

杂草算法收敛性分析及其在工程中的应用

张 氢, 陈丹丹, 秦仙蓉, 高 倩

(同济大学 机械工程学院, 上海 201804)

摘要: 针对从自然界中杂草的生长繁殖特性演化而来的新型智能优化算法——扩张性杂草进化算法, 通过马尔可夫链, 分析证明了它的全局收敛性. 相比其他启发式算法, 其最大优点是基于种群中优秀的个体有指导地进行搜索, 且算法中子代个体按正态分布的方式分布于父代个体周围, 在进化过程中通过动态调整此正态分布的标准差, 使算法在早期与中期充分保持群落的多样性, 较其他启发式算法更容易保证对解空间的全面搜索. 而在算法的后期加强对优秀个体周围的局部搜索, 从而保证算法能够稳健地收敛到全局最优解. 典型的复杂机械优化设计算例结果表明, 该算法在优化过程中能有效避开局部最优解, 快速、有效地收敛到全局最优解.

关键词: 杂草算法; 进化; 优化设计

中图分类号: TP 301.6

文献标识码: A

Convergence Analysis of Invasive Weed Optimization Algorithm and Its Application in Engineering

ZHANG Qing, CHEN Dandan, QIN Xianrong, GAO Qian

(College of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: This paper introduces a novel numerical stochastic optimization algorithm, the invasive weed optimization (IWO), inspired from colonizing weeds, which mimics the robustness, adaptation and randomness of weeds in a simple but effective optimizing algorithm. Its global convergence is analyzed with Markov chain. Compared to other heuristic algorithms, the biggest advantage of IWO is its directed search based on the species of outstanding individuals within the group. Additionally, the offspring individuals are being randomly spread near their parents according to Gauss normal distribution with the standard deviation of the random function adjusted dynamically during the evolution process. Thus, the algorithm explores new areas aggressively to maintain the diversity of the species in the early and middle iterations, and

then enhance the local search near optimal individuals in final iterations. Such mechanism ensures the steady convergence of the algorithm to global optimal solution. Simulation results of the optimal design of a typical complex machinery show that IWO algorithm can effectively search global optimum to avoid falling into a local optimal solution.

Key words: invasive weed optimization; evolution; optimal design

进化类算法是根据自然界中生物的繁衍、进化机制演化而来的一种搜索寻优技术, 它遵循达尔文的“物竞天择, 适者生存”原则, 对一个随机生成的初始种群进行不断迭代进化, 逐步提高种群体的质量, 从而逐步逼近所求问题的最优解^[1]. 其中遗传算法(GA)通过随机的选择、交叉和变异算子来完成整个寻优过程, 其本质是对上代群体进行随机、无指导性的搜索, 由此导致算法的早熟、局部搜索能力差, 以及中后期搜索效率低. 另外, 由于遗传算法的鲁棒性差, 初始参数的设置对结果的影响较大^[2].

粒子群算法(PSO)通过群体中粒子之间的合作与竞争产生的群体智能指导优化搜索. 在每次迭代时, 根据更新规则改变粒子的位置和速度, 通过跟踪微粒自身的历史最优值和群体内所有个体找到的最优值迭代寻找潜在解, 最后通过群体的协作找到最优解. PSO 仍然存在着早熟和收敛放慢的现象, 种群的多样性随着迭代增加而下降, 导致无法收敛到全局最优解的缺点^[3].

蚁群算法(ACO)则模仿蚂蚁觅食机理, 通过状态转移准则依概率搜索前进路径, 以信息素强度的局部和全局更新来控制和优化搜索方向. ACO 具有较好的协作性和鲁棒性, 寻优特性好, 但存在搜索时间长、收敛速度慢、容易陷于局部最优解等缺点, 其

收稿日期: 2009-07-02

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划资助项目(2007BAF10B00); 国家自然科学基金面上基金资助项目(50975207)

作者简介: 张 氢(1967—), 男, 教授, 工学博士, 主要研究方向为机械设计及理论. E-mail: zhqing_tj@126.com

收敛效果和计算效率与参数设置、信息素增量的选取等都有很大关系^[4].

2006 年, Mehrabian 和 Lucas 提出一种从自然界杂草进化原理演化而来的随机搜索算法——扩张性杂草进化算法(IWO)^[5]. IWO 充分利用种群中的优秀个体来指导群体的进化, 进化过程中子代个体以正态分布的方式叠加于父代个体周围, 而此正态分布的标准差又随着进化代数而动态地调整变化, 兼顾了选择力度和种群的多样性, 能够有效克服不成熟收敛, 而且算法结构简单、参数少、鲁棒性较好. 但原文并未对算法的收敛性进行分析. 本文系统分析了 IWO 的收敛性, 并将其应用于工程实际优化问题.

1 IWO 算法

有别于一般进化算法, IWO 算法建立了一种子代繁衍机制: 按照种群中个体的适应度值按比例分配其所产生子代的数目, 适应度高的个体繁衍的子代数目多, 而适应性较差的个体也有生存和繁殖的机会, 这种机制在加强较优个体周围的局部搜索的同时, 兼顾群体多样性, 与自然界杂草群落真实发生的状况更为相似^[5].

IWO 算法的实现可以通过以下初始化、繁殖、空间分布及竞争淘汰等 4 个步骤来完成:

步骤 1, 参数初始化.

步骤 2, 在搜索空间内按均匀分布的方式产生 N_0 个初始解.

步骤 3, 更新进化代数及种群中子代个体正态分布的标准差.

步骤 4, 繁殖子代, 并将新种群分布于搜索空间. 按适应度值大小分配个体产生的子代个体数目, 适应度值最大的个体产生的子代数目最多, 适应度值最小(f_{\min})的个体产生的子代数目最少, 其余各个个体生成的子代个体数目与其适应度值服从线性关系. 以父代个体为均值, 子代个体以正态分布方式分布于父代个体周围, 产生的子代个体作为新种群. 判断新种群个体数目是否达到最大种群规模 p_{\max} , 若小于 p_{\max} , 转步骤 3, 再转步骤 4; 否则转步骤 3 再转步骤 5.

步骤 5, 竞争淘汰, 适者生存. 当种群数目达到或超过 p_{\max} 时, 按步骤 4 的相同方式进行种群繁殖和子代个体分布, 然后父代个体与子代个体按适应度值大小一起进行排列, 消灭其中适应度值较低的个

体, 保持群体规模为 p_{\max} .

步骤 6, 判断是否达到最大迭代代数 T_{\max} , 若当前进化代数小于 T_{\max} , 重复步骤 3 及步骤 5; 如果达到了 T_{\max} , 则种群中适应度最好的个体作为最优解输出.

2 IWO 算法的收敛性分析

2.1 IWO 算法全局收敛的基础

对于一种算法, 其收敛性往往是人们所关心的首要问题. IWO 算法在进化过程中依赖优秀个体的指导信息进行繁殖进化的机制是算法收敛的基础, 算法中子代个体分布的标准差的动态调整是算法收敛的关键, 以正态分布的方式将子代个体叠加于父代个体周围, 使算法能够兼顾选择力度和群体多样性, 有效避开局部极值点, 为算法的全局收敛提供了稳定的保障. 而且, 算法中各参数的取值范围较为宽裕, 对初始种群的依赖性也不高.

IWO 算法避开局部极值, 有效实现全局寻优的因素主要有以下几点:

(1) IWO 算法在初始化种群时, 以均匀分布的方式随机将初始种群分布于整个搜索空间内, 保证了初始种群的多样性.

(2) 在进化过程中, 一旦发现一个优秀的个体(即适应度高的可行解), 类似的个体亦将大量繁殖. 优秀个体不是被机械地保留和利用, 而是通过加强在其周围的局部搜索, 充分发掘利用优秀个体所反映的特征信息, 变盲目产生子代个体为有指导地产生子代个体, 通过群体中优秀个体的进化来指导整个群体向最优解进化.

(3) 子代个体以正态分布的方式, 叠加在父代个体周围. 由正态分布的知识可知, 子代个体的产生多集中于上一代优秀个体的附近, 但也顾及了上一代优秀个体附近以外的区域. 这说明 IWO 算法在加强对问题局部搜索能力的同时, 也兼顾了全局搜索.

(4) IWO 算法中子代个体分布的标准差随着进化代数而变化, 通过对标准差的动态调整, 在进化的早期和中期, 生成的群体在加大对优秀个体附近解空间的投点密度的同时, 也兼顾了对优秀个体附近解空间以外区域的搜索. 这样群体能保持较好的多样性, 可以有效地避免不成熟收敛现象的出现. 而在进化的后期, 随着标准差变小, 局部搜索能力不断加强, 算法以更高精度逐步逼近全局最优解. 标准差的动态调整是 IWO 算法的重要技术环节, 它可以在群

体多样性和选择力度之间起到调节作用.

(5) IWO 算法中,适应度较差的个体也有繁殖的机会,并且与子代个体一起进行竞争淘汰.由于进化算法是一个随机性和再现性的方法,在演化过程中,有时种群中适应性较差的个体反而比适应性好的个体携带更多有用的信息,因此就有可能在其子代个体中找到高适应度的个体,特别是当搜索空间为非线性、非凸时,较差个体所繁殖的子代可能会帮助算法完成突变,跨过不可行域,这使获得最优解变得更为容易.

综上所述,IWO 算法把进化建立在群体中优秀个体的基础上,通过标准差的动态调整把局部搜索和全局搜索有机地结合起来.相比于其他进化算法,IWO 算法中的群体只是起到搜索引擎的作用,优秀个体的进化是基于一定概率规则引导下的一种统计结果.

2.2 IWO 算法马尔可夫链收敛性分析

记 IWO 算法的解空间为 Ω ,解个体为 $x, x \in \Omega$,每一代的最优个体记为 $x_{\text{best}}^{(t)}$ (t 为进化代数,下同), $\{x_{\text{best}}^{(t)}, t = 0, 1, \dots\}$ 构成了一个离散时间的随机过程. IWO 算法在父代个体的基础上,通过叠加服从正态分布的随机变量产生下一代群体.记父代群体中的最优个体为 $x_{\text{best}}^{(t)}$ (其对应状态为 E_i),子代群体中的最优个体为 x_{best}^{t+1} (对应状态为 E_j).显然,此状态转移构成了一个离散的马尔可夫链,即子代个体的产生只与父代个体相关,而与之之前各代的个体无关.由于标准差随着进化代数而动态调整,此马氏链是非时齐的(non-time homogeneous),即其状态转移概率与进化代数有关.设 $p_{ij}^{(t)}$ 为从第 t 代的状态 E_i 转移到第 $t+1$ 代的状态 E_j 的转移概率.从保留最优个体的角度考虑

$$p_{ij}^{(t)} = \begin{cases} \text{若 } f(E_j) > f(E_i), \text{ 则 } p_{ij}^{(t)} \text{ 由正态分布} \\ \quad \text{概率密度函数决定} \\ \text{若记满足 } f(E_j) > f(E_i) \text{ 的所有状态空} \\ \quad \text{间为 } C, \text{ 则 } p_{ij}^{(t)} = 1 - \sum_{E_i \in C} p_{ij}^{(t)} \\ \text{若 } f(E_j) < f(E_i), \text{ 则 } p_{ij}^{(t)} = 0 \end{cases}$$

定义 1 设全局最优解为 x^* ,如果对于随机过程 $\{x_{\text{best}}^{(t)}, t = 0, 1, \dots\}$,有 $\lim_{t \rightarrow \infty} [p(f(x_{\text{best}}^{(t)}) = f(x^*))] = 1$ 成立,则称算法以概率 1 收敛于全局最优解.

定理 1 IWO 算法以概率 1 收敛到全局最优解.

证明 如果将群体中的个体按适应度值从大到小进行排列,则 IWO 算法的有限状态马氏链第 t 代

的一步转移概率矩阵为

$$\mathbf{P}^{(t)} = (p_{ij}^{(t)})_{|\Omega| \times |\Omega|} = \begin{bmatrix} p_{11}^{(t)} & & & \\ p_{21}^{(t)} & p_{22}^{(t)} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ p_{|\Omega|1}^{(t)} & p_{|\Omega|2}^{(t)} & \cdots & p_{|\Omega||\Omega|}^{(t)} \end{bmatrix}$$

式中, $\mathbf{P}^{(t)}$ 为下三角矩阵,其中 $p_{ij}^{(t)} > 0, i > j, \sum_{j=1}^{|\Omega|} p_{ij}^{(t)} = 1$,且 $p_{11}^{(t)} = 1$.记此马尔可夫链的 k 步转移矩阵为 $\mathbf{P}^{(k)}$,由马尔可夫链的性质得 $\mathbf{P}^{(k)} = \mathbf{P}^k$,且 $\mathbf{P}^{(k)}$ 收敛到一个全正稳定随机矩阵 $\mathbf{P}^\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{P}^k = (1, 1, \dots, 1)^T (p_1, p_2, \dots, p_n)$,其中 (p_1, p_2, \dots, p_n) 惟一满足 $(p_1, p_2, \dots, p_n) \mathbf{P} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, $\sum_{i=1}^n p_i = 1$,及 $p_i = \lim_{k \rightarrow \infty} p_{ij}^{(k)} > 0$.即 (p_1, p_2, \dots, p_n) 是矩阵 \mathbf{P} 的特征值为 1 且每一分量为正数的左乘特征向量.所以

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{P}^{(k)} = (1, 1, \dots, 1)^T (1, 0, \dots, 0) =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

即 $\begin{cases} \lim_{k \rightarrow \infty} p_{i1}^{(k)} = 1, E_i \in \Omega \\ \lim_{k \rightarrow \infty} p_{ij}^{(k)} = 0, j \neq 1, E_i \in \Omega \end{cases}$.故得 $\lim_{t \rightarrow \infty} p[f(x_{\text{best}}^{(t)}) = f(x^*)] = 1$.

所以,从马氏链的极限分布可以得知,IWO 算法以概率 1 收敛于全局最优解,由此定理 1 得证.该定理表明,IWO 算法进化足够多代数后,群体中的最优个体以概率 1 收敛到全局最优解,且从以上证明可以看出,算法的收敛与初始状态无关.它表示算法经过相当长的时间后趋于平衡状态.这时,各个解的概率分布既不依赖于初始状态,也不再随时间的推移而改变.

3 IWO 算法的工程应用

减速器优化设计模型是一个较典型的高维、多约束优化设计问题.图 1 是某型减速器结构布置图,优化目标为减速器的体积最小(或质量最轻),问题的约束是齿的弯曲和接触应力及扭转变形和应力等满足预定值.设计变量: x_1 为齿面宽度,cm; x_2 为齿轮模量,cm; x_3 为副齿轮齿数; x_4 为轴 1 上两轴承之间的距离,cm; x_5 为轴 2 上两轴承之间的距离,cm; x_6 为轴承 1 的直径,cm; x_7 为轴 2 的直径,cm.

模型的具体推导过程可见文献[6].

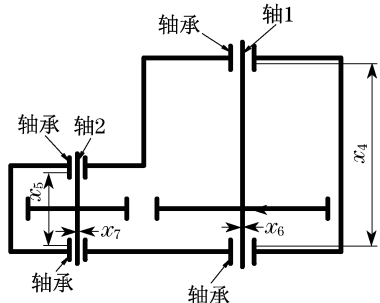


图 1 某型减速器结构布置图

Fig.1 Structural layout of a type of reducer

代入实际数据后,此问题可抽象为如下数学模型:

$$\min f(X) = 0.785\ 4x_1x_2^2(3.333\ 3x_3^2 + 14.933\ 4x_3 - 43.093\ 4) - 1.508x_1(x_6^2 + x_7^2) + 7.477\ 7(x_6^3 + x_7^3) + 0.785\ 4(x_4x_6^2 + x_5x_7^2)$$

$$g_1(X) = \frac{27}{x_1x_2^2x_3} - 1 \leq 0$$

$$g_2(X) = \frac{397.5}{x_1x_2^2x_3^2} - 1 \leq 0$$

$$g_3(X) = \frac{1.93x_4^3}{x_2x_3x_6^4} - 1 \leq 0$$

$$g_4(X) = \frac{1.93x_5^3}{x_2x_3x_7^4} - 1 \leq 0$$

$$g_5(X) = \frac{\left[\left(\frac{745x_4}{x_2x_3}\right)^2 + 16.9 \times 10^6\right]^{1/2}}{110x_6^3} - 1 \leq 0$$

$$g_6(X) = \frac{\left[\left(\frac{745x_5}{x_2x_3}\right)^2 + 157.5 \times 10^6\right]^{1/2}}{85x_7^3} - 1 \leq 0$$

$$g_7(X) = \frac{x_2x_3}{40} - 1 \leq 0$$

$$g_8(X) = \frac{5x_2}{x_1} - 1 \leq 0$$

$$g_9(X) = \frac{x_1}{12x_2} - 1 \leq 0$$

$$g_{10}(X) = \frac{1.5x_6 + 1.9}{x_4} - 1 \leq 0$$

$$g_{11}(X) = \frac{1.1x_7 + 1.9}{x_5} - 1 \leq 0$$

式中: $x_1, x_2, x_4, x_5, x_6, x_7$ 为连续变量; x_3 为离散整数变量.

变量的上下界约束为: $2.6\text{ cm} \leq x_1 \leq 3.6\text{ cm}$, $0.7\text{ cm} \leq x_2 \leq 0.8\text{ cm}$, $17\text{ cm} \leq x_3 \leq 28\text{ cm}$, $7.3\text{ cm} \leq x_4 \leq 8.3\text{ cm}$, $7.8\text{ cm} \leq x_5 \leq 8.3\text{ cm}$, $2.9\text{ cm} \leq x_6 \leq 3.9\text{ cm}$, $5.0\text{ cm} \leq x_7 \leq 5.5\text{ cm}$, $g_1(X) \sim g_{11}(X)$ 是所优化模型的约束函数.

为了研究 IWO 算法对工程实例优化的效果,同样将遗传算法(GA)、蚁群算法(ACO)、粒子群算法(PSO)用于上述减速器模型的优化,各算法都进化 200 代,其余参数设置如下:

GA——种群大小取 40,变量编码的二进制位数取 25,采用两点交叉的方式,交叉概率取 0.7,变异概率取 0.028;

ACO——蚂蚁个数为 40,初始信息素浓度取 0.01,信息素挥发系数取 0.99;

PSO——粒子个数取 40,惯性权重 $\omega = 0.729\ 8$,加速度常数 $c_1 = c_2 = 1.496\ 2$.

IWO 算法在优化此减速器模型时算法中各参数的设置如下: $D = 7, N_0 = 10, p_{\max} = 30$,最大种子数 $s_{\max} = 5$,最小种子数 $s_{\min} = 1, n = 3$,初始标准差 $\sigma_{\text{ini}} = [1, 0.1, 9, 1, 0.5, 1, 0.5]$,最终标准差 $\sigma_{\text{fin}} = [0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1]$.

由于优化算法本身不具备处理约束的能力,为增加可比性,在将上述各算法用于本文中减速器的优化时,一致采用文献[7]基于可行性规则的约束处理技术来处理约束,将所求问题演化为一个无约束优化模型,得出的结果列于表 1.

表 1 减速器设计优化结果对比

Tab.1 Contrast of optimization results of the reducer

| 算法 | x_1/cm | x_2/cm | x_3/cm | x_4/cm | x_5/cm | x_6/cm | x_7/cm | $f(X)/\text{cm}^3$ | 违反约束 |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------|----------|
| GA | 3.536 1 | 0.707 2 | 19.000 0 | 7.385 4 | 7.842 6 | 3.472 5 | 5.365 8 | 3 503.5 | 无 |
| ACO | 3.600 0 | 0.731 3 | 18.000 0 | 8.274 0 | 7.834 5 | 3.848 9 | 5.318 8 | 3 562.2 | $g_8(X)$ |
| PSO | 3.522 5 | 0.704 5 | 18.000 0 | 7.964 8 | 8.144 3 | 3.576 5 | 5.463 4 | 3 398.9 | $g_8(X)$ |
| IWO | 3.579 6 | 0.700 0 | 17.000 0 | 7.646 4 | 7.926 3 | 3.443 8 | 5.341 9 | 3 093.5 | 无 |

从表 1 可以看出,相比于其他 3 个算法,IWO 算法在严格满足约束条件的前提下,得出了更好的解.

4 结论

(1) IWO 算法以群体中优秀个体来指导种群的进化,以正态分布的方式将子代个体叠加在父代个体周围,通过标准差的动态调整,兼顾了群体的多样性和选择力度.本文通过马尔可夫链的极限分布,证明算法以概率 1 收敛到全局最优解,并用算例与其他智能算法进行了对比.

(2) 本文通过将 IWO 算法应用于减速器质量最轻数学模型的优化,对该算法的有效性进行了讨论.结果表明,IWO 算法能够快速、有效地搜索到高质量的优化解,对于解决工程实际问题具有较大的潜力.

(3) 随着函数维数和群体规模的增加,如何有效缩短算法的运行时间,提高求解精度,并提高约束优化问题的适应性,为今后的研究方向.

参考文献:

[1] 黄友锐. 智能优化算法及其应用[M]. 北京:国防工业出版社

社,2008.

HUANG Yourui. Intelligent optimization algorithms and its application[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.

[2] 曹先彬, 罗文坚, 王煦法. 基于免疫网络调节的改进遗传算法[J]. 高技术通讯, 2000, 10(10): 23.

CAO Xianbin, LUO Wenjian, WANG Xufa. An improved genetic algorithm based on idiotypic network regulation [J]. High Technology Letters, 2000, 10(10): 23.

[3] 曾渊, 李源, 许家栋. 改进微粒群算法在光子晶体优化中的应用[J]. 计算机仿真, 2008, 25(3): 202.

ZENG Yuan, LI Yuan, XU Jiadong. Improved particle swarm optimization and its application in photonic crystal[J]. Computer Simulation, 2008, 25(3): 202.

[4] 张志霞, 邵必林. 基于改进蚁群算法的运输调度规划[J]. 公路交通科技, 2008, 25(4): 137.

ZHANG Zhixia, SHAO Bilin. Vehicle routing and scheduling based on improved ACO[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2008, 25(4): 137.

[5] Mehrabian A R, Lucas C. A novel numerical optimization algorithm inspired from weed colonization [J]. Ecological Informatics, 2006, 1: 355.

[6] Rao S S. Engineering optimization [M]. New York: John Wiley, 1996.

[7] Kalyanamoy Deb. An efficient constraint handling method for genetic algorithms[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000(186): 311.

(上接第 1688 页)

[6] Nicola D, Saidane A. A framework for dependable trust negotiation in open environments [C] // The 5th IEEE Workshop on Engineering of Autonomic and Autonomous Systems. Washington: IEEE Computer Society, 2008: 7-15.

[7] Hristo K, Fabio M. A negotiation scheme for access rights establishment in autonomic communication [J]. Journal of Network and Systems Management, 2007, 15(1): 117.

[8] Chen W, Clarke L, Kurose J, et al. Optimizing cost-sensitive trust-negotiation protocols [C] // The 24th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. New York: Hindawi Publishing Corp, 2005: 1431-1442.

[9] 田立勤, 林闯. 可信网络中一种基于行为信任预测的博弈控制机制[J]. 计算机学报, 2007, 30(11): 1930.
TIAN Liqing, LIN Chuang. A kind of game-theoretic control mechanism of user behavior trust based on prediction in trustworthy network[J]. Chinese Journal of Computers, 2007,

30(11): 1930.

[10] Yu T, Ma X, Winslett M. PRUNES: an efficient and complete strategy for automated trust negotiation over the internet [C] // Proceedings of the 7th ACM Conference on Computer and Communications Security. New York: ACM Press, 2000: 210-219.

[11] Seamons K E, Chan T, Child E, et al. TrustBuilder: negotiating trust in dynamic coalitions [C] // DARPA Information Survivability Conference and Exposition. Washington, IEEE Computer Society, 2003, 2: 49-51.

[12] Bertino E, Ferrari E, Squicciarini A C. Trust-X: a peer-to-peer framework for trust establishment [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2004, 16(7): 827.

[13] Seamons K E, Winslett M, Yu T. Limiting the disclosure of access control policies during automated trust negotiation [C] // 2001 Network and Distributed System Security Symposium. [S. L.]: Internet Society Press, 2001: 95-111.