

# 深基坑多层水平支撑温度应力的简化计算方法

艾智勇<sup>1,2</sup>, 苏辉<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 假设墙后土体服从 Winkler 地基模型, 地下连续墙变形采用一端固定、多点支承的矩形板模型, 同时假定温度变化引起围护体变形较小并在竖向呈线性分布, 在考虑支撑—连续墙—土协调变形的基础上, 建立了深基坑中多层水平支撑温度应力的一个简化计算方法. 编制了计算程序, 探讨了连续墙厚度对支撑温度应力的影响, 并将计算结果与实测数据进行了对比, 结果表明: 墙体厚度越厚, 支撑温度应力越大, 温度变化对支撑轴力具有较显著的影响.

**关键词:** 深基坑; 多层水平支撑; 连续墙; Winkler 地基; 温度应力

**中图分类号:** TU 433

**文献标识码:** A

## A Simplified Method of Calculating Thermal Stress For Multi-layered Horizontal Struts In Deep Excavations

AI Zhiyong<sup>1,2</sup>, SU Hui<sup>1,2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The Winkler foundation model is used to simulate the behaviour of the soils behind the diaphragm, the deflection of the diaphragm can be obtained using the rectangular plate model with one edge built-in and multi-cornered point supported, based on the interaction and the deformation compatibility between the struts, the diaphragm and the soils, a simplified method of calculating thermal stress for multi-layered horizontal struts in deep excavations is deduced by considering temperature fluctuations vary linearly along the vertical direction. Numerical analysis is carried out by using the corresponding program based on the theory. The influence of diaphragm stiffness on thermal stress of horizontal struts is

discussed, and the computational results are compared to that of the measured data with a good precision. Numerical results show that the thicker of the diaphragm is, the bigger the thermal stress of horizontal struts is, and temperature fluctuations have a remarkable effect on the stress state of multi-layered horizontal struts in deep excavations.

**Key words:** deep excavation; multi-layered horizontal struts; diaphragm; Winkler foundation; thermal stress.

在基坑工程中, 温度变化会影响支护结构的内力和变形, 基坑设计规范<sup>[1-2]</sup>规定计算基坑支护体系时应考虑温度变化的影响, 但是并没有提供具体的计算方法. 上海市基坑工程设计规程<sup>[2]</sup>认为: 对长度超过 40 m 的支撑宜考虑 10% 左右支撑内力的变化影响. 实测结果表明: 在气温增幅较大时, 支撑轴力波动也较大, 有时昼夜之间轴力可增加 30%, 同时地连墙向基坑外产生了位移<sup>[3]</sup>. 尤其是对于具有大截面支撑的深大基坑来说, 温度变化对支撑轴力的影响更是不可忽略, 这种情况下按规范方法去设计支撑轴力存在一定的风险.

目前对于支撑温度应力的重视程度还不够, 这方面的研究也比较少. Chapman K R 等<sup>[4]</sup>基于弹性半空间理论, 根据实测资料提出了一个多层水平支撑温度应力计算的公式, 但是该公式不区分各层支撑轴力变化的差别, 存在一定的局限性. 陆培毅等<sup>[5]</sup>在采用有限元方法模拟基坑开挖过程中支护结构与土的相互作用的基础上提出将温度场耦合到应力场中来, 以分析基坑支护支撑的温度效应. 郑刚和顾晓鲁<sup>[6]</sup>基于弹性抗力法, 提出一层支撑基坑温度应力的简化计算方法, 该法计算简单, 概念明确, 可以考虑支撑—围护桩—土的相互作用, 有一定精度.

收稿日期: 2009-09-28

基金项目: 国家自然科学基金(50578121)

第一作者: 艾智勇(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为岩土及地下工程. E-mail: zhiyongai@tongji.edu.cn

吴明等<sup>[7]</sup>在郑刚和顾晓鲁方法的基础上,推导出可以考虑多层支撑温度应力的计算方法.笔者在吴明等<sup>[7]</sup>的方法的基础上,进一步推导出能考虑连续墙刚度影响的深基坑工程中多层水平支撑温度应力的一个实用计算公式,并将计算结果与实测数据进行对比,以验证该公式的合理性.

## 1 计算模型

为便于计算,作如下假设:① 地下连续墙因为支撑温度轴力变化产生的水平位移  $Y_i$  通常很小,相应连续墙后土体的变形也很小,所以整个系统可以认为处于弹性变形状态.② 温度引起的支撑伸长和缩短与连续墙以及墙后土体的弹性变形相互协调,并取决于连续墙刚度和土体刚度的共同影响.③ 连续墙后土体符合 Winkler 地基模型,连续墙变形符合一端固定、多点支承的矩形板模型.④ 若同一层支撑水平间距为  $D$ ,则协调基坑支撑变形的墙与墙后土的水平范围也为  $D$ .⑤ 假设协调第  $i$  层支撑水平位移  $Y_i$  的墙后土体竖向范围为  $h_i$ ,其中  $h_i$  为第  $i$  层与第  $i+1$  层支撑的间距.⑥ 支撑温度变化  $\Delta T$  瞬间完成,支撑简化为一维杆件.⑦ 由于温度变化引起的水平位移  $Y_i$  相对于各层支撑竖向距离  $h_i$  很小,2 层支撑间的变形采用 Lagrange 线性插值得到.⑧ 对  $h_1$  段,如果墙顶高程比第 1 层支撑高程高  $s$ ,模型积分时不予考虑  $s$  段.因为考虑该段使得积分结果比较冗繁,而且经过试算对精度提高不大,因此不予考虑<sup>[7]</sup>.

$n$  层支撑基坑的模型如图 1 所示,其中,  $h_n$  为第  $n$  层支撑与底板的间距,  $H_n$  为第  $n$  层支撑距离墙顶的距离,  $x$  为计算点到墙顶的距离,按照以上假设,对于第  $i$  层支撑,建立局部坐标系,如图 2 所示,图中  $F$  为连续墙所受水平力.

采用 Lagrange 线性插值,则连续墙水平位移方程可表示为

$$Y = \frac{x - H_{i+1}}{-h_i} Y_i + \frac{x - H_i}{h_i} Y_{i+1} = \frac{1}{h_i} ((Y_{i+1} - Y_i)x + H_{i+1} Y_i - H_i Y_{i+1}) \quad (1)$$

假定土体和连续墙总的刚度为  $k$ ,因此,图 2 中对于微段  $dx$  有

$$dF = kYdx \quad (2)$$

则

$$F = \int_{H_i}^{H_{i+1}} kYdx \quad (3)$$

由于土体符合 Winkler 地基模型,因此有

$$k_1 = mx \quad (4)$$

式中:  $k_1$  为土体刚度,  $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $m$  为土体基床水平抗力系数的比例系数,  $\text{kN} \cdot \text{m}^{-4}$ .

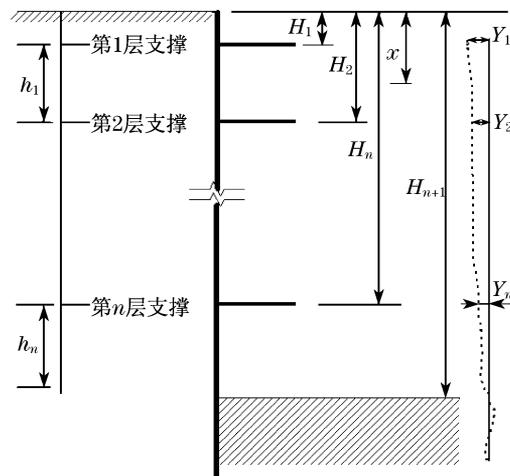


图 1 计算模型简图

Fig. 1 Sketch of simplified model

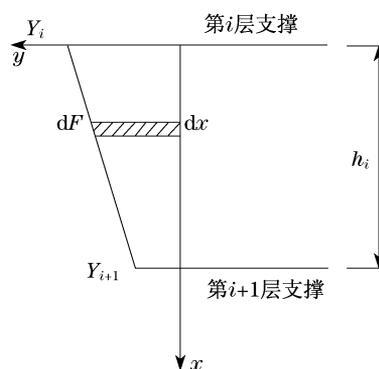


图 2 第  $i$  层支撑坐标关系

Fig. 2 Coordinates for the  $i$ th layer of brace

对于连续墙,假设墙底为固定端,多道支撑为支承点的矩形板模型,则其刚度  $k_2$  可表示为

$$k_2 = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)fl^4} \quad (5)$$

式中:  $k_2$  为连续墙的刚度,  $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $E$  为墙体弹性模量,  $\text{kPa}$ ;  $h$  为墙体厚度,  $\text{m}$ ;  $\nu$  为墙体泊松比;  $f$  为挠度系数;  $l$  为墙体自由边长度,  $\text{m}$ .

挠度系数  $f$  取一端固定、多点支承矩形板在三角形荷载作用下的挠度计算值,具体可参见文献[8].为简便起见,假定连续墙刚度为定值,推导公式

时用  $G$  表示,则  $k = k_1 + k_2 = mx + G$ ,于是式(3)可表示为

$$F = \int_{H_i}^{H_{i+1}} \frac{1}{h_i} [(Y_{i+1} - Y_i)x + H_{i+1}Y - H_iY_{i+1}](mx + G)dx \quad (6)$$

第  $i$  层支撑轴力  $N_i$  为

$$N_i = DF \quad (7)$$

积分式(6)得

$$\begin{aligned} \frac{N_i}{D} = & \left[ \frac{m}{3h_i}(H_{i+1}^3 - H_i^3) - \frac{m}{2h_i}(H_iH_{i+1}^2 - H_i^2H_{i+1}) + \frac{G}{2h_i}(H_{i+1}^2 - H_i^2) - GH_i \right] Y_{i+1} + \\ & \left[ \frac{m}{2h_i}(H_{i+1}^3 - H_{i+1}H_i^2) - \frac{m}{3h_i}(H_{i+1}^3 - H_i^3) - \frac{G}{2h_i}(H_{i+1}^2 - H_i^2) + GH_{i+1} \right] Y_i \end{aligned} \quad (8)$$

变换得到

$$\begin{aligned} Y_i = & \frac{6N_i}{D} - \left[ \frac{2m}{h_i}(H_{i+1}^3 - H_i^3) - \frac{3m}{h_i}(H_iH_{i+1}^2 - H_i^2H_{i+1}) \right. \\ & \left. - \frac{3m}{h_i}(H_{i+1}^3 - H_{i+1}H_i^2) - \frac{2m}{h_i}(H_{i+1}^3 - H_i^3) + 3Gh_i \right] Y_{i+1} / \left[ \frac{3m}{h_i}(H_{i+1}^3 - H_{i+1}H_i^2) - \frac{2m}{h_i}(H_{i+1}^3 - H_i^3) + 3Gh_i \right] \end{aligned} \quad (9)$$

对第  $n$  层支撑,由于假设坑底处墙体变形为零,因此有

$$F = \int_{H_n}^{H_{n+1}} \frac{1}{h_n} [(-Y_n)x + H_{n+1}Y_n](mx + G)dx \quad (10)$$

同样采用  $N_i = DF$ ,由积分式(10)得

$$\begin{aligned} \frac{N_n}{D} = & \left[ \frac{m}{2h_n}H_{n+1}(H_{n+1}^2 - H_n^2) - \frac{m}{3h_n}(H_{n+1}^3 - H_n^3) + \frac{Gh_n}{2} \right] Y_n \end{aligned} \quad (11)$$

变换得到

$$Y_n = \frac{N_n/D}{\left[ \frac{m}{2h_n}H_{n+1}(H_{n+1}^2 - H_n^2) - \frac{m}{3h_n}(H_{n+1}^3 - H_n^3) + \frac{Gh_n}{2} \right]} \quad (12)$$

温度变化引起支撑轴力变化,进而轴力变化又影响连续墙及其墙后土体的弹性变形.同样道理,土体的弹性变形反过来影响支撑变形.通过图3的流程进行迭代,反映以上土和支撑协调变形的过程,最终达到平衡,图中下标  $j$  表示同一层支撑迭代过程

中的变量.从第  $n$  层支撑开始计算,把初始温度应力  $N_{n,0}$  代入式(12),算出  $Y_{n,1}$ ,再将得到的  $Y_{n,1}$  代入式(13),得到  $N_{n,1}$ ,再将  $N_{n,1}$  代回式(12),如此反复直到  $N_{n,j}$  和  $N_{n,j-1}$  相差不大,即得到要求的轴力变化  $N_n$  和水平位移  $Y_n$ .对于  $n-1$  层支撑,把  $N_{n-1,0}$  和第  $n$  层  $Y_n$  代入式(9),算得  $Y_{n-1,1}$ ,把  $Y_{n-1,1}$  代入式(13),算得  $N_{n-1,1}$ ,如此循环,直到求得要求的轴力变化值  $N_{n-1}$  和水平位移  $Y_{n-1}$ ,以此类推,直到算到第1层支撑.

$$N_{i,j} = N_i - \frac{A_c E_c}{L} \cdot 2Y_{i,j} \quad (13)$$

式中: $N_{i,j}$  为第  $i$  层支撑迭代  $j$  次的轴力.由材料力学可以知道,变形受约束的杆件由温差引起的内力  $N = \alpha \Delta T E_c A_c$ ,其中  $\alpha$  为混凝土的线膨胀系数; $\Delta T$  为温差,当基坑深度不是特别大的情况下,沿基坑深度方向温度差变化可以忽略,因此取各层支撑温差  $\Delta T$  相同; $E_c$  为材料弹性模量; $A_c$  为截面面积.

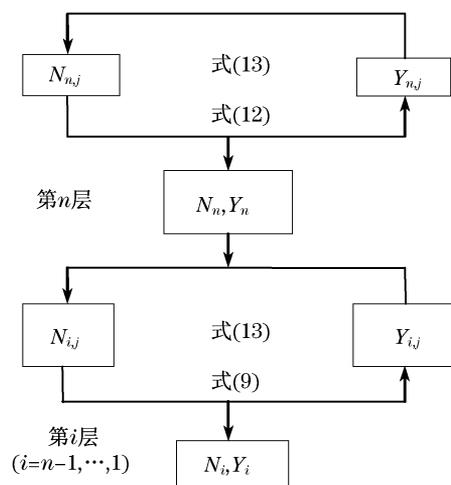


图3 计算流程

Fig. 3 Computation process

上述计算理论中提到计算轴力  $N$  时的迭代初始值  $N_{n,0} = \alpha \Delta T E_c A_c$ ,这是温度变化  $\Delta T$  时支撑两端固定情况的下产生的轴力,但是实际情况是支撑两端不是固定端,支撑可以发生变形,所以初始轴力不会达到  $\alpha \Delta T E_c A_c$ .由于计算方法的最终结果与迭代初始值  $N_{n,0}$  有关,因此势必造成此计算方法的结果偏于保守,存在一定误差,因此,在计算时引入经验系数  $\varphi$ ,使初始的温度应力  $N_{n,0} = \alpha \varphi \Delta T E_c A_c$ , $\varphi$  按实际情况可以取  $0.4 \sim 0.6$ ,这样计算结果更加符合实际.

## 2 数值计算与分析

为了验证本文方法的正确性,将本文方法与文献[6]的计算结果进行了比较,具体结果见图4.计算时,本文方法中围护结构的刚度取为零,其余计算参数如下:基坑呈矩形,开挖深度为8.00 m,围护桩顶位于地面以下2.00 m,在桩顶处设置1道钢筋混凝土支撑,水平支撑间距 $D = 10.00$  m,支撑长度 $L = 30.00$  m,支撑横截面积 $A = 0.250 0$  m<sup>2</sup>,混凝土线膨胀系数 $\alpha = 1.00 \times 10^{-5}$ ,弹性模量 $E = 2.60 \times 10^7$  kPa, $m = 5 000.00$  kN·m<sup>-4</sup>,白天钢筋混凝土支撑在日光照射下最高温度与夜间低温时的最大温差 $\Delta T = 20$  °C.

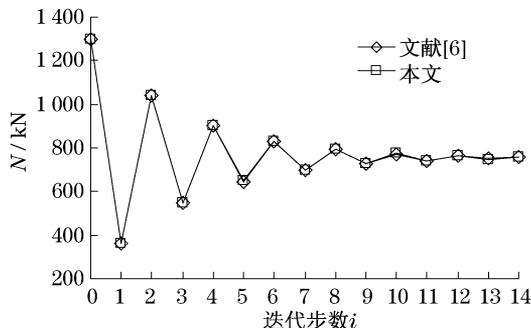


图4 计算结果对比

Fig.4 Comparison of calculation results

从图4可以看到本文方法与文献[6]的迭代过程和收敛结果趋于一致,从而说明了本文方法的有效性和正确性.

实际工程中的深大基坑往往采用连续墙和大截面支撑围护体系,此时连续墙体刚度对支撑温度应力的影响不可忽略.下面具体探讨墙体刚度(厚度)对支撑温度应力的影响.某基坑工程,开挖深度15.00 m,采用地下连续墙和2道钢筋混凝土支撑体系,支撑截面尺寸为1 000 mm×800 mm,2道支撑间距 $h_1$ 为6.70 m,第2道支撑距坑底 $h_2$ 为7.50 m,第1道支撑距墙顶 $H_1$ 为0.80 m,第2道支撑距墙顶 $H_2$ 为7.50 m,水平支撑长度 $L = 60.00$  m, $D = 10.00$  m, $E = 2.50 \times 10^7$  kPa, $\nu = 0.16$ , $\alpha = 1.00 \times 10^{-5}$ , $m = 6 000$  kN·m<sup>-4</sup>, $\Delta T = 20$  °C.

根据本文计算模型,墙体刚度主要与墙体厚度 $h$ 有关,因此分别取墙体厚度 $h$ 为0.60,0.70,0.80,0.90,1.00,1.10和1.20 m,计算各道支撑的温度应力变化,计算结果如图5所示.从图5可以看到,由于墙体的约束作用,支撑的温度应力变大,并

且墙体厚度越大,约束作用越强,支撑温度应力越大.因此,对深大基坑来说,由于采用大截面支撑和连续墙围护体系,当温度变化较大时,水平支撑易产生较大的温度应力,在设计和施工时不能忽略.

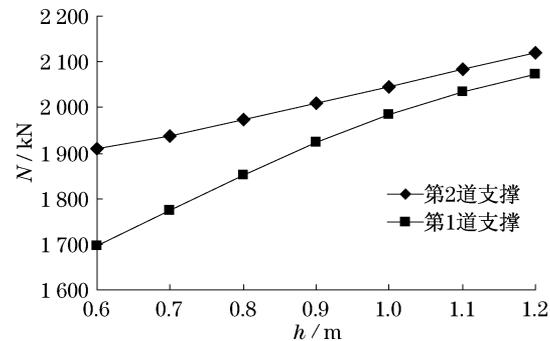


图5 墙体刚度对支撑温度应力的影响

Fig.5 Influence of diaphragm stiffness on the thermal stress of horizontal struts

选取一个深大基坑的实例<sup>[9]</sup>作为本文方法的进一步验证.该工程位于南京繁华商业区,地面上56层,高约210.00 m,地下3层,基坑深度14.60 m,局部地下4层,基坑深度19.35 m.基坑围护结构由地下连续墙和2道钢筋混凝土支撑组成,地连墙厚800 mm,深24.40 m,局部墙厚1 000 mm,深30.90 m.第1道支撑截面1 000 mm×800 mm,第2道支撑截面1 200 mm×800 mm,间距 $D = 10.00$  m.

根据本文计算模型, $h_1 = 4.60$  m, $h_2 = 7.10$  m, $H_1 = 2.90$  m, $H_2 = 7.50$  m, $E = 2.50 \times 10^7$  kPa, $\nu = 0.16$ , $\alpha = 1.00 \times 10^{-5}$ ;根据地质条件, $m = 6 000$  kN·m<sup>-4</sup>;根据工程当地实际气候条件, $\Delta T = 20$  °C.

5号测点支撑长度85.00 m,6号测点支撑长度50.00 m,它们的实测结果和计算结果对比如表1所示.从表1可以看到,5号测点第1道支撑 $F_{15}$ 实测温度变化引起的轴力为2 567 kN,计算值为2 633 kN;第2道支撑 $F_{25}$ 实测值2 444 kN,计算值2 587 kN.6号测点第1道支撑 $F_{16}$ ,实测温度变化引起的轴力为1 788 kN,计算值为1 813 kN;第2道支撑 $F_{26}$ ,实测值2 100 kN,计算值2 132 kN.计算结果与实测结果较为接近,但计算结果稍有保守.同时,第1道支撑2个测点 $F_{15}$ , $F_{16}$ 的计算温度应力为2 633,1 813 kN,分别占到了设计值6 000 kN的43.9%和30.2%;第2道支撑的2个测点 $F_{25}$ , $F_{26}$ 的温度应力为2 587,2 132 kN,分别占设计值8 000 kN的32.3%和26.7%.因此,对于这类深大基坑来说,水平支撑的温度应力确实不能忽略,必须引起重视.

表1 实测和计算结果对比

Tab.1 The measured data and computed results

测点	轴力测量值/kN		计算温差/℃	轴力差值/kN	
	上午	下午		实测	计算
$F_{15}$	6 181	8 748	20	2 567	2 633
$F_{16}$	8 844	10 632	20	1 788	1 813
$F_{25}$	8 587	11 031	20	2 444	2 587
$F_{26}$	8 338	10 438	20	2 100	2 132

### 3 结论

假设墙后土体服从 Winkler 地基模型,地下连续墙变形采用一端固定、多点支承的矩形板模型,同时温度变化引起的围护体变形较小并在竖向呈线性分布;在这些假设的基础上,建立了能够考虑连续墙刚度影响的多层水平支撑温度应力的一个简化计算方法.编制了计算程序,探讨了墙体刚度对支撑温度应力的影响,并将计算结果与实测数据进行了对比,结果表明:墙体厚度越大,约束作用越强,支撑温度应力越大;温度变化对支撑轴力的影响不可忽略,尤其对大截面支撑,支撑温度应力比较大.本文方法计算简便,并具有一定精度,便于工程应用.

#### 参考文献:

- [1] 中国建筑科学研究院,中华人民共和国建设部. JGJ120—1999 建筑基坑支护技术规程[S].北京:中国建筑工业出版社,1999. China Academy of Building Research, Ministry of Construction of the People's Republic of China. JGJ120—1999 Technical specification for retaining and protection of building foundation excavations [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1999.
- [2] 上海市勘察设计协会,上海市建设委员会. DBJ08 61—1997 上海市基坑工程设计规程[S].上海:上海市建筑建材业市场管理总站,1997. Shanghai Exploration & Design Trade Association, Construction Committee of Shanghai. DBJ08 61—1997 Shanghai technical code for excavation engineering [S]. Shanghai: Market Management Station of Shanghai Construction and Building Materials Industry, 1997.
- [3] 李继超. 温度对混凝土支撑轴力影响的探讨[J]. 施工技术, 2000, 29(1): 58. LI Jichao. The influence of temperature on the stress of concrete brace[J]. Construction Technology, 2000, 29(1): 58.
- [4] Chapman K R, Cording E J, Schnabel H. Performance of a braced excavation in granular and cohesive soils[C]// ASCE Specialty Conference on Performance of Earth and Earth-Supported Structures. West Lafayette: Purdue University, 1972, 271—293.
- [5] 陆培毅, 韩丽君, 于勇. 基坑支护支撑温度应力的有限元分析[J]. 岩土力学 2008, 29(5): 1290. LU Peiyi, HAN Lijun, YU Yong. Finite element analysis of temperature stress in strut of foundation pit[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(5): 1290.
- [6] 郑刚, 顾晓鲁. 考虑支撑—围护桩—土相互作用的基坑支护水平支撑温度应力的简化分析法[J]. 土木工程学报, 2002, 35(3): 87. ZHENG Gang, GU Xiaolu. Simple method for calculating temperature stress in horizontal strut of foundation pit considering strut-pile-soil interaction [J]. China Civil Engineering Journal, 2002, 35(3): 87.
- [7] 吴明, 孙鸣宇, 夏唐代, 等. 多层支撑深基坑中考虑支撑—围护桩—土相互作用的水平支撑温度应力简化计算方法[J]. 土木工程学报, 2009, 42(1): 91. WU Ming, SUN Mingyu, XIA Tangdai, et al. Simplified method of calculating temperature stress in multi-layer struts for deep excavations considering strut-pile-soil interactions [J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 42(1): 91.
- [8] 许琪楼, 姜锐, 唐国明. 三角点或四角点支承的矩形板弯曲统一求解方法[J]. 郑州工业大学学报, 2000, 21(3): 19. XU Qilou, JIANG Rui, TANG Guoming. United solution method on rectangular plate bending with three corner points resting or four corner points resting[J]. Journal of Zhengzhou University of Technology, 2000, 21(3): 19.
- [9] 李登超, 李红军. 南京商茂广场深基坑施工技术[J]. 施工技术, 1999, 28(9): 43. LI Dengchao, LI Hongjun. Construction technology in the deep foundation pit of Nanjing Shangmao Plaza project [J]. Construction Technology, 1999, 28(9): 43.