

考虑层间滑移效应的组合梁解析计算

苗 林, 陈德伟

(同济大学 桥梁系, 上海 200092)

摘要: 将双层组合梁的接触面模拟成 Goodman 弹性夹层, 用 Goodman 弹性夹层法分析双层组合梁在弹性工作阶段的滑移、内力及挠度与荷载之间的关系. 分别针对简支梁、悬臂梁在多种荷载作用下, 根据边界条件计算出梁在该荷载约束条件下的内力、滑移和挠度分布规律, 通过“滑移附加弯矩”引入层间相对滑移对组合梁的影响. 该理论公式既能描述组合梁的界面滑移规律, 又可以计算界面滑移对组合梁变形挠度及截面应力分布的影响. 利用通用有限元软件对组合梁的界面滑移与变形进行了有限元分析, 验证了解析计算结果. 所得的理论计算公式物理意义明确, 简化了组合梁结构截面应力分布和变形挠度的计算.

关键词: 双层组合梁; 弹性夹层; 滑移附加弯矩; 挠度; 截面应力

中图分类号: TU 398

文献标识码: A

Closed-form Solution of Composite Beam Considering Interfacial Slip Effects

MIAO Lin, CHEN Dewei

(Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on Goodman model, which is used for simulating the contact surface between beams, this paper presents an analysis of the relationship interfacial slip of composite beam, internal force, deflection and load in elastic state. For the simply-supported and cantilever beams subjected to variety of loads, the impacts on deformation due to the interfacial slip are considered through the “additional slip bending moment”. This theoretical formula can describe the law of slip, deflection and sectional stress distribution. The closed-form solutions are then validated by means of finite element analysis. All the theoretical formula in the paper which reflects the structural mechanism can simplify calculation of interfacial slip effects of composite beam.

Key words: bi-layer composite beam; elastic interlayer;

additional slip bending moment; deflection; section stress

组合梁界面的相对滑移对结合结构受力性能的影响主要表现在两方面:降低结构刚度,使组合梁在使用荷载作用下的变形增大;降低截面的组合效应,使结合截面抗弯承载力减小.

国内外对组合梁截面滑移引起挠度变化的计算方法进行了大量的试验和理论研究工作,取得了不少研究成果,主要有以下计算方法:①换算截面法:1912 年英国的 E. S. Andrews 提出了沿用至今的换算截面法,是根据弹性模量的比例关系将钢-混凝土结合截面换算成为同一种材料进行计算.我国《钢结构设计规范》(GBJ17—1988)即采用此法;②基于换算截面法的内插法:1975 年 R. P. Johnson 根据试验结果提出了部分剪力连接刚度计算采用完全剪力连接和零剪力连接刚度按照剪力连接程度的 1/2 次幂内插的计算方法^[1].1994 年的美国钢结构规范^[2]借鉴了 R. P. Johnson 的研究成果,给出了组合梁的等效抗弯刚度 $(EI)_{\text{eff}}$,其中, E 为材料弹模, I 为内插法计算截面惯性矩;③折减刚度法:聂建国等^[3-4]在建立相对滑移微分方程的基础上,得到不同荷载工况下组合梁因滑移引起的附加变形计算公式,通过对理论公式的简化和修正,提出了考虑滑移变形的组合梁挠度计算的折减刚度法.该方法被我国《钢结构设计规范》(GB50017—2003)采用;④解析法:Lloyd C. P. Yam 根据平衡关系和变形协调条件推导了组合梁控制微分方程,微分方程随边界条件和剪力连接程度而异^[5];蒋丽忠、余志武等对均布荷载^[6]及集中荷载^[7]作用下简支钢-混凝土组合梁的滑移及其对组合梁变形挠度影响的理论计算进行了研究,推导了简支钢-混凝土组合梁的界面滑移和挠度变形的理论计算公式.

收稿日期: 2010-06-10

第一作者: 苗 林(1982—),男,博士生,主要研究方向为桥梁施工控制. E-mail: miao_lin@hotmail.com

通讯作者: 陈德伟(1956—),男,研究员,博士生导师,工学博士,主要研究方向为桥梁施工控制. E-mail: chendewei@tj@hotmai.com

本文将双层组合梁层间的相对滑移 u 作为一个基本变量,利用 Goodman 弹性夹层假设及弹性体变形理论,由变分法推导出组合梁滑移和挠度控制微分方程,引入“滑移附加弯矩”表示界面滑移对结构变形的影响,并求解简支组合梁及悬臂组合梁在多种荷载作用下挠度和截面滑移的理论公式;利用相对滑移 u 的表达式可以方便求得层间滑移对结构挠度及截面应力的影响.

1 组合梁滑移及变形的理论分析与微分方程的建立

1.1 计算基本假设

组合梁在使用荷载作用下,其钢梁处于弹性工作阶段,混凝土翼缘的最大压应变也位于应力-应变曲线的上升段,这已被大量实验和数值计算结果所证实^[3].因此,为了简化起见,在分析滑移效应时可以近似地将组合梁当成弹性体来考虑,并作如下假设:①钢梁与混凝土均为各向同性的弹性体;②变形前后,组合梁钢梁和混凝土板截面分别符合平截面假定;③组合梁的竖向纤维无挤压,不考虑组合梁的横向应变;④剪力连接件等效地用连续的弹性介质^[8]代替,竖向层间掀起力与相邻层的竖向相对位移成正比;层间界面的水平方向剪力与相邻层的水平相对位移差成正比,也即与滑移量成正比.

由上述基本假设,建立坐标轴如图 1 所示, Ox 轴与组合梁中性轴重合.图中, M , V 及 N 分别为截面弯矩、剪力和轴力; E 为梁弹性模量; A 为梁截面面积; ρ_v , ρ_h 分别为夹层的竖向和水平的反应模量; ω 为梁挠度; ω' 为梁挠度一阶导数; u 为水平位移;下标 t 和 b 分别表示上下层梁; C 表示中性轴.组合梁弹性夹层中竖向反力 q_v 和水平反力 q_h 可以表示为

$$q_v = \rho_v(\omega_t - \omega_b) \quad (1)$$

$$q_h = \rho_h(u_{b,c} - u_{t,c} + z_{b,t}\omega'_b + z_{t,b}\omega'_t) \quad (2)$$

式中: $u_{b,c}$ 与 $u_{t,c}$ 为梁截面中性轴处的水平位移, $u = u_{b,c} - u_{t,c}$; $z_{t,b}$, $z_{b,t}$ 分别为上下层梁中性轴至各自梁底、梁顶的距离.

在计算过程中不考虑上下层梁竖向脱离,即认为两者竖向位移相同.根据基本假设,在外荷载作用下,组合梁的应变由两部分组成:服从平截面假定的弯曲变形和上下层间各自保持平截面伸缩的相对滑移.截面的弯曲应变为 ϵ_m

$$\epsilon_m(x, z) = -z\omega''(x) \quad (3)$$

式中: ω'' 为梁挠度二阶导数; z 为截面上任意一点的竖向坐标.

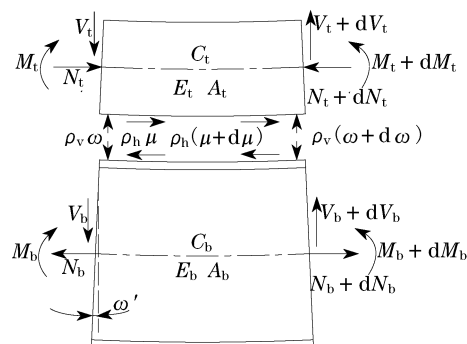


图 1 微段梁变形模型

Fig.1 Deformation of infinitesimal segments

层间产生相对滑移,同时上下层梁保持平截面伸缩.层间界面的水平方向剪力使组合梁整个截面的轴力自平衡,由层间相对滑移引起的截面应变 ϵ_s

$$\begin{cases} E_t \epsilon_{t,s} A_t + E_b \epsilon_{b,s} A_b = 0 \\ \epsilon_{b,s} - \epsilon_{t,s} = u'(x) \end{cases} \quad (4)$$

根据组合梁截面轴力自平衡方程,得到上下层梁层间相对滑移引起的轴向应变分别为 $\epsilon_{t,s}(x) = -\alpha_E A_b (A_t + \alpha_E A_b)^{-1} u'(x)$, $\epsilon_{b,s}(x) = A_t (A_t + \alpha_E A_b)^{-1} u'(x)$, 式中: α_E 为上下层梁的弹性模量之比, $\alpha_E = E_b/E_t$; u' 为层间相对滑移应变.上述应变叠加,可以得到组合梁的总应变 $\epsilon = \epsilon_m + \epsilon_s$. 截面应变分布见图 2. 图中, a_t , a_b 分别为上下层梁截面重心到换算截面重心的距离, $a = a_t + a_b$.

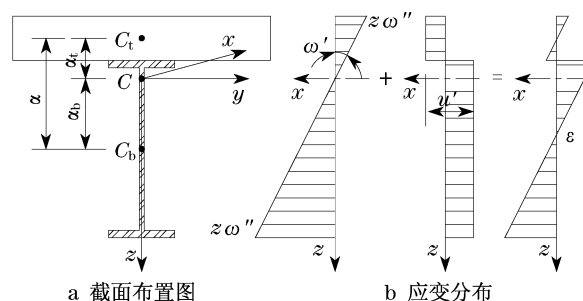


图 2 截面应变分布

Fig.2 Sectional strain distribution

1.2 基本变分方程的建立

组合梁上下层梁的正应变分别为 $\epsilon_t(x, z)$, $\epsilon_b(x, z)$

$$\epsilon_t(x, z) = \frac{-\alpha_E A_b}{A_t + \alpha_E A_b} u'(x) - z\omega''(x) \quad (5)$$

$$\forall z \in A_t, x \in [0, L]$$

$$\varepsilon_b(x, z) = \frac{A_t}{A_t + \alpha_E A_b} u'(x) - z\omega''(x) \quad (6)$$

$$\forall z \in A_b, x \in [0, L]$$

式中, L 为计算梁长. 对组合梁上下层梁材料及抗剪连接件引入线弹性本构关系, 可以计算出上层梁正应力 $\sigma_t(x, z)$, 下层梁正应力 $\sigma_b(x, z)$, 剪力连接件的剪力 $q_h(x)$

$$\sigma_t(x, z) = E_t \varepsilon_t = E_t \left[\frac{-\alpha_E A_b}{A_t + \alpha_E A_b} u'(x) - z\omega''(x) \right] \quad (7)$$

$$\sigma_b(x, z) = E_b \varepsilon_b = E_b \left[\frac{A_t}{A_t + \alpha_E A_b} u'(x) - z\omega''(x) \right] \quad (8)$$

$$q_h(x) = \rho_h u(x) \quad (9)$$

根据最小势能原理, 在外力作用下, 结构处于平衡状态. 当有任何虚位移时, 体系总位能的一阶变分为零, 即

$$\Pi = V - \Gamma \quad (10)$$

$$\delta \Pi = \delta(V - \Gamma) = 0 \quad (11)$$

式中: V 为体系的应变能; Γ 为外力势能.

梁受弯曲时的外力势能

$$\Gamma = - \int_L M(x) \frac{d^2 \omega(x)}{dx^2} dx \quad (12)$$

组合梁上层梁的应变能

$$V_t = \frac{1}{2} \int_L \int_{A_t} \varepsilon_t \sigma_t dA dx \quad (13)$$

组合梁下层梁的应变能

$$V_b = \frac{1}{2} \int_L \int_{A_b} \varepsilon_b \sigma_b dA dx \quad (14)$$

弹性夹层滑移应变能

$$V_s = \frac{1}{2} \int_L \rho_h u^2 dx \quad (15)$$

将式(5)~(8)代入外力势能及体系应变能表达式(12)~(15), 由最小势能原理 $\delta \Pi = 0$, 并作分部积分后得到下列微分方程组:

$$E_b A_o a u'(x) + E_b I_o \omega''(x) + M(x) = 0 \quad (16)$$

$$\rho_h u(x) - E_b A_o u''(x) + E_b A_o a \omega'''(x) = 0 \quad (17)$$

$$E_b A_o [u'(x) + a \omega''(x)] \delta u \Big|_{x_1}^{x_2} = 0$$

$$\forall x \in [0, L] \quad (18)$$

式中: $A_o^{-1} = A_b^{-1} + \alpha_E A_t^{-1}$; I 为截面惯性矩, $I_o = I_b + A_b a_b^2 + I_t / \alpha_E + A_t a_t^2 / \alpha_E$ 即将组合梁换算成以下层梁材料为主的截面换算惯性矩.

整理式(16)~(18), 并令 $n = (1 - A_o a^2 / I_o)^{-1}$, $k = \sqrt{\rho_h n / (E_b A_o)}$, 可以得到

$$u''(x) - k^2 u(x) = \frac{a n}{E_b I_o} M'(x) \quad (19)$$

$$\omega'''(x) - k^2 \omega''(x) = \frac{k^2}{E_b I_o} M(x) - \frac{n}{E_b I_o} M''(x) \quad (20)$$

边界条件为: 当组合梁固结时 $u = 0, \delta u = 0$; 当组合梁为非固结时 $[u'(x) + a \omega''(x)] \Big|_{x_1}^{x_2} = 0$.

方程(19)的一般解形式为

$$u(x) = \frac{a n}{E_b I_o} (C_1 \sinh kx + C_2 \cosh kx + u^*) \quad (21)$$

式中, u^* 为与 $M'(x)$ 分布有关的微分方程特解, 系数 C_1 与 C_2 由梁的边界条件确定.

1.3 组合梁滑移附加弯矩与截面应力分布

由式(16)得到如下关系式:

$$\omega''(x) = - \left[\frac{M(x)}{E_b I_o} + \frac{E_b A_o a}{E_b I_o} u'(x) \right] = - \frac{1}{E_b I_o} [M(x) + M_s(x)] \quad (22)$$

式中, $M_s(x)$ 为滑移附加弯矩, 由层间相对滑移而产生, 与层间滑移分布曲线的切线斜率成正比, $M_s(x) = E_b A_o a u'(x)$.

由式(7)~(8)可以求得组合梁上下层梁截面的应力分布

$$\sigma_t(x, z) = E_t \left[\frac{M(x)}{E_b I_o} z + \frac{M_s(x)}{E_b I_o} z - \frac{M_s(x)}{E_t A_t a} \right] \quad (23)$$

$$\forall z \in A_t, x \in [0, L]$$

$$\sigma_b(x, z) = E_b \left[\frac{M(x)}{E_b I_o} z + \frac{M_s(x)}{E_b I_o} z + \frac{M_s(x)}{E_b A_b a} \right] \quad (24)$$

$$\forall z \in A_b, x \in [0, L]$$

式中后 2 项为考虑层间相对滑移的截面应力修正项, 层间滑移导致截面应力的重分布.

2 常见结构形式微分方程的解析解

对悬臂梁、简支梁组合梁的滑移效应采用变分法进行求解, 以便用于具体计算. 以下公式适用于等截面的情况.

2.1 悬臂梁承受端部集中荷载

如图 3 所示, 悬臂梁自由端作用集中力 P . 组合梁弯矩与剪力函数为 $M(x) = Px, Q(x) = M'(x) = P$.

将 $M(x)$ 与 $Q(x)$ 代入式(19)得 $u'' - k^2 u = (a n P) / (E_b I_o)$, 其微分方程通解为 $u(x) = a n \cdot P (E_b I_o)^{-1} (C_1 \sinh kx + C_2 \cosh kx - k^{-2})$.

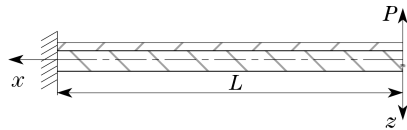


图3 悬臂梁自由端作用集中荷载

Fig.3 Cantilever beam subjected to concentrated load at free end

在悬臂梁自由端,当梁为非固结时,边界条件为 $[u'(x) + a\omega''(x)]|_{x=0} = 0$. 将式(22)代入上式,可得到自由端 $u'(x)|_{x=0}$, 而固定端 $u(x)|_{x=L} = 0$. 由以上边界条件,可求得悬臂梁层间相对滑移函数待定系数 $C_1 = 0, C_2 = (k^2 \cosh kL)^{-1}$. $u(x) = \frac{an}{E_b I_o} \cdot P \left(\frac{\cosh kx}{k^2 \cosh kL} - \frac{1}{k^2} \right)$, 滑移附加弯矩 $M_s(x) = P(n-1) \frac{\sinh kx}{k \cosh kL}$. 将上式代入式(22), 经过2次积分得 $\omega(x) = \frac{-1}{E_b I_o} \left[\frac{Px^3}{6} + \frac{P(n-1)}{k^2} \cdot \left(\frac{\sinh kx}{k \cosh kL} - x \right) \right] + C_3 x + C_4$. 根据边界条件 $\omega(x)|_{x=L} = 0, \omega'(x)|_{x=L} = 0$, 求得挠度函数待定系数 $C_3 = \frac{1}{E_b I_o} \frac{PL^2}{2}, C_4 = \frac{1}{E_b I_o} \left[-\frac{PL^3}{3} + \frac{P(n-1)}{k^2} \cdot \left(\frac{\tanh kL}{k} - L \right) \right]$. 将 $M_s(x)$ 及 $M(x)$ 表达式代入式(23)~(24), 便可求得层间滑移后截面的应力分布.

$$\text{挠度表达式 } \omega(x) = -\frac{P}{E_b I_o} \left[\frac{x^3}{6} - \frac{L^2}{2} x + \frac{L^3}{3} + \frac{(n-1)}{k^2} \left(L - x - \frac{\sinh kL - \sinh kx}{k \cosh kL} \right) \right], \text{ 当 } x=0 \text{ 时,}$$

$$\text{挠度 } \omega_{\max} = -\frac{P}{E_b I_o} \left[\frac{L^3}{3} + \frac{(n-1)}{k^2} \left(L - \frac{\sinh kL}{k \cosh kL} \right) \right].$$

2.2 简支梁承受均布荷载

如图4所示简支梁作用均布荷载 q . 弯矩与剪力函数为 $M(x) = (q/2)(L-x)x, Q(x) = (q/2)(L-2x)$. 将 $M(x)$ 与 $Q(x)$ 代入式(19)得 $u'' - k^2 u = -\frac{an}{E_b I_o} \frac{q}{2}(L-2x)$, 其微分方程通解为

$$u(x) = \frac{an}{E_b I_o} q \left(C_1 \sinh kx + C_2 \cosh kx - \frac{(L-2x)}{2k^2} \right) \quad (25)$$

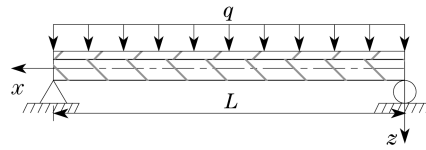


图4 简支梁承受均布荷载

Fig.4 Simply-supported beam subjected to uniform distribution load

由边界条件 $u'(x)|_{x=0} = u'(x)|_{x=L} = 0$ 得滑移函数待定系数 $C_2 = (\cosh kL - 1)/(k^3 \sinh kL)$, $C_1 = -k^{-3}$, 代入式(25)得 $u(x) = \frac{an}{E_b I_o} q \cdot \left(\frac{\cosh k(L-x) - \cosh kx}{k^3 \sinh kL} - \frac{(L-2x)}{2k^2} \right)$. 滑移附加弯矩 $M_s(x) = E_b A_o a u'(x)$. $M_s(x) = \frac{q(n-1)}{k^2} \cdot \left[1 - \frac{\sinh k(L-x) + \sinh kx}{\sinh kL} \right]$. 将上式代入式(22), 经过2次积分得 $\omega(x) = \frac{-1}{E_b I_o} \cdot \left[\frac{q(Lx^3 - x^4/2)}{12} - \frac{q(n-1)}{k^2} \cdot \left(\frac{(L-x)x}{2} + \frac{\sinh k(L-x) + \sinh kx}{k^2 \sinh kL} \right) \right] + C_3 x + C_4$, 根据边界条件 $\omega(x)|_{x=0} = \omega(x)|_{x=L} = 0$, 求得挠度函数待定系数 $C_3 = (qL^3)/(24E_b I_o), C_4 = -q(n-1)/(E_b I_o k^4)$.

2.3 集中荷载形式下简支梁变形及附加弯矩

如图5所示简支梁任一位置作用集中荷载 P , 其弯矩与剪力均为分段函数.

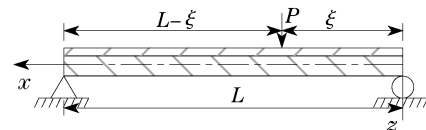


图5 简支梁承受集中荷载

Fig.5 Simply-supported beam subjected to concentrated load

当 $0 \leq x \leq \xi$ 时, $M_1(x) = (L-\xi)L^{-1}Px, Q_1(x) = (L-\xi)L^{-1}P$; 当 $\xi \leq x \leq L$ 时, $M_2(x) = (L-\xi)L^{-1}Px - P(x-\xi), Q_2(x) = -\xi L^{-1}P$.

由式(22), 根据边界条件 $u'_1(x)|_{x=0} = u'_2(x)|_{x=L} = 0$, 微分方程中的边界条件 $[u'_1(x) + a\omega''_1(x)]|_{x=\xi} = [u'_2(x) + a\omega''_2(x)]|_{x=\xi}$, 变形连续条件 $u_1(x)|_{x=\xi} =$

$u_2(x)|_{x=\xi}$, 确定滑移函数为 $u_1(x) = \frac{an}{E_b I_o} P \cdot \left(\frac{\sinh k(L-\xi)}{k^2 \sinh kL} \cosh kx - \frac{L-\xi}{k^2 L} \right), 0 \leq x \leq \xi;$

$u_2(x) = \frac{an}{E_b I_o} P \left(\frac{\xi}{k^2 L} - \frac{\sinh k\xi}{k^2 \sinh kL} \cosh k(L-x) \right), \xi \leq x \leq L.$ 对应的滑移附加弯矩为 $M_{s1}(x) = \frac{P(n-1)}{k^2} \frac{\sinh k(L-\xi)}{\sinh kL} \cdot \sinh kx, 0 \leq x \leq \xi;$

$M_{s2}(x) = \frac{P(n-1)}{k^2} \frac{\sinh k\xi}{\sinh kL} \cdot \sinh k(L-x), \xi \leq x \leq L.$

根据组合梁挠度的边界条件 $\omega_1(x)|_{x=0} = \omega_2(x)|_{x=L} = 0$, 变形连续条件 $\omega_1(x)|_{x=\xi} = \omega_2(x)|_{x=\xi}, \omega_1'(x)|_{x=\xi} = \omega_2'(x)|_{x=\xi}$, 确定挠度函数 $\omega_1(x) = \frac{-1}{E_b I_o} P \left[\frac{L-\xi}{L} \frac{x^3}{6} + \frac{n-1}{k^2} \cdot \left(\frac{\sinh k(L-\xi)}{k \sinh kL} \sinh kx - \frac{L-\xi}{L} x \right) \right] + C_3 x + C_4,$

$\omega_2(x) = \frac{-1}{E_b I_o} P \left[\frac{L-\xi}{L} \frac{x^3}{6} - \frac{(x-\xi)^3}{6} + \frac{n-1}{k^2} \cdot \left(\frac{\sinh k\xi}{k \sinh kL} \sinh k(L-x) + \frac{\xi}{L} x \right) \right] + C_5 x + C_6,$ 式

中: $C_3 = C_5 = P(2L-\xi)(L-\xi)\xi/(6E_b I_o L); C_4 = 0; C_6 = P(n-1)\xi/(E_b I_o k^2).$

组合梁截面应力分布, 可由滑移附加弯矩 $M_s(x)$ 及外荷载 $M(x)$ 代入式(23)~(24)求得.

3 算例

本文算例如图 6 所示: 上层梁采用 C30 混凝土, 下层梁采用工字钢. 抗剪连接件采用双排 $\phi 22$ 圆柱头栓钉, 轴向间距 150 mm. 梁长 $L = 4.5$ m, $E_t = 3.00 \times 10^7$ kPa, $E_b = 2.06 \times 10^8$ kPa; 栓钉的水平反应模量, 即栓钉抗剪承载力设计值^[9] $\rho_h = 762.67$ kN \cdot m⁻². 有限元模拟计算采用软件 ANSYS^[10], 上层梁通过 8 节点 Solid45 实体单元, 下层梁采用 4 节点 Shell43

壳单元, 栓钉采用 2 节点 Combin39 弹簧单元, 弹簧刚度按照单个栓钉抗剪设计承载力^[9]取值, 用以考虑受力之后的滑移. 上下梁层间界面除栓钉节点的纵向位移约束采用弹簧模拟外, 其他节点的位移采用耦合约束, 有限元计算模型见图 7.

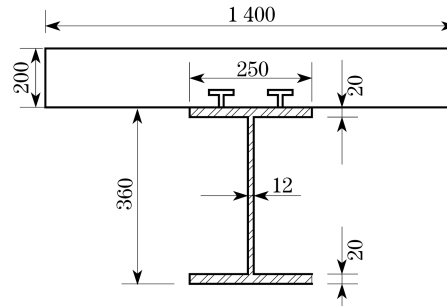


图 6 截面几何尺寸(单位:mm)

Fig.6 Geometry of cross section (unit:mm)

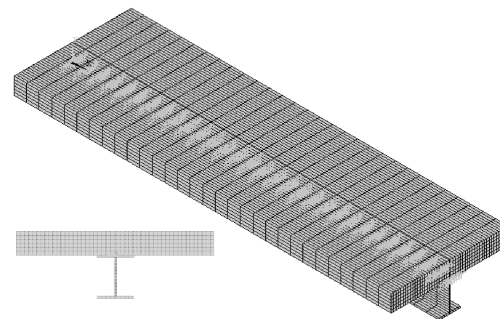


图 7 有限元模型

Fig.7 Finite element model

本文的理论计算值与有限元模拟值的对比见表 1 及表 2, 其中 $\sigma_{top}, \sigma_{bot}$ 分别表示组合梁截面上下缘轴向应力; ω_{slip} 为考虑组合梁层间滑移得到的挠度值; ω_{nom} 为不考虑层间滑移得到的挠度值. 整体坐标系如图 2 所示, 轴向应力以拉应力为正、压应力为负. 荷载与挠度的正方向与整体坐标系正方向相同.

上表中不考虑层间滑移效应挠度值 ω_{nom} , 即组合梁按照弹性梁理论换算截面特性得到的挠度值. 简支梁承受均布荷载, 跨中截面上下缘轴向应力、挠

表 1 简支梁承受均布荷载结果对比

Tab.1 Results comparison for the simply-supported beam subjected to uniform load

荷载 $q/$ (kN \cdot m ⁻¹)	跨中 σ_{top}/MPa		跨中 σ_{bot}/MPa		跨中 ω_{slip}/mm		跨中 ω_{nom}/mm	
	有限元	本文理论	有限元	本文理论	有限元	本文理论	有限元	本文理论
10	-0.80	-0.80	9.92	9.94	0.564	0.565	0.204	0.204
20	-1.60	-1.61	19.84	19.89	1.128	1.130	0.409	0.409
30	-2.41	-2.41	29.76	29.83	1.691	1.695	0.613	0.613
40	-3.21	-3.22	39.68	39.77	2.255	2.261	0.817	0.818

表 2 悬臂梁自由端作用集中荷载结果对比
Tab.2 Results comparison for the cantilever beam subjected to concentrated load at free end

荷载 P/kN	固定端 $\sigma_{\text{top}}/\text{MPa}$		固定端 $\sigma_{\text{bot}}/\text{MPa}$		自由端 $\omega_{\text{slip}}/\text{mm}$		自由端 $\omega_{\text{nom}}/\text{mm}$	
	有限元	本文理论	有限元	本文理论	有限元	本文理论	有限元	本文理论
-10	-1.40	-1.43	17.36	17.66	-3.200	-3.203	-1.165	-1.163
-20	-2.81	-2.85	34.73	35.32	-6.399	-6.406	-2.329	-2.326
-30	-4.21	-4.28	52.09	52.98	-9.599	-9.609	-3.494	-3.488
-40	-5.61	-5.71	69.45	70.64	-12.798	-12.812	-4.658	-4.651

度的有限元计算值与本文理论计算值的比值为 0.998,不考虑层间滑移跨中挠度有限元与理论值比值为 0.998~1.001;悬臂梁自由端作用集中荷载,固端截面上下缘轴向应力、自由端挠度的有限元计算值与本文理论计算值的比值为 0.983 和 0.999,不考虑层间滑移自由端挠度有限元与理论值比值为 1.002.不同荷载作用下,简支梁与悬臂梁的挠度与滑移分布见图 8 及图 9. 综上可以看出,本文理论值与有限元计算值吻合较好.

曲线斜率值 u' 在跨中处最大,端点处趋于平缓,因此跨中处附加弯矩 M_s 达到最大值;②悬臂组合梁在自由端集中荷载作用下,自由端滑移值最大,向固定端方向各点滑移值逐渐减小;滑移曲线斜率 u' 在自由端处最小、固定端处达到最大值.

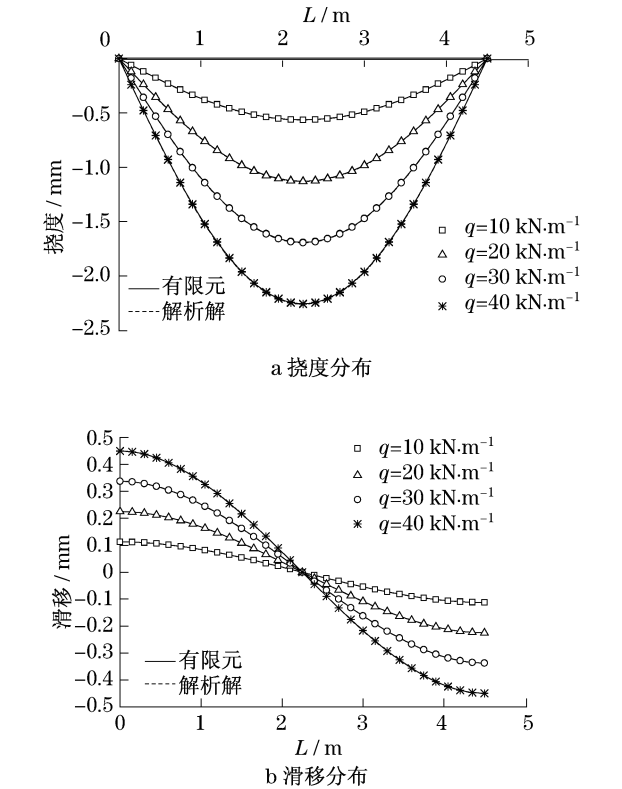


图 8 不同均布荷载下简支
Fig.8 Deflection distribution and slip distribution of the simply-supported beam subjected to different uniform distribution load

由图 8~9 中的滑移分布图可以看出:①简支组合梁在均布荷载作用下,跨中出现滑移的反弯点,其余各点滑移值以跨中坐标点呈现反对称;跨中点滑移值较小,向端点两侧各点滑移值逐渐增大,但滑移

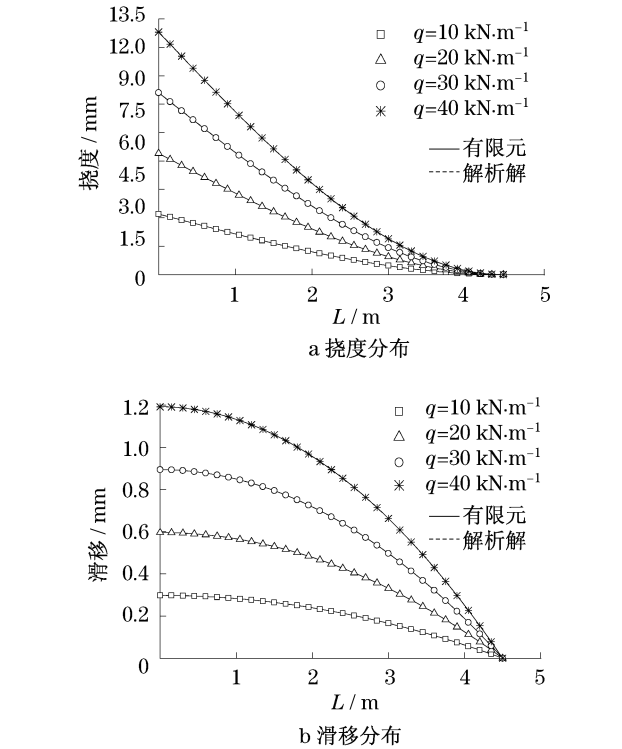


图 9 不同集中荷载下悬臂梁
Fig.9 Deflection distribution and slip distribution of the cantilever beam subjected to different concentrated load at free end

4 结语

以组合梁层间相对滑移为基本未知量,得到层间滑移与结构挠度的关系,从而引入滑移附加弯矩,考虑双层组合梁层间滑移对结构变形及截面应力分布的影响.通过结构平衡微分方程的解析解,对悬臂梁、简支梁组合梁的滑移效应采用变分法进行求解,得到常见结构形式的滑移附加弯矩.本文理论值与有限元计算值吻合得较好,滑移附加弯矩理论计算公式适用于正常使用阶

段的悬臂梁、简支梁组合梁,可以简化计算层间滑移引起的组合梁刚度截面应力重分布及挠度,同时可以得到梁长范围内滑移的分布规律.

参考文献:

- [1] Johnson R P, May I M. Partial-interaction design of composite beams[J]. The Structural Engineer, 1975, 53(8): 305.
 - [2] Segui T William. LRFD steel design[M]. 3rd ed. Washington D C: Thompson Brooks/Cole, 2003.
 - [3] 聂建国, 沈聚敏, 袁彦生. 钢-混凝土简支组合梁变形计算的一般公式[J]. 工程力学, 1994, 11(1): 21.
NIE Jianguo, SHEN Jumin, YUAN Yansheng. A general formula for predicting the deflection of simply supported composite steel-concrete beams with the consideration of slip effect[J]. Engineering Mechanics, 1994, 11(1): 21.
 - [4] 聂建国, 沈聚敏, 余志武. 考虑滑移效应的钢-混凝土组合梁变形计算的折减刚度法[J]. 土木工程学报, 1995, 28(6): 11.
NIE Jianguo, SHEN Jumin, YU Zhiwu. A reduced rigidity method for calculating deformation of composite steel-concrete beams[J]. China Civil Engineering Journal, 1995, 28(6): 11.
 - [5] Lloyd C P Yam. Design of composite steel-concrete structures[M]. Glasgow: Surrey University Press, 1981.
 - [6] 蒋丽忠, 余志武, 李佳. 均布荷载作用下钢-混凝土组合梁滑移及变形的理论计算[J]. 工程力学, 2003, 20(2): 133.
JIANG Lizhong, YU Zhiwu, LI Jia. Theoretical analysis of slip and deformation of steel-concrete composite beam under uniformly distributed loads[J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(2): 133.
 - [7] 余志武, 蒋丽忠, 李佳. 集中荷载作用下钢-混凝土组合梁界面滑移及变形[J]. 土木工程学报, 2003, 36(7): 1.
YU Zhiwu, JIANG Lizhong, LI Jia. The interface slip and deformation of steel-concrete composite beam under uniformly concentrated loads[J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36(7): 1.
 - [8] Goodman R E, Taylor R L, Brekke T L. A model for the mechanics of jointed rock[J]. ASCE, 1968, 94(SM3): 637.
 - [9] 中华人民共和国建设部. GB 50017—2003 钢结构设计规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2003.
Ministry of Construction of People's Republic China. GB 50017—2003 Code for design of steel structures [S]. Beijing: China Planning Press, 2003.
 - [10] Queiroz F D, Vellasco P C G S, Nethercot D A. Finite element modelling of composite beams with full and partial shear connection[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2006, 63: 505.
-
- (上接第 1112 页)
- Ministry of Transport of the People's Republic of China. JTG D62—2004 Code for design reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts[S]. Beijing: China Communications Press, 2004.
 - [10] 中华人民共和国交通运输部. JTG D60—2004 公路桥涵设计通用规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.
Ministry of Transport of the People's Republic of China. JTG D60—2004 General code for design of highway bridges and culverts[S]. Beijing: China Communications Press, 2004.
 - [11] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB/T 50283—1999 公路工程质量可靠度设计统一标准[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. GB/T 50283—1999 Unified standard for reliability design of highway engineering structures [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1999.
 - [12] Ellingwood B, Galambos T V, MacGregor J G, et al. Development of a probability based load criterion for American National Standard[R]. Washington D C: Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1980.
 - [13] Nowak A S, Szerszen M M. Calibration of design code for building (ACI318): part 1-statistical models for resistance[J]. ACI Structural Journal, 2003, 100(3): 377.
 - [14] Darmawan M S, Stewart M G. Spatial time-dependent reliability analysis of corroding pretensioned prestressed concrete bridge girders[J]. Structural Safety, 2007, 29(1): 16.
 - [15] Tabsh S W, Nowak A S. Reliability of highway girder bridges[J]. Journal of Structural Engineering, 1991, 177(8): 2372.
 - [16] Kong J, Ahabneh A N, Frangopol D M, et al. Reliability analysis of chloride penetration in saturated concrete [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2002, 17: 305.
 - [17] Nowak A S, Yamani A S, Tabsh S W. Probabilistic models for resistance of concrete bridge girders[J]. ACI Structural Journal, 1994, 91(3): 269.
 - [18] Enright M, Frangopol D M. Probabilistic analysis of resistance degradation of reinforced concrete bridge beams under corrosion[J]. Engineering Structure, 1998, 20(11): 960.
 - [19] Nowak A S, Hong Y K. Bridge live-load models [J]. Journal of Structural Engineering, 1991, 117(9): 2757.
 - [20] Thoft-Christensen P. Assessment of the reliability profiles for concrete bridges[J]. Engineering Structures, 1998, 20(11): 1004.
 - [21] McGee R. Modeling of durability performance of Tasmanian bridges [C] // Proceedings of the Eight International Symposium on Application of Statistics and Probability. Sidney: The University of Newcastle, 1999: 297—306.
 - [22] 西安建筑科技大学. CECS 220: 2007 混凝土结构耐久性评定标准[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007.
Xi'an University of Architecture and Technology. CECS 220: 2007 Standard for durability assessment of concrete structures[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2007.
 - [23] Bentz D P, Clifton J, Snyder K. A prototype computer-integrated knowledge system: predicting service life of chloride-exposed steel-reinforced concrete[J]. Concrete International, 1996, 18(12): 42.
 - [24] Vu K A T, Stewart M G. Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models[J]. Structural Safety, 2000, 22(4): 313.
 - [25] Estes A C, Frangopol D M. RELSYS: A computer program for structural system reliability analysis[J]. Structure Engineering & Mechanics, 1998, 6(8): 901.