

随机阻尼 Rattling 振动的实验与分析

温建明, 孙宜强, 冯 奇

(同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092)

摘要: Rattling(拍击)是齿轮在空载的条件下所产生的一种不规则的振动现象,是齿轮箱噪音的主要来源之一,属于一类非线性振动现象.从理论方面建立了 Rattling 振动的随机阻尼模型,采用非高斯截断技术导出一个三维平均映射表示的离散随机模型,应用 Matlab 语言编写程序对随机阻尼模型进行定性的分析,通过实验加以验证.最后通过数值仿真得到系统响应的碰撞庞加莱点集和分岔图.结果表明:Rattling 振动随机模型在某些参数影响下会产生随机混沌,系统平均速度的频谱为宽带过程,可以通过调节随机阻尼起到控制齿轮箱的噪声.

关键词: Rattling 振动; 随机阻尼; 非高斯截断; 随机混沌; 实验研究

中图分类号: TH 132.41; O 324

文献标识码: A

Experiment Analysis of Stochastic Damping Rattling Vibration

WEN Jianming, SUN Yiqiang, FENG Qi

(College of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Rattling, a nonlinear vibration, is an irregular vibration phenomenon when gear is unloaded which is the main source of the gearbox noise. A stochastic damping Rattling system was considered. Discrete stochastic model described by mean maps was established with non-Gaussian truncation technique. Matlab program and experiment are applied to analyzing the dynamic response of this model. The result shows that the model will be stochastic chaos under some parameters and the power spectral density of average velocity is wide-band process, and gearbox noise can be controlled by adjusting the intensity of stochastic damping.

Key words: Rattling vibration; stochastic damping; non-Gaussian truncation; stochastic chaos; experiment research

齿轮传动系统所产生的 Rattling 振动是齿轮箱噪声的主要来源之一,对齿轮箱减振降噪的研究历来都受到专家和学者的强烈关注.20 世纪 70~80 年

代以来, Pfeiffer, Kunert, 冯奇等都采用离散模型对 Rattling 振动进行了详细的研究^[1-5],指出 Rattling 振动具有混沌性质. Pfeiffer 和 Kunert 建立了 Rattling 振动的确定性模型;随后 Pfeiffer 和 Karagiannis 在理论的基础上设计了实验装置,从实验的角度对 Rattling 振动研究. Kunert 曾经在研究中引 Rattling 振动的随机离散模型.1998 年,冯奇运用平均映射方法建立了单级传动加噪声^[6]和随机调幅^[7]两种随机模型进行了深入的研究,提出两点看法:其一,除了外加的噪声激励外,非线性系统的控制参数的调节也会产生一些值得研究的现象;其二,随机动力系统中会产生混沌随机振动.随后,文献[8-9]在单级齿轮拍击模型的基础上进行推广,建立了随机调幅和迭加噪声的二级传动模型.本文将对单级传动的随机阻尼 Rattling 模型进行研究,从理论和实验两方面对 Rattling 振动进行研究.

1 物理模型

齿轮传动的模型如图 1 所示.图中, I_1 为从动轮的转动惯量, T_1 为从动轮所受的常阻力矩, φ_1 为从动轮的角位移, R_e 为主动轮的半径, R_1 为从动轮的半径, $e(t)$ 为幅值为 a 圆频率为 ω 的简谐激励, v_1 为齿轮啮合间隙.

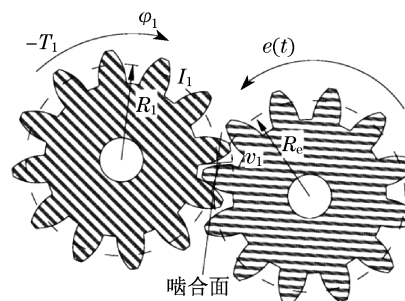


图 1 力学模型

Fig.1 Mechanical model

收稿日期: 2010-01-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10702051)

作者简介: 温建明(1972—),女,副教授,工学博士,主要研究方向为非光滑动力学. E-mail: wenjianming@tongji.edu.cn

离散的确定性模型是由 Pfeifer 于 1988 年建立的. 以图 1 为例, 从动轮在运动的过程中会与主动轮产生碰撞, 在两次碰撞之间, 从动轮处于自由运行状态, 由此可以得出系统的映射方程:

自由相:

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 + d_1 \dot{\varphi}_1 + T_1 = 0 \quad (1)$$

式中: $\dot{\varphi}$ 为 φ_1 对时间的一阶导数; $\ddot{\varphi}$ 为 φ_1 对时间的二阶导数; d_1 为从动轮的阻尼系数.

接触相:

$$\dot{\varphi}_1^+ = -\epsilon \dot{\varphi}_1^- + (1 + \epsilon) \frac{R_e}{R_1} \dot{e}(t) \quad (2)$$

式中: ϵ 为齿轮碰撞的牛顿恢复系数; $\dot{e}(t)$ 为 $e(t)$ 对时间的一阶导数; “+”和“-”上标分别表示碰撞前和碰撞后的状态.

2 随机模型的建立

2.1 运动方程

齿轮传动系统阻尼可分为两个部分, 一是齿轮本身的系统阻尼, 在齿轮运转过程中是一个稳定的量; 二是齿轮箱内润滑油带给系统的粘滞阻尼, 是一个随机的过程. 为了研究上述各参数对 Rattling 系统性质的影响, 对方程(1)和(2)进行量纲一化. 令 $s = R_e e(t) - R_1 \varphi_1$, 相对量纲一化位移 $x_\sigma = s/v_1$, 量纲一化时间 $\tau = \omega t$, 并考虑齿间间隙具有随机性, 由此可以得出系统量纲一后的方程:

自由相: $x_\sigma \in (-(0.5 + d), (0.5 + d))$

$$\begin{cases} \dot{x}_\sigma = y_\sigma \\ \dot{y}_\sigma = -(\beta + \sigma \eta(\tau)) y_\sigma + \gamma + \ddot{f} + (\beta + \sigma \eta(\tau)) \dot{f} \end{cases} \quad (3)$$

接触相: $x_\sigma \in \{-(0.5 + d), (0.5 + d)\}$

$$y_\sigma^+ = -\epsilon y_\sigma^- \quad (4)$$

式中: α, β, γ 分别为量纲一化后的外激励幅值、阻尼和定常阻力矩, 其中, $\alpha = R_e a/v_1$, $\beta = d_1/I_1 \omega$, $\gamma = T_1 R_1/I_1 v_1 \omega^2$, $f(\tau) = \alpha \sin \tau$; ϵ 为恢复系数; $\eta(\tau)$ 为高斯白噪声; σ 为噪声强度; d 为随机此间隙的最大值, y_σ 为量纲一速度.

对自由相进行 Wong-Zakai^[10] 修正, 并令 $\beta_0 = \beta - \frac{1}{2} \sigma^2$, 上述方程可写为

$$\begin{cases} \dot{x}_\sigma = y_\sigma \\ \dot{y}_\sigma = -\beta_0 y_\sigma + \sigma y_\sigma \eta(\tau) + \gamma + \ddot{f} + \beta_0 \dot{f} \end{cases} \quad (5)$$

对于方程(5), 可以令其解的形式写为确定性部分和

随机部分的叠加, 由此, 令 $x_\sigma = x + \xi$, $y_\sigma = y + \zeta$, x 为确定性部分的位移, ξ 为随机部分的位移; y 为确定性部分的速度, ζ 为随机部分的速度. 将其代入方程, 可以将方程分解为两部分:

(1) 确定性部分:

自由相:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\beta_0 y + \gamma + \ddot{f} + \beta_0 \dot{f} \end{cases} \quad (6)$$

接触相:

$$y^+ = -\epsilon y^- \quad (7)$$

(2) 随机部分:

自由相:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \zeta \\ \dot{\zeta} = -\beta_0 \zeta + \sigma(y + \zeta) \eta(\tau) \end{cases} \quad (8)$$

接触相:

$$\zeta^+ = -\epsilon \zeta^- \quad (9)$$

对于由方程(8)和接触条件(9)组成的随机部分, 没有精确解, 它的非线性是由于方程缺少恢复力项引起的, 故矩方程所得到的随机变量 ξ 和 ζ 的相关系数可能不满足相关系数不大于 1 的条件, 因此, 系统的随机响应不满足高斯分布规律. 本文利用非高斯截断方法^[11] 对方程(8)进行求解. 将确定性的模型和随机模型相加, 可以得到一个均值的迭代算子, 考虑碰撞前的映射:

$$\begin{cases} E[x_\sigma]_{k+1}^- = x_{k+1}^- + [\sigma_\xi]_k A_{k+1}^- \\ E[y_\sigma]_{k+1}^- = y_{k+1}^- + [\sigma_\zeta]_k B_{k+1}^- \\ = \left(-\epsilon [y_\sigma]_k^- - \alpha \cos \tau_k - \frac{\gamma}{\beta_0} \right) \exp(-\beta_0 \Delta \tau_k) + \\ \frac{\gamma}{\beta_0} + \alpha \cos \tau_k + (B_{k+1}^- + \epsilon B_k^- \exp(-\beta_0 \Delta \tau_k)) [\sigma_\zeta]_k \\ \tau_{k+1} = \tau_k + \Delta \tau_k \end{cases} \quad (10)$$

式中, k 表示碰撞次数; τ_k 表示第 k 次的碰撞时间; τ_{k+1} 表示第 $k+1$ 次的碰撞时间; σ_ξ 和 σ_ζ 分别为随机部分的位移和速度的方差; A_{k+1}^- , B_{k+1}^- 由矩方程计算得到. $\Delta \tau_k$ 表示两次碰撞之间的时间间隔, 由啮合条件 $E[x_\sigma]_{k+1}^- = E[x_\sigma]_k^-$ 和 $E[y_\sigma]_{k+1}^- = -E[y_\sigma]_k^-$ 确定.

2.2 随机模型的性质

为了研究某个参数对系统动力学响应的影响, 任取两个参数, 并分别让其变化, 得到两组系统的碰撞庞加莱点集. 图 2 为一组不同幅值条件下的碰撞庞加莱点集. 图 3 为两幅不同噪声强度条件下的碰撞庞加莱点集. 图中, 横标为量纲一化的时间间隔

Δt ; 纵标为量纲一的相对速度 E_y .

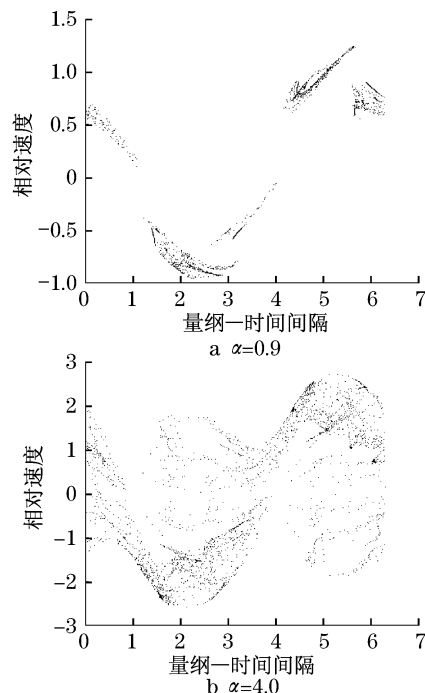


图2 不同幅值条件下庞加莱点集

Fig.2 Poincaré map under different amplitudes

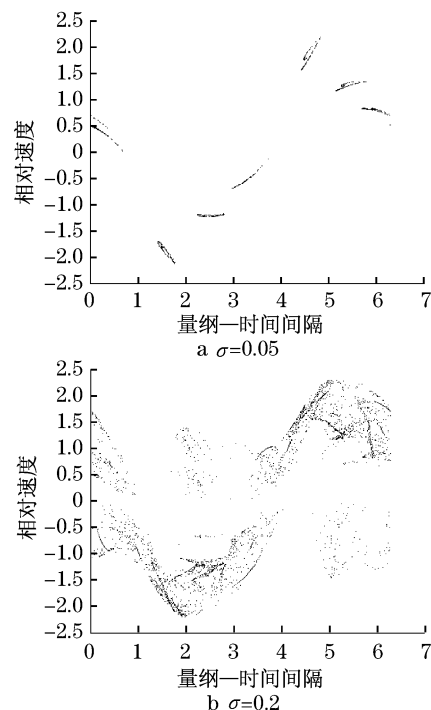


图3 不同噪声强度条件下的庞加莱点集

Fig.3 Poincaré map under different stochastic dampings

由以上两幅图中可以得到如下结论:①在外激励幅值较小时,系统的平均速度的碰撞庞加莱点集会出现奇异吸引子,随着外激励幅值的增加会逐步进入混沌;②随着随机阻尼的强度的增大,系统也会

从最初的奇异吸引子逐步进入混沌状态,分散了振动能量,起到降低齿轮箱噪声的作用.

3 实验验证

为了验证理论方法的正确性,笔者在理论模型以及相关文献的基础上设计了单级齿轮传动的实验模型,照片如图4所示.

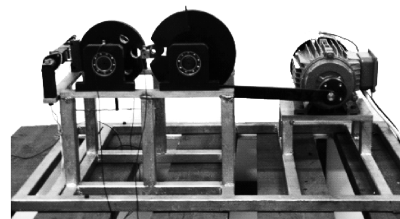


图4 实验装置

Fig.4 Experiment equipments

由图4可以看出,右端为一电动机,是系统运行的动力装置,可以实现电机转速在 $0 \sim 3\,000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ 内连续变化;电机与主动轮用连杆连接,电机的转动带动着主动轮周期性摆动;左端实现阻尼的加载,可以通过控制电流的大小来控制阻尼系数的大小.另外,在设计的过程中还实现了啮合间隙、常阻力矩等一些其他参数大小的可调,可以得到系统在多种不同参数条件下的动力学响应.

图5和图6分别为实测的系统响应频谱图和数值仿真的系统响应频谱图.从横轴坐标来看,两幅频谱图出现噪声尖峰的频率符合得很好,从纵标的噪声强度数值上看存在一定的差异.原因如下:①实测过程受外部环境影响,会有背景噪声的存在,故在高频时的纵坐标值会比数值仿真的要大一些;②实测图形是由数据分析仪直接得出,具体分析数据的方法和作者编程计算采用的方法有些不同.从实验验证的角度看,数值仿真方法是可信的.

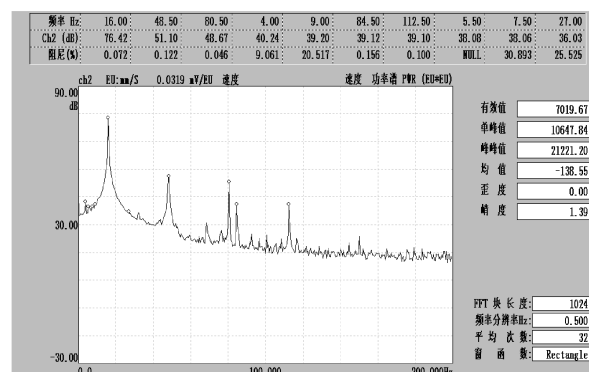


图5 实测速度频谱图

Fig.5 Spectrogram of velocity with test

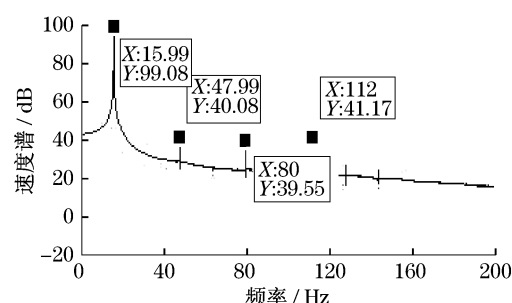


图 6 数值模拟速度频谱图

Fig.6 Spectrogram of velocity with simulation

4 分岔图

图 7 为基于系统幅值的确定性模型的分岔图,还原了文献[4]中的确定性模型的分岔图,并将幅值的范围扩大为原来的 5 倍.在 $\alpha = 0.9 \sim 0.915$ 之间,系统处于一个比较稳定的状态,在运动过程中仅出现 4 个速度值;在 $\alpha = 0.915 \sim 1.0$ 之间时,系统会由最初的 4 个速度值衍生为 7 个速度值,有 3 个速度值都产生了分岔;在随后的区域内会产生阵发混沌;在 $\alpha = 1.02$ 的时候,所有的速度值都会产生一个跳跃,由原来的很多速度变为 3 个速度值,开始了新一轮的小频区,然后又是阵发混沌,再分裂为小频区,直到 $\alpha = 1.745$ 时,系统的速度响应会递减为 5 个值,一直持续到 $\alpha = 2.11$ 时,随后又开始了分岔,阵发混沌等,由此通往混沌.

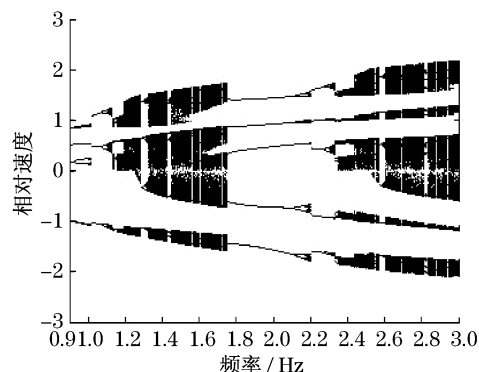


图 7 确定性模型的分岔图

Fig.7 Bifurcation map with deterministic model

图 8 是随机阻尼模型的幅值分岔图.加入随机阻尼以后,在整个运动的过程中不会再出现确定性模型产生的准周期运动.这就说明系统在随机阻尼影响下的动力学响应是一个宽带过程,可以通过控制随机阻尼的强度对齿轮箱的噪声进行控制,在工程实际中有很好的应用前景.

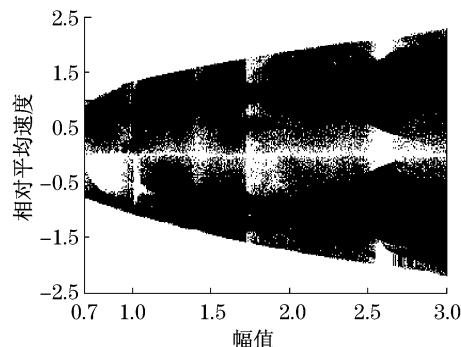


图 8 随机模型的分岔图

Fig.8 Bifurcation map with stochastic model

图 9 是随机模型的噪声强度的分岔图.在强度较小时,系统的响应依旧是个有限的点,随着噪声强度的增加,当噪声强度在 0.05 左右时,系统的速度值会出现一个分岔点,然后逐渐走向随机混沌.

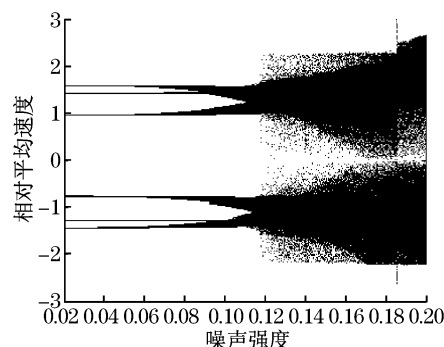


图 9 基于噪声强度的随机模型分岔图

Fig.9 Bifurcation map under different noise intensities

5 结论

本文从理论上建立了 Rattling 系统的随机阻尼模型,并得出了系统平均速度的碰撞庞加莱点集,并设计了实验装置对理论模型进行验证,从理论和实验两方面对此类随机系统进行了详细的研究,最后给出了系统的分岔图.从文中可以得出如下结论:

(1) 从系统的碰撞庞加莱点集中可以看出,相比于确定性系统,随机系统能更好地说明齿轮箱噪声的来源,而且依据系统在随机阻尼条件下会产生随机混沌性质这一结论,可以通过控制系统随机阻尼强度来控制齿轮箱的噪声.

(2) 从实验角度成功展示了齿轮传动系统的随机混沌现象,很直观地解释了齿轮箱噪声的来源;对比实验和数值的频谱图,验证了数值方法的正确性.

(3) 给出基于外激励频率的确定系统和随机系统的分岔图以及基于噪声强度的随机系统的分岔图.

图,得出了系统外激励幅值和随机阻尼强度对系统动力学响应的影响,从理论上得到了系统产生混沌的参数范围,为齿轮箱的减振降噪提供了某方面的理论依据.

参考文献:

- [1] Pfeiffer F, Karagiannis K. Theoretical and experimental investigations of gear rattling[J]. Non-linear Dynamics, 1991, 2:367.
- [2] Pfeiffer F, Kunert A. Stochastic model for rattling in gear boxes [C] // Proceedings of the IUTAM Symposium. Stuttgart: IUTAM, 1989:21-25.
- [3] Pfeiffer F, Kunert A. Rattling models from deterministic to stochastic process[J]. Non-linear Dynamics, 1990, 1:63.
- [4] Kunter A. Dynamik spielbehafteter maschinenteile [M]. Duesseldorf: VDI verlag GmbH, 1992.
- [5] Feng Q, Pfeiffer F. Stochastic model on a rattling system[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 215(3):439.
- [6] 冯奇. Rattling 系统的一种随机模型[J]. 同济大学学报:自然科学版, 1998, 26(4):396.
- FENG Qi. Stochastic model on a rattling system[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 1998, 26(4):396.
- [7] 冯奇. 随机调幅 Rattling 系统建模[J]. 应用数学与力学, 1999, 20(1):85.
- FENG Qi. Modeling of stochastic modulated rattling system[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1999, 20(1):85.
- [8] 温建明, 冯奇. Rattling 系统的一种二级传动随机模型[J]. 噪声与振动控制, 1998, 18(5):2.
- WEN Jianming, FENG Qi. Stochastic model on a two-stage Rattling system [J]. Noise and Vibration Control, 1998, 18(5):2.
- [9] 温建明, 冯奇. 随机调幅 Rattling 振动的二级传动模型[J]. 振动工程学报, 2000, 13(3):353.
- WEN Jianming, FENG Qi. Stochastic model on a two-stage rattling system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2000, 13(3):353.
- [10] Schuss A. 随机微分方程理论及其应用[M]. 刘永才译. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1986.
- Schuss A. Theory and applications of stochastic differential equations[M]. Translated by LIU Yongcai. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Literature Press, 1986.
- [11] Ibrahim R A. Parametric random vibration[M]. Hertfordshire: Research Studies Press, 1985.

(上接第 1780 页)

- JING Jiang, ZHOU Ming, WNAG Xing, et al. Engineering experiment and investigation of effect on degradation of cyanobacteria by the combination of UV-C and H₂O₂ [J]. Research of Environmental Sciences, 2006, 19(6):59.
- [8] 韩博平, 韩志国, 付翔. 藻类光合作用机理与模型[M]. 北京: 科学出版社, 2003. 57-78.
- HAN Boping, HAN Zhiguo, FU Xiang. Algal photosynthesis: mechanisms and models [M]. Beijing: Science Press, 2003. 57-78.
- [9] 韩志国, 雷腊梅, 韩博平. 利用调制荧光仪在线监测叶绿素荧光[J]. 生态科学, 2005, 24(3):246.
- HAN Zhiguo, LEI Lamei, HAN Boping. In situ monitoring of chlorophyll fluorescence using PAM fluorometer[J]. Ecological Science, 2005, 24(3):246.
- [10] Sakai H, Katayama H, Oguma K, et al. Kinetics of microcystis aeruginosa growth and intracellular microcystins release after UV irradiation[J]. Environ Sci Technol, 2009, 43(3):896.
- [11] Sakai H, Oguma K, Katayama H, et al. Effects of low or medium-pressure ultraviolet lamp irradiation on microcystis aeruginosa and Anabaena variabilis [J]. Wat Res, 2007, 41(1):11.
- [12] Sakai H, Oguma K, Katayama H, et al. Effects of low or medium-pressure UV irradiation on the release of intracellular microcystin[J]. Wat Res, 2007, 41(15):3458.
- [13] Lam A K Y, Prepas E E, Spink D, et al. Chemical control of hepatotoxic phytoplankton blooms: implications for human health[J]. Wat Res, 1995, 29(8):1845.
- [14] Mamane H, Shemer H, Linden K G. Inactivation of *E. coli*, *B. subtilis* spores, and MS-2, T-4, and T-7 phage using UV/H₂O₂ advanced oxidation[J]. Journal of Hazardous Materials, 2007, 146(3):479.
- [15] Holzinger A, Lutz C. Algae and UV irradiation: effects on ultrastructure and related metabolic functions [J]. Micron, 2006, 37(3):190.
- [16] Henderson R K, Baker A, Parsons S A, et al. Characterisation of algogenic organic matter extracted from cyanobacteria, green algae and diatoms[J]. Wat Res, 2008, 42(13):3435.