

# 水泥土重力式围护结构水平变形简化计算方法

王卫东<sup>1,2</sup>, 王浩然<sup>1,3</sup>, 黄茂松<sup>1,3</sup>, 徐中华<sup>2</sup>

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 华东建筑设计研究院有限公司 地基基础与地下工程设计研究所, 上海 200002;  
3. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 根据上海地区具体工程实例, 通过归一化得到了水泥土重力式围护结构墙体的水平位移函数表达式, 然后采用最小势能原理, 推导了上海地区水泥土重力式围护结构墙体水平位移的简化计算公式, 并对影响墙体位移的若干因素进行了分析. 采用该墙体位移简化公式对上海地区十个工程进行了计算, 结果表明计算值与实测值之间的平均相对误差为13.5%, 从而验证了该方法的适用性.

**关键词:** 水泥土重力式围护结构; 最小势能原理; 水平变形; 基坑; 计算方法

**中图分类号:** TU 476

**文献标识码:** A

## Simplified Calculation Method of Lateral Deformation of Gravity Retaining Wall

WANG Weidong<sup>1,2</sup>, WANG Haoran<sup>1,3</sup>, HUANG Maosong<sup>1,3</sup>, XU Zhonghua<sup>2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Underground Structure & Geotechnical Engineering, East China Architectural Design & Research Institute, Shanghai 200002, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The lateral displacement function of the gravity retaining wall was normalized through several excavations in Shanghai. The simplified formula of lateral deformation of gravity retaining wall was deduced through principle of minimum potential energy. Meanwhile, factors that affect deformation of gravity retaining wall were also analyzed. The simplified formula was adopted to calculate the lateral displacements of gravity retaining walls of ten excavations. The average relative error between the calculated results and the measured results is 13.5%, which proves that the method is suitable for calculating lateral displacement of gravity

retaining wall.

**Key words:** gravity retaining wall; principle of minimum potential energy; lateral deformation; excavation; calculation method

水泥土重力式围护结构是上海软土地区较常用的一种基坑围护结构形式, 预测其水平变形是设计中的一重要内容. 建筑基坑支护技术规程(JGJ12099)<sup>[1]</sup>只是关注其强度设计并没有提供相应的水平变形计算方法. 新版上海基坑工程技术规范(DG/TJ08-61—2010)<sup>[2]</sup>虽然在条文说明中提供了三种水泥土重力式围护结构水平变形的预测方法, 但是这些方法计算结果离散性仍较大. 目前, 水泥土重力式围护结构变形计算方法一般有有限单元法<sup>[3-4]</sup>、弹性地基梁法<sup>[5]</sup>以及强度发挥设计法(mobilizable strength design, MSD)<sup>[6]</sup>. 有限单元法中的土体本构模型参数难以确定; 强度发挥设计法需要考虑场地土的应力—应变关系及土体非均质性和各向异性对土体不排水强度的影响. 因此这两种方法都比较复杂, 不便于使用. 弹性地基梁法中地基土水平抗力系数的合理确定也存在相当难度. 因此有必要给工程设计人员提供一种预测水泥土重力式围护结构水平变形的简单可靠的实用方法. 本文根据上海地区具体工程实例, 通过归一化得到了水泥土重力式围护结构墙体的水平位移函数表达式, 然后采用最小势能原理, 推导了上海地区水泥土重力式围护结构墙体水平位移的简化计算公式, 并验证了其可靠性.

收稿日期: 2010-03-24

基金项目: 上海市科委科技攻关重点项目(08201200901)

第一作者: 王卫东(1969—), 男, 教授级高级工程师, 工学博士, 主要研究方向为地下工程、深基坑工程、高层建筑地基基础的设计与理论分析. E-mail: weidong\_wang@ecadi.com

## 1 墙体位移函数

本文基于最小势能原理推导水泥土重力式围护结构的水平位移简化计算公式,最小势能原理必须以位移作为基本未知量,因此必须假定合适的位移函数来反映墙体的基本位移形态.通过对上海地区新世纪工程、大宁商业中心工程、上海交通大学图书馆信息中心工程和虹桥综合交通枢纽工程4个水泥土重力

式围护结构的墙体水平位移实测分析(见图1),发现墙体的水平位移 $\delta(z)$ 均随深度的增加而逐渐递减,最大水平位移位于墙顶,墙底位移几乎为零,其形态呈半周期余弦函数形态,均可用式(1)近似地表达,其变形曲线如图2所示.图中, $\delta(z)$ 为 $z$ 深度处的墙体水平位移,m; $l$ 为墙体深度,m; $B_m$ 为待求系数; $z$ 为墙体计算点的深度,m; $u$ 为墙顶位移,m.

$$\delta(z) = B_m \left( 1 + \cos \frac{\pi}{l} z \right) \quad (1)$$

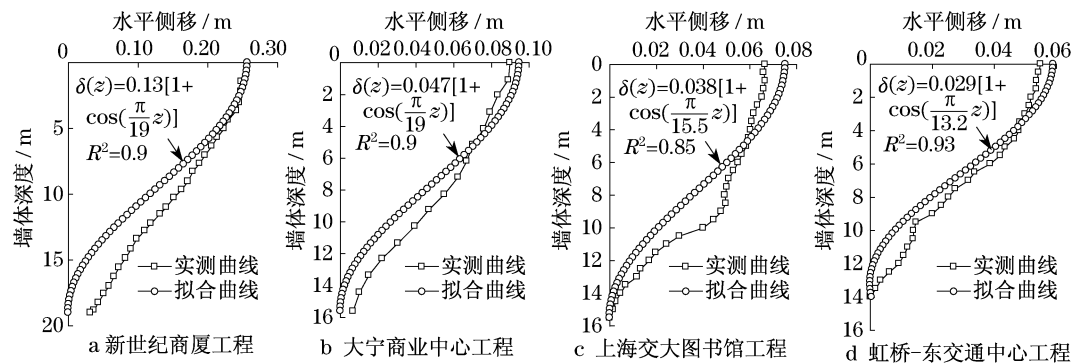


图1 工程实测与拟合的水平位移曲线

Fig.1 Measured and fitting lateral displacement curves

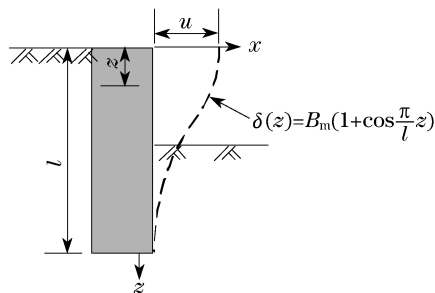


图2 墙体水平位移函数曲线

Fig.2 Lateral deformation formula curve of wall

图2).

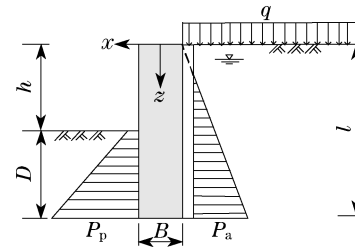


图3 墙体两侧土压力分布

Fig.3 Distribution of earth pressure on both sides of wall

## 2 水泥土重力式围护结构墙体变形计算

### 2.1 计算假定

(1) 水泥土重力式围护结构为线弹性体,对其位移计算属于平面应变问题.

(2) 墙体两侧的主动土压力和被动土压力满足朗肯土压力计算理论,主动土压力呈三角形分布,被动土压力呈梯形分布(见图3).图中, $p_a$ 为主动土压力,kPa; $p_p$ 为被动土压力,kPa; $h$ 为基坑开挖深度,m; $D$ 为墙体插入深度,m; $B$ 为墙宽度,m; $q$ 为超载,kPa.

(3) 墙体绕底部转动,不发生水平刚体位移(见

(4) 由于桩体自重引起的垂直位移较小,因此忽略桩体的压缩应变能.

(5) 墙体位移函数为可由式(1)表示,且满足位移边界条件: $z=l$ 时 $\delta(z)=0$ ;  $z=l$ 时 $d\delta(z)/dz=0$ .

(6) 根据上海基坑工程技术规范(DG/TJ08-61-2010)<sup>[2]</sup>,作用在水泥土重力式围护墙两侧的土压力,按照水土分算的原则进行计算.

(7) 坑内和坑外孔隙水压力呈三角形分布(见图4).图中, $p_{aw}$ 为主动侧水压力,kPa; $p_{pw}$ 为被动侧水压力,kPa; $a$ 为坑外地下水位,m; $b$ 为坑内地下水位,m.

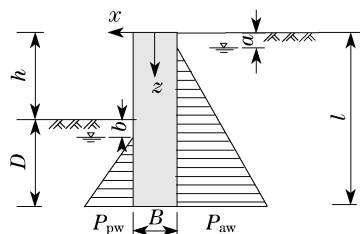


图 4 墙体两侧水压力分布

Fig. 4 Distribution of water pressure on both sides of wall

## 2.2 墙体水平位移计算公式推导

(1) 主动土压力和被动土压力计算如下:

$$p_a = (\gamma'_1 z + q) K_a - 2c_1 \sqrt{K_a} \quad (2)$$

式中:  $K_a = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi_1}{2} \right)$ , 其中,  $\varphi_1$  为主动侧土体内摩擦角加权平均值, ( $^\circ$ );  $\gamma'_1$  为主动侧土体加权重度平均值(地下水位以上取天然重度, 地下水位以下取浮重度,  $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ );  $c_1$  为主动侧土体内聚力加权平均值,  $\text{kPa}$ .

$$p_p = \gamma'_2 (z - h) K_p + 2c_2 \sqrt{K_p} \quad (3)$$

式中:  $K_p = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi_2}{2} \right)$ , 其中,  $\varphi_2$  为被动侧土体内摩擦角加权平均值, ( $^\circ$ );  $\gamma'_2$  为被动侧土体加权重度平均值(地下水位以上取天然重度, 地下水位以下取浮重度,  $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ );  $c_2$  为被动侧土体内聚力加权平均值,  $\text{kPa}$ .

(2) 墙体弯曲应变能计算: 因为假设水泥土重力式围护结构的位移计算属于平面应变问题, 所以水泥土重力式围护结构任一竖向剖面可视为长为  $l$ , 厚为  $B$ , 宽为  $1 \text{ m}$  的竖向放置的梁(见图 3). 根据弹性力学梁的理论, 梁的弯曲应变能即本文中的墙体弯曲应变能为

$$U = \int_0^l \frac{1}{2} EI \left( \frac{d^2 \delta(z)}{dz^2} \right)^2 dz = \frac{EIB_m^2 \pi^4}{4l^3} \quad (4)$$

式中,  $U$  为墙体弯曲应变能,  $\text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^{-1}$ .

(3) 主动土压力做功计算: 其数值为主动土压力与墙体变形乘积沿墙体深度方向积分, 可表示为

$$W_a = \int_0^l [(\gamma'_1 z + q) K_a - 2c_1 \sqrt{K_a}] B_m \left( 1 + \cos \frac{\pi}{l} z \right) dz = \left[ \gamma'_1 K_a l^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi^2} \right) + q K_a l - 2c_1 \sqrt{K_a} l \right] B_m \quad (5)$$

式中,  $W_a$  为主动土压力做功,  $\text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^{-1}$ .

(4) 被动土压力做功计算: 其数值为被动土压力与墙体变形乘积沿墙体深度方向积分, 可表示为

$$W_p = \int_h^l [\gamma'_2 (z - h) K_p + 2c_2 \sqrt{K_p}] B_m \left( 1 + \cos \frac{\pi}{l} z \right) dz = \gamma'_2 K_p B_m \left( \frac{l^2}{2} + \frac{h^2}{2} - hl - \frac{l^2}{\pi^2} - \frac{l^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi h}{l} \right) + 2B_m c_2 \sqrt{K_p} (l - h) - 2c_2 B_m \sqrt{K_p} \frac{l}{\pi} \sin \frac{\pi h}{l} \quad (6)$$

式中,  $W_p$  为被动土压力做功,  $\text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^{-1}$ .

(5) 主动侧水压力做功计算: 墙体主动侧水压力做功为主动侧水压力与墙体变形乘积沿墙体深度方向积分, 可表示为

$$W_{aw} = \int_a^l \gamma_w (z - a) B_m \left( 1 + \cos \frac{\pi}{l} z \right) dz = \gamma_w B_m \left( \frac{l^2}{2} + \frac{a^2}{2} - al - \frac{l^2}{\pi^2} - \frac{l^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi a}{l} \right) \quad (7)$$

式中:  $W_{aw}$  为主动侧水压力做功,  $\text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^{-1}$ ;  $\gamma_w$  为水的重度,  $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ .

(6) 被动侧水压力做功计算: 墙体被动侧水压力做功为被动侧水压力与墙体变形乘积沿墙体深度方向积分, 可表示为

$$W_{pw} = \int_{h+b}^l \gamma_w (z - h - b) B_m \left( 1 + \cos \frac{\pi}{l} z \right) dz$$

令  $b + h = t$ , 即

$$W_{pw} = \gamma_w B_m \left( \frac{l^2}{2} + \frac{t^2}{2} - tl - \frac{l^2}{\pi^2} - \frac{l^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi t}{l} \right) \quad (8)$$

式中,  $W_{pw}$  为被动侧水压力做功,  $\text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^{-1}$ .

(7) 总能量计算: 总能量为上述五者能量的叠加, 可表示为

$$\Pi = U + W_p + W_{pw} - W_a - W_{aw} \quad (9)$$

(8) 根据最小势能原理求解系数  $B_m$ :

$$\frac{d\Pi}{dB_m} = 0 \quad (10)$$

令

$$P = \gamma_w \left( \frac{l^2}{2} + \frac{a^2}{2} - al - \frac{l^2}{\pi^2} - \frac{l^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi a}{l} \right)$$

$$Q = \gamma_w \left( \frac{l^2}{2} + \frac{t^2}{2} - tl - \frac{l^2}{\pi^2} - \frac{l^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi t}{l} \right)$$

$$M' = \gamma'_2 K_p \left( \frac{l^2}{2} + \frac{h^2}{2} - hl - \frac{l^2}{\pi^2} - \frac{l^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi h}{l} \right) + 2c_2 \sqrt{K_p} (l - h) - 2c_2 \sqrt{K_p} \frac{l}{\pi} \sin \frac{\pi h}{l}$$

$$N' = \gamma'_1 K_a l^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi^2} \right) + q K_a l - 2c_1 \sqrt{K_a} l$$

所以有:

$$B_m = \frac{2l^3 (P - Q - M' + N')}{EI \pi^4} \quad (11)$$

将式(11)代入式(1),便可以得到墙体水平位移. 同样,由式(1)可知当  $z=0$  时,水平位移最大值  $\delta_{\max}=u$  位于墙顶,墙顶位移  $u$  为

$$u = 2B_m = \frac{4l^3(P - Q - M' + N')}{EI\pi^4} \quad (12)$$

按水土分算原则计算土压力时,从理论上应采用有效应力抗剪强度指标( $c', \varphi'$ ),但当前工程勘察报告中极少提供  $c'$  和  $\varphi'$ ,并且上海基坑工程技术规范(DG/TJ08-61—2010)<sup>[2]</sup>通过计算对比,发现采用总应力抗剪强度指标( $c, \varphi$ )计算的土压力与采用有效应力抗剪强度指标( $c', \varphi'$ )计算的土压力基本相当. 因此按水土分算原则计算时,可采用总应力抗剪强度指标( $c, \varphi$ ).

### 3 位移计算公式中的参数分析

为了分析水泥土重力式围护结构各参数与墙顶水平位移之间的关系,选择如下例题进行分析:基坑开挖深度  $h=5$  m,墙体深度  $l=10$  m,墙体宽度  $B=3.2$  m;场地为均质土,土体重度  $\gamma=18$  kN·m<sup>-3</sup>,内聚力  $c=10$  kPa,内摩擦角  $\varphi=10^\circ$ ;坑内和坑外地下水埋深均为 0.5 m;地面超载  $q=20$  kPa.

#### 3.1 基坑开挖深度 $h$ 的影响

基坑开挖深度分别取为:4.0, 4.5, 5.0 和 5.5 m,其他参数保持不变,开挖深度与墙顶水平位移之间的关系如图 5 所示.

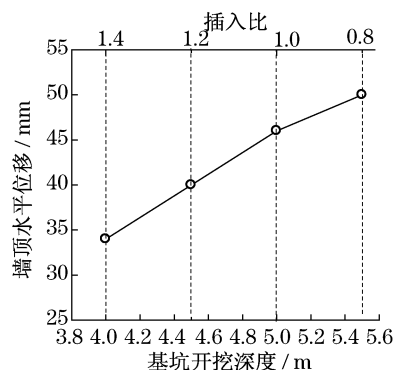


图 5 基坑开挖深度与墙顶水平位移关系

Fig. 5 Relationship between excavation depth and lateral deformation at the top of wall

从图 5 可以发现墙顶水平位移随着开挖深度的增加线性增加,随着墙体插入比的增大而减小,这与文献[7]反映的规律相同.

#### 3.2 地面超载 $q$ 的影响

地面超载分别取:5, 10, 15 和 20 kPa,其他参数

不变,地面超载与墙顶水平位移之间的关系见图 6.

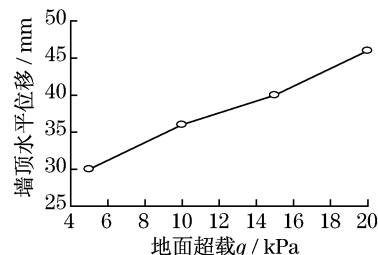


图 6 地面超载与墙顶水平位移关系

Fig. 6 Relationship between load and lateral deformation at the top of wall

从图 6 可以发现墙顶水平位移随着地面超载的增加线性增加,这亦与文献[8]反映的规律相同.

#### 3.3 围护结构墙体宽度 $B$ 的影响

围护结构墙体宽度对墙顶水平位移的影响反映在墙体沿宽度方向的惯性矩  $I$  对墙顶水平位移的影响.取墙体宽度为 2.7, 3.2, 4.2 和 5.7 m.墙体宽度与墙顶水平位移之间的关系如图 7 所示.

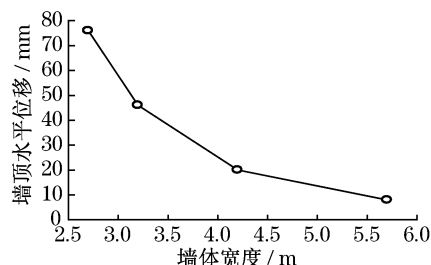


图 7 墙体宽度与墙顶水平位移关系

Fig. 7 Relationship between width of wall and lateral deformation at the top of wall

从图 7 可知墙顶水平位移随墙体宽度的增大而指数递减.这是由于围护结构墙体宽度略有增大,墙体的惯性矩  $I$  便急剧增大,故墙顶水平位移急剧减小.

上海地区大量工程经验表明,水泥土重力式围护墙墙顶位移随着开挖深度的增加而增加,随着墙体插入比的增大而减小,随着坑外地面超载的增加而增加,同时也随着墙体宽度的增大而减小.此规律与本文所推导的公式反映的规律相吻合.

## 4 工程应用验证

本文搜集了上海地区十个水泥土重力式围护结构实例,场地土层均为典型的上海软土地层,分别采用本文推导的公式(12)计算墙顶水平位移,用以检验公式的适用性以及对比实测值与计算值的差异,计算结果和实测结果见表 1.

表 1 墙顶水平位移计算值与实测值比较

Tab.1 Comparison between the calculated and the measured lateral displacement at the top of wall

序号	工程名称	开挖深度/m	坝体宽度/m	墙体深度/m	墙顶水平位移/mm		误差率/%
					本文公式(12)计算值	实测值	
1	软件园 9#楼	5.45	4.2	12.0	36.9	45.3	18.5
2	宛平南路	4.90	4.2	11.0	21.8	20.0	9.0
3	花园村雅苑	4.10	2.7	8.7	40.0	50.0	20.0
4	展览中心西二馆 <sup>[9]</sup>	5.00	3.2	10.0	37.3	52.0	28.2
5	康吉大楼 <sup>[9]</sup>	5.95	4.2	12.0	45.6	50.0	8.8
6	太阳广场 <sup>[8]</sup>	6.70	6.2	15.0	131.5	180.0	26.9
7	西门广场 <sup>[10]</sup>	5.40	2.2	11.4	57.0	55.0	3.6
8	超华苑 <sup>[11]</sup>	3.30	2.2	6.8	17.3	20.0	13.5
9	某自来水公司工程 <sup>[12]</sup>	6.30	3.7	15.3	22.3	22.0	1.4
10	某基坑 <sup>[13]</sup>	4.80	3.2	9.0	27.2	26.0	4.6

计算结果显示:采用本文推导的计算公式得到的墙顶水平位移与实测墙顶水平位移较为接近.最大误差率为 28.2%,最小误差率为 1.4%.平均误差率为 13.5%.该法可作为上海软土地区水泥土重力式围护结构水平变形简化计算方法.

5 结语

本文根据上海地区具体工程实例,通过归一化得到了水泥土重力式围护结构墙体的位移函数表达式,然后采用最小势能原理,推导了上海软土地区水泥土重力式围护结构墙体水平位移的简化计算公式,由于所推公式均为显式表达式,因此很容易进行编程计算.采用本文方法对上海地区十个工程的位移进行了计算,与实测结果的对比表明了方法的适用性.参数分析表明,适当的增加墙体插入比,增大墙体宽度和减小地表超载可以减小重力式水泥土围护结构的墙顶水平位移.

参考文献:

[ 1 ] 建筑基坑支护技术规程(JGJ12099)[S]. 北京:中国建筑业出版社,1999.  
Code for Bracing Technology of Building Foundation Pit (JGJ12099) [S]. Beijing: China Architecture & Building Press 1999.

[ 2 ] DG/TJ08-61—2010 上海基坑工程技术规范[S]. 上海:[s. n.],2010.  
DG/TJ08-61—2010 Shanghai Standard. Technical Code for Excavation Engineering[S]. Shanghai:[s. n.],2010.

[ 3 ] Goh A T C. Behavior of cantilever retaining walls[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1993, 119(11): 1751.

[ 4 ] Goh A T C. Finite element analysis of retaining walls[D]. Melbourne: Monash University. Department of Civil Engineering, 1984.

[ 5 ] 杨光华. 深层搅拌桩等嵌入式重力挡土结构稳定与变形的计

算[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(4): 91.  
YANG Guanghua. Calculation of stability and deformation of gravity retaining wall composed by deep mixing piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(4): 91.

[ 6 ] Osman A S, Bolton M D. A new design method for retaining walls in clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, 41(3): 453.

[ 7 ] 舒文超. 水泥搅拌桩-压顶梁支护结构空间变形分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(4): 557.  
SHU Wenchao. Analysis of spatial deformation for cement mixing piles-ring beam supporting structure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(4): 557.

[ 8 ] 刘建航, 侯学渊. 基坑工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.  
LIU Jianhang, HOU Xueyuan. Manual of excavation engineering [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1997.

[ 9 ] 胡孟达, 夏明耀. 水泥土深层搅拌桩作为围护结构的变形机理研究[J]. 地下工程与隧道, 1999(1): 9.  
HU Mengda, XIA Mingyao. Analysis of deformation mechanism of gravity retaining wall [J]. Underground Engineering and Tunneling, 1999(1): 9.

[10] 李象范, 魏建华, 何之民. 复合土钉、水泥土墙加锚固围护技术的综合应用[J]. 建筑施工, 2001, 23(6): 385.  
LI Xiangfan, WEI Jianhua, HE Zhimin. Integrated application of composite soil nailing, soil cement wall and anchor for retaining technology[J]. Building Construction, 2001, 23(6): 385.

[11] 余万生, 张晓波, 高翔. 超华苑基坑围护工程设计优化探讨与实践[J]. 西部探矿工程, 2001(1): 19.  
YU Wansheng, ZHANG Xiaobo, GAO Xiang. Practice and study of design optimization of Chaohuayuan excavation engineering [J]. West-China Exploration Engineering, 2001(1): 19.

[12] 丁涛, 徐金明, 李伟华. 大面积基坑复合型围护结构的变形分析[J]. 建筑科学, 2005, 21(2): 76.  
DING Tao, XU Jinming, LI Weihua. Analysis on horizontal displacements of composite retaining structure for wide Excavation[J]. Building Science, 2005, 21(2): 76.

[13] 熊巨华. 水泥土围护结构的工程实例分析[J]. 上海地质, 2003 (1): 36.  
XIONG Juhua. Analysis of a case history of gravity retaining wall[J]. Shanghai Geology, 2003(1): 36.