbf{X}_i, t_m) = \left[ \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}_i, t_m)}{\partial I_0}, \dots, \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}_i, t_m)}{\partial I_3}, \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}_i, t_m)}{\partial \beta_1}, \dots, \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}_i, t_m)}{\partial \beta_3} \right]$$

式(13)将非线性最小二乘问题转化为一系列线性最小二乘问题. 为了使各个采样点处拟合函数与实际函数误差尽量小, 可令

$$\Phi(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^m \mathbf{F}^2(\mathbf{X}, t_k) \quad (14)$$

求式(14)最小值与求式(12)最小值是等价的, 记

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \nabla \mathbf{F}^T(\mathbf{X}_i, t_1) \\ \vdots \\ \nabla \mathbf{F}^T(\mathbf{X}_i, t_m) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = [\mathbf{F}(\mathbf{X}_i, t_1), \mathbf{F}(\mathbf{X}_i, t_2), \dots, \mathbf{F}(\mathbf{X}_i, t_m)]^T$$

则要使  $\Phi(\mathbf{X})$  取最小值, 可得到高斯-牛顿迭代公式为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{i+1} &= \mathbf{X}_i - (\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i)^{-1} \mathbf{A}_i^T \mathbf{F} = \\ &\mathbf{X}_i - (\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i)^{-1} \mathbf{A}_i^T [\mathbf{i} - \mathbf{f}(\mathbf{X}_i, \mathbf{t})] \end{aligned} \quad (15)$$

其中高斯-牛顿方向为  $\mathbf{d}_i = -(\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i)^{-1} \mathbf{A}_i^T \mathbf{F}$ .

高斯-牛顿法收敛速度很快, 具有 2 阶收敛速度, 且具有 2 次中止性. 为了保证每次迭代能使目标函数值下降, 在求出方向  $\mathbf{d}_i$  后, 不直接用  $\mathbf{X}_i + \mathbf{d}_i$  作为第  $i+1$  次近似, 而是从  $\mathbf{X}_i$  出发, 沿这个方向进行一维搜索, 即求  $\lambda_i$  使得

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_i + \lambda_i \mathbf{d}_i) = \min_{\lambda} \mathbf{F}(\mathbf{X}_i + \lambda \mathbf{d}_i) \quad (16)$$

式中:  $\lambda_i$  为第  $i+1$  次迭代的步长;  $\lambda$  为定步长. 求出步长  $\lambda_i$  后, 再令  $\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \lambda_i \mathbf{d}_i$  进行迭代.

通过高斯-牛顿最小二乘法拟合出的励磁涌流后, 即可得到瞬时平均功率. 由于产生励磁涌流时, 电压波形变化不大, 设电压仍为工频正弦波, 令

$$u(t) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \alpha)$$

由于拟合函数类似于傅里叶表达式, 则可根据式(3)的有功功率算法, 得到涌流的有功功率  $P_{\text{avi}}$ , 通过式(5)计算出励磁涌流在第 1 个工频周期内消耗的能量, 设为  $E_{\text{iw}}$ , 即

$$E_{\text{iw}} = \int_0^T P_{\text{avi}} dt \quad (17)$$

而短路电流为周期信号, 可近似作为正弦波处理, 可根据式(2)的有功功率算法得到短路电流的有功功率  $P_{\text{av}}$ , 再通过式(5)计算出短路电流在第 1 个工频周期内消耗的能量, 设为  $E_i$ , 即

$$E_i = \int_0^T P_{\text{av}} dt \quad (18)$$

从而得到识别励磁涌流与故障电流的新判据, 即能耗判据

$$E_i / E_{\text{iw}} > \delta_e \quad (19)$$

其中,  $\delta_e$  为整定值.

## 2 仿真与结果分析

利用 MATLAB 中的 PSB 模块, 采用额定功率为 150 MVA、变比为 289 kV/133 kV 的单相变压器进行仿真验证, 其模型如图 1 所示. 为了便于比较, 假设变压器低压侧发生短路故障.

由于电压初相角  $\alpha = 0^\circ$  合闸时励磁涌流最大, 从图 3 和图 4 的仿真结果可以看出, 电压初相角  $\alpha = 0^\circ$  时的合闸励磁涌流大小与短路时原边电流相差不

大,因此,不能单纯从电流大小来识别是故障电流还是励磁涌流.

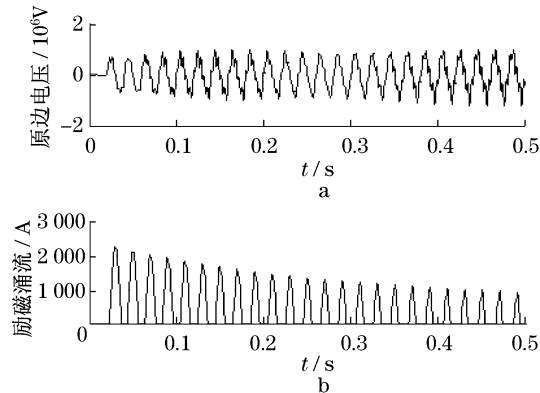


图 3 电压相角  $\alpha=0^\circ$  合闸励磁涌流波形

Fig.3 Inrush current waveforms for switching angle  $\alpha=0^\circ$

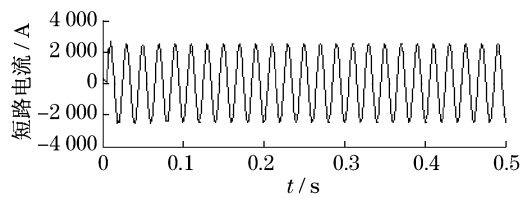


图 4 副边全匝短路时原边电流波形

Fig.4 Current waveforms in the primary side for short circuit fault

由于单纯依靠电流单个参数很难识别出是故障电流还是励磁涌流,因此,综合考虑电流和电压 2 个参数,即采用能耗判别的方法来区分故障电流和励磁涌流.

在最不利情况下,即副边发生全匝短路时,原边的短路电流最小,此时短路电流产生的能耗最小.同时大量的仿真计算表明,励磁涌流在电压初相角  $\alpha=50^\circ$  合闸时第 1 个周期内产生的能耗最大.在上面这种最极端的情况下,瞬时平均功率波形分别如图 5、图 6 所示.

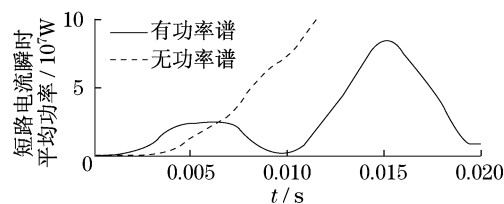


图 5 短路电流第 1 个周期瞬时平均功率

Fig.5 Instantaneous average power during the first cycle of short circuit fault current

根据式(17)~(18)算出短路电流在第 1 个周期内产生的能量值为 14.9 kJ,而励磁涌流在第 1 个周

期内产生的能量值为 4.5 kJ.可以看出,短路电流第 1 个周期内产生的能量远大于励磁涌流.故可利用式(19)能耗判据来辨别短路电流和励磁涌流.

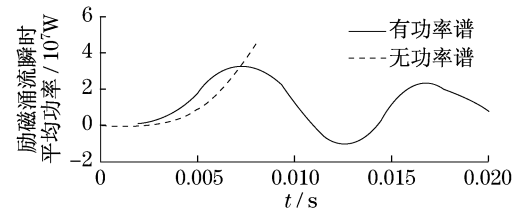


图 6  $\alpha=50^\circ$  合闸时励磁涌流第 1 个周期内瞬时平均功率

Fig.6 Instantaneous average power during the first cycle of inrush current for switching angle  $\alpha=50^\circ$

利用式(5)、式(19)分别计算第 1 个周期内短路电流能耗、不同合闸初相角下励磁涌流对应的能耗以及它们的能耗比如表 1 所示.可以看出,随着电压合闸初相角的增加,  $E_i/E_{iw}$  比值先减小后增大,当  $\alpha=50^\circ$  时达到最小.在最极端的情况下,即  $\alpha=50^\circ$  时励磁涌流能耗最大,此时的  $E_i/E_{iw}$  最小值仍达到 3.3,即根据式(19)可以有效地区分出短路电流与励磁涌流.大量仿真计算结果表明,为了保证判据式(19)留有一定裕度,可取整定值  $\delta_e=3$ .

表 1 在不同电压初相角合闸时  $E_i, E_{iw}, E_i/E_{iw}$  值

Tab.1 Results of  $E_i, E_{iw}$  and  $E_i/E_{iw}$  for different switching angles

$\alpha/^\circ$	$E_i/\text{kJ}$	$E_{iw}/\text{kJ}$	$E_i/E_{iw}$
0	14.9	2.8	5.3
30	14.9	3.8	3.9
50	14.9	4.5	3.3
70	14.9	4.0	3.7
85	14.9	2.5	5.9

### 3 结论

通过能耗判据辨别故障电流和励磁涌流,避免了利用二次谐波制动原理识别故障电流和励磁涌流的方法因故障谐波干扰而导致的故障动作延时,同时,无需考虑励磁涌流的间断角,避免了因互感器饱和等因素造成的间断角缺失而产生误动作.通过巧妙地综合利用电压和电流 2 个参数,同时采用高斯-牛顿最小二乘法拟合励磁涌流,避免了傅里叶算法受频率变化影响较大造成频谱泄露的不足.由于该算法只用到涌流产生时的第 1 个工频周期,因此曲线拟合到第 1 个周期结束即可,提高了算法速度.由于三相电力变压器的各相相似性,结果完全可应用

到三相变压器中.

# 参考文献:

- [1] 陈三运.一起 CT 饱和引起的继电保护拒动分析[J]. 电网技术, 2002,26(4):85.  
CHEN Sanyun. Analysis of a missoperation of protection device caused by saturation of current transformer[J]. Power System Technology, 2002,26(4):85.
- [2] Mao P L, Aggarwal R J. A novel approach to the classification of the transient phenomena in power transformers using combined wavelet transform and neural network[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2001,16(4):654.
- [3] 安源, 刘家军. 基于小波理论和多分辨分析的变压器励磁涌流识别方法[J]. 电网技术, 2007,31(17):21.  
AN Yuan, LIU Jiajun. A method to identify inrush current of transformer based on wavelet theory and multiresolution analysis [J]. Power System Technology, 2007,31(17):21.
- [4] Kamel N Al-Tallaq. Discrimination between magnetizing inrush and fault currents in single-phase transformers using power method [C] // Large Engineering Systems Conf on Power Engineering. New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2004:118-122.
- [5] 赵永彬, 陆于平. 基于磁通对称特性的变压器励磁涌流判别新算法[J]. 电工技术学报, 2007,22(12):66.  
ZHAO Yongbin, LU Yuping. A new algorithm based on flux symmetry character for judging transformer inrush current[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2007, 22(12):66.
- [6] 马静, 徐岩, 王增平. 利用数学形态学提取暂态量的变压器保护新原理[J]. 中国电机工程学报, 2006,26(6):19.  
MA Jing, XU Yan, WANG Zengping. Power transformer protection based on transient data using mathematical morphology[J]. Proceedings of the CSEE, 2006,26(6):19.
- [7] 林湘宁, 刘世明, 杨春明, 等. 几种波形对称法变压器差动保护原理的比较研究[J]. 电工技术学报, 2001,16(4):44.  
LIN Xiangning, LIU Shiming, YANG Chunming, et al. Study on comparisons among some waveform symmetry principle based transformer differential protection [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2001,16(4):44.
- [8] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京:清华大学出版, 2005.  
CHEN Baolin. Optimizing theory and arithmetic [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.

## (上接第 1505 页)

- Toru Shigechi, Satoru Momoki, Takashi Yamada. An analysis on fully developed laminar hear transfer in concentric annuli with axially moving cores(the case of the first and second kind boundary condition) [J]. Reports of the Faculty of Engineering, Nagasaki University, 1995,25:75.
- [2] Shigechi T, Kawae N, Lee Y. Turbulent fluid flow and heat transfer in concentric annuli with moving cores[J]. Int J Heat Mass Transfer, 1990,33(9):2029.
- [3] Lee Y, Shigechi T. Heat transfer in concentric annuli with moving cores-fully developed turbulent flow with arbitrarily prescribed heat flux[J]. Int J Heat Mass Transfer, 1992, 35(12):3488.
- [4] Shuchi Torii, Yang Wenjei. A numerical study of turbulent Couette flow and heat transfer in concentric annuli[J]. Int J Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 1994,4:367.
- [5] Shuchi Torii, Yang Wenjei. A numerical study on turbulent couette flow and heat transfer in concentric annuli by means of reynolds stress turbulence model[J]. Internationl Journal of Rotating Machinery, 1995,2(2):131.
- [6] HUANG Shehua, CHUN Chunghwan. A numerical study of turbulent flow and conjugate heat transfer in concentric annuli with moving inner rod[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2003,46:3707.
- [7] 金学英, 陈文英. 隧道通风及空气动力学[M]. 北京:中国铁道出版社, 1983.  
JIN Xueyi, CHEN Wenying. Tunnel ventilation and aerodynamics[M]. Beijing:China Railway Press, 1983.
- [8] 荣深涛, 苏红, 阎冠民. 同心情况下列车通过隧道的空气阻力计算[J]. 北方交通大学学报, 1991,15(1):68.  
RONG Shentao, SU Hong, YAN Guanmin. Calculating the air drag of a train passing through a circular tunnel in concentric position[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 1991, 15(1):68.
- [9] Dimaczek G, Tropea C, Wang A B. Turbulent flow over two-dimension, surface-mounted obstacles; plane and axisymmetric geometries[C]// The 2nd European Turbulence Conference. Berlin:[s. n.], 1989:114-121.
- [10] 魏英杰, 何钟怡. 槽道中方形障碍物绕流的大涡模拟[J]. 水动力学研究与进展, 2003,18(4):433.  
WEN Yingjie, HE Zhongyi. Large eddy simulation of flow over a square obstacle in a channel[J]. Journal of Hydrodynamics, 2003,18(4):433.
- [11] Mulvany N J, CHEN Li, Jiyuan Y Tu, et al. Steady-state evaluation of “two-equation” RANS(reynolds-averaged navier stokes) turbulence models for high-reynolds number hydrodynamic flow simulations[M]. Victoria: DSTO Platform Sciences Laboratory, 2004.
- [12] Donne M Dalle, Meerwald E. Experimental local heat transfer and average friction coefficient for subsonic turbulent flow of air in an annulus at high temperature[J]. Int J Heat Mass Transfer, 1966,9:1361.
- [13] Bo Yu, Yasuo Kawaguchi. The computed characteristics of turbulent flow and convection in concentric circular annuli. Part II. Uniform heating on the inner surface[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2005(48):621.
- [14] 杨强生, 浦保荣. 高等传热学[M]. 2 版. 上海:海交通大学出版社, 1996.  
YANG Qiangsheng, PU Baorong. Advanced heat transfer[M]. 2nd ed. Shanghai:Shanghai Jiaotong University Press, 1996.