

# 弯扭耦合颤振过程中的能量转换机理

刘祖军<sup>1,2</sup>, 葛耀君<sup>1</sup>, 杨咏昕<sup>1</sup>

(1. 同济大学 桥梁工程系, 上海 200092; 2. 华北水利水电学院 土木与交通学院, 河南 郑州 450011)

**摘要:** 采用激励-反馈机制建立了耦合颤振的能量分析方法并给出了颤振稳定的能量判据. 结合平板的风洞试验研究了颤振临界风速下结构-气流系统内部的能量变化规律. 分析结果表明, 联合气动导数  $A_1^* H_3^*$  ( $A_1^*$  为竖向运动的速度对扭矩的贡献,  $H_3^*$  为扭转运动的位移对升力的贡献) 建立了能量从竖向自由度向扭转自由度的传递途径, 使气流能量在扭转自由度上大量聚集, 并最终超越了气动阻尼的耗能能力, 造成了扭转振动稳定性丧失的颤振失稳形态. 参数  $A_1^* H_3^* \cos \theta_1$  ( $\theta_1$  为竖向运动和扭转运动的夹角) 对系统扭转振动的能量影响很大, 而能量的主要消耗项是扭转气动阻尼, 机械阻尼的耗能远小于该项. 扭转系统的惯性力、弹性力和扭转气动刚度在一个周期内均不消耗系统能量.

**关键词:** 颤振能量; 颤振机理; 能量的传递与反馈; 激励-反馈机制; 弯扭耦合颤振

**中图分类号:** U 442

**文献标识码:** A

## Energy Transformation Mechanism of Coupled Bending-torsional Flutter

LIU Zujun<sup>1,2</sup>, GE Yaojun<sup>1</sup>, YANG Yongxin<sup>1</sup>

(1. Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. School of Civil Engineering and Communication, North China University of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Zhengzhou 450011, China)

**Abstract:** The method of coupled flutter energy analysis is proposed on the basis of the incentive-feedback mechanism and the energy stability criterion for flutter is also defined. System energy change regularity of structure-air system under flutter critical wind speed is analyzed according to plate wind tunnel test. The results show that the transfer channel of the energy from the vertical degree of freedom to torsional degree of freedom is built by the aerodynamic derivatives of  $A_1^* H_3^*$ , which cause a large amount of energy accumulation in the torsional degree of freedom, and ultimately beyond the energy

dissipation capacity of aerodynamic damping, resulting in the loss of torsional vibration stability of the flutter instability patterns. The research finds that  $A_1^* H_3^* \cos \theta_1$  has great influence on the main energy source of system torsional motion. The main energy expenditure is torsional aerodynamic damp and the expenditure of mechanical damp is less. Inertia force, elastic force and aerodynamic stiffness of torsional system are all have no energy expenditure in one-period.

**Key words:** flutter energy; flutter mechanism; the transfer and feed back of energy; incentive-feedback mechanism; bending-torsional flutter mechanism

随着人们对颤振本质认识的深入, 桥梁颤振研究的目的不仅在于确定系统颤振临界风速、颤振频率及颤振形态, 而且还应研究系统颤振的物理机理. 由于颤振属于自激振动, 其物理机理可以从能量的角度进行深入的阐释. 处于气流中的桥梁其能量反馈机制表现为气流输入到结构-气流系统中的能量与结构阻尼耗散能量之间的平衡关系, 当输入到结构-气流系统中的能量小于结构阻尼耗能时, 结构在初始扰动下将作衰减(阻尼)振动; 而当输入的能量大于结构阻尼耗能时, 结构在初始扰动下将作发散振动; 两者相等时, 结构在初始扰动下将作等幅简谐振动. Scanlan<sup>[1]</sup>最早建立了桥梁颤振的多模态分析方法, 并从能量观点对桥梁的颤振稳定性进行了很有价值的研究, 给出了在一个振动周期内气流沿桥梁断面每延米输入的总能量和结构耗能的表达式, 并阐述了气流输入到结构中的能量不仅与弯扭位移的幅值有关, 而且与弯扭位移间的相位差有着密切的关系, 但他在能量部分仅给出了一个理论框架, 如何从能量的角度对桥梁进行多模态颤振分析, 没给出具体方法.

收稿日期: 2010-07-03

基金项目: 国家自然科学基金(90715039); “十一五”国家科技支撑计划(2008BAG07B02)

第一作者: 刘祖军(1978—), 男, 工学博士, 主要研究方向为桥梁风致振动. E-mail: lzj99120812@126.com

通讯作者: 葛耀君(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为桥梁结构理论与风致振动. E-mail: yaojunge@tongji.edu.cn

本文以二维耦合颤振理论<sup>[2]</sup>为基础,采用激励-反馈的分步分析方法<sup>[3-8]</sup>,建立了结构-气流系统颤振的能量分析方法.通过引入初始运动方程,详细推导了竖向振动和扭转振动系统内部各种作用力对系统振动能量的影响.从能量的角度解释颤振现象,并给出了颤振稳定的能量判据.结合平板风洞试验分析了颤振临界点处系统内各作用力一个周期内的做功情况.

## 1 平板的运动方程

自激力作用下,具有竖弯和扭转两个自由度的平板在空气中的运动控制方程<sup>[9]</sup>为

$$\ddot{h} + \left( 2\xi_{h0}\omega_{h0} - \frac{\rho B^2}{m_h}\omega_\alpha H_1^* \right) \dot{h} + \left( \omega_{h0}^2 - \frac{\rho B^2}{m_h}\omega_\alpha^2 H_4^* \right) h = \frac{\rho B^3}{m_h}\omega_\alpha^2 H_3^* \alpha + \frac{\rho B^3}{m_h}\omega_\alpha H_2^* \dot{\alpha} \quad (1)$$

$$\ddot{\alpha} + \left( 2\xi_{\alpha 0}\omega_{\alpha 0} - \frac{\rho B^3}{I}\omega_\alpha A_2^* \right) \dot{\alpha} + \left( \omega_{\alpha 0}^2 - \frac{\rho B^3}{I}\omega_\alpha^2 A_3^* \right) \alpha = \frac{\rho B^2}{I}\omega_\alpha A_1^* \dot{h} + \frac{\rho B^2}{I}\omega_\alpha^2 A_4^* h \quad (2)$$

为方便表达,令

$$\begin{aligned} 2\xi_{h0}\omega_{h0} &= 2\xi_{h0}\omega_{h0} - \rho B^2/m_h \cdot \omega_\alpha H_1^* \\ \omega_{h0}^2 &= \omega_{h0}^2 - \rho B^2/m_h \cdot \omega_\alpha^2 H_4^* \\ 2\xi_{\alpha 0}\omega_{\alpha 0} &= 2\xi_{\alpha 0}\omega_{\alpha 0} - \rho B^3/I \cdot \omega_\alpha A_2^* \\ \omega_{\alpha 0}^2 &= \omega_{\alpha 0}^2 - \rho B^3/I \cdot \omega_\alpha^2 A_3^* \end{aligned}$$

则式(1),(2)改为

$$\ddot{h} + 2\xi_{h0}\omega_{h0}\dot{h} + \omega_{h0}^2 h = \frac{\rho B^3}{m_h}(\omega_\alpha^2 H_3^* \alpha + \omega_\alpha H_2^* \dot{\alpha}) \quad (3)$$

$$\ddot{\alpha} + 2\xi_{\alpha 0}\omega_{\alpha 0}\dot{\alpha} + \omega_{\alpha 0}^2 \alpha = \frac{\rho B^2}{I}(\omega_\alpha A_1^* \dot{h} + \omega_\alpha^2 A_4^* h) \quad (4)$$

式中:  $m_h$ ,  $I$  分别为结构竖向和扭转方向的广义质量和广义质量惯矩;  $h$ ,  $\alpha$  分别为结构竖向及扭转运动的位移;  $\xi_{h0}$ ,  $\xi_{\alpha 0}$  分别是结构竖向和扭转方向的结构阻尼比;  $\omega_{h0}$ ,  $\omega_{\alpha 0}$  分别是结构竖向和扭转方向的固有圆频率;  $\omega_\alpha$  是结构-气流系统振动的频率;  $\rho$  是空气密度;  $U$  是来流平均风速;  $B$  是桥梁断面宽度;  $H_i^*$ ,  $A_i^*$  ( $i=1, \dots, 6$ ) 是量纲-气动导数;  $K=B\omega/U$  为量纲-折减频率. 各参数的意义如图 1 所示, 其中  $P$  为侧向位移.

由于气动自激力的作用, 系统模态的频率和阻尼与桥梁结构固有的频率和阻尼将有所区别. 同时, 由于气动自激力耦合项的存在, 系统各模态将不再是纯竖向或纯扭转的振动形态, 而是由竖向和扭转

相互耦合的振动形态.

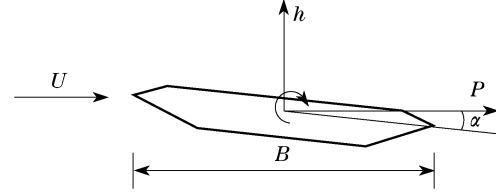


图 1 二维桥梁节段

Fig. 1 Two dimensional bridge-girder section

## 2 二自由度耦合颤振能量分析

系统运动的控制方程是一组耦合的方程组, 这里通过引入不同自由度运动间的激励-反馈机制来解耦颤振运动方程组, 从而对系统竖向振动模态和扭转振动模态分别进行分析, 求得系统在不同折减风速下的能量变化情况和系统内部及系统间的能量传递和分配规律.

以下分析遵守 3 个基本假设条件:

(1) 在某一折减风速下, 气动导数不随结构的振动状态发生变化.

(2) 在具体能量分析时, 竖弯振动与扭转运动的振幅采用相对值, 即以竖弯与扭转的幅值比来表达.

(3) 在某一风速下, 模型初始振动方程为  $\alpha_0(t) = \alpha_0 \sin \omega_\alpha t$ , 振动频率  $\omega_\alpha$  是通过迭代后获得的结构-气流系统的扭转振动频率.

### 2.1 扭转运动对竖向系统输入的能量

设某一风速下扭转振动的运动方程为  $\alpha_0(t) = \alpha_0 \sin \omega_\alpha t$ , 根据系统运动控制方程式求解耦合气动升力项激起的耦合竖向运动和对竖向系统输入的能量. 将初始扭转运动方程带入式(1)求出扭转运动激发的竖向运动方程为

$$H(t) = \frac{\rho B^3}{m_h} \frac{\omega_\alpha^2 \alpha_0}{\Omega_{h,\alpha}} [H_3^* \sin(\omega_\alpha t + \theta_1) + H_2^* \cos(\omega_\alpha t + \theta_1)] \quad (5)$$

式中:  $\theta_1$  为扭转运动与被激发竖向运动之间的相位差.

$$\Omega_{i,j} = \sqrt{(\omega_i^2 - \omega_j^2)^2 + 4\xi_i^2 \omega_i^2 \omega_j^2} \quad i, j = \alpha, h \quad (6)$$

则在一个振动周期内, 竖向系统内部各作用力做功情况如下:

气动力  $\rho B^2/m_h \cdot \omega_\alpha^2 H_3^* \alpha$  在一个振动周期内做的功为

$$E_{11}(t) = \int_0^t \frac{\rho B^3}{m_h} \omega_a^2 H_3^* \alpha_0(t) \dot{H}(t) dt =$$

$$\left( \frac{\rho B^3}{m_h} \omega_a^2 \alpha_0 \right)^2 \frac{1}{4\Omega_{h,a}} [H_3^{*2} (\cos \theta_1 - \cos(\omega_a t + \theta_1)) -$$

$$H_2^* H_3^* (\sin \theta_1 - \sin(\omega_a t + \theta_1)) -$$

$$2(H_3^{*2} \sin \theta_1 + H_2^* H_3^* \cos \theta_1) \omega_a t] \quad (7)$$

气动力  $\rho B^2/m_h \cdot \omega_a H_2^* \dot{\alpha}$  在一个振动周期内做的功为

$$E_{21}(t) = \int_0^t \frac{\rho B^3}{m_h} \omega_a H_2^* \dot{\alpha}_0(t) \dot{H}(t) dt =$$

$$\left( \frac{\rho B^3}{m_h} \omega_a^2 \alpha_0 \right)^2 \frac{1}{4\Omega_{h,a}} [H_3^{*2} (\cos \theta_1 - \cos(\omega_a t + \theta_1)) -$$

$$H_2^* H_3^* (\sin \theta_1 - \sin(\omega_a t + \theta_1)) -$$

$$2(H_3^{*2} \sin \theta_1 + H_2^* H_3^* \cos \theta_1) \omega_a t] \quad (8)$$

同理可以得出竖向系统内部惯性力  $\ddot{h}$ , 弹性力  $\omega_{h0}^2 h$ , 气动刚度  $\rho B^2/m_h \cdot \omega_a^2 H_4^* h$ , 气动阻尼  $\rho B^2/m_h \cdot \omega_a H_1^* \dot{h}$  及  $2\xi_{h0} \omega_{h0} \dot{h}$  在一个周期内的做功情况。

通过分析可知, 在一个完整周期内, 气动刚度  $\rho B^2/m_h \cdot \omega_a^2 H_4^* h$  做功为零; 机械阻尼始终消耗能量; 气动阻尼  $\rho B^2/m_h \cdot \omega_a H_1^* \dot{h}$  做功与相位差无关, 由气动导数  $H_1^*$  来确定。

## 2.2 被激发的竖向运动反馈给扭转运动的能量

被激发的竖向运动  $H(t)$  通过耦合气动力反作用在扭转运动上, 在耦合气动力作用下求解运动方程(6)得出竖向运动对扭转运动的反馈作用为

$$\alpha_1(t) = \frac{\frac{\rho B^3}{m_h} \omega_a^2 \alpha_0 \frac{\rho B^3}{I} \omega_a^2}{\Omega_{h,a} \Omega_{a,h}} [(A_4^* H_3^* - A_1^* H_2^*) \cdot$$

$$\sin(\omega_a t + \theta_1 + \gamma_1) + (A_4^* H_2^* +$$

$$A_1^* H_3^*) \cos(\omega_a t + \theta_1 + \gamma_1)] \quad (9)$$

反馈后气流输入到系统的能量增量为  $\Delta E(t)$ , 考虑到  $\alpha_0(t)$ ,  $\alpha_1(t)$  满足的物理方程的含义, 可简化为

$$\Delta E(t) = \int_0^t \frac{\rho B^3}{I} \omega_a^2 A_4^* h (\dot{\alpha}_0(t) + \dot{\alpha}_1(t)) dt +$$

$$\int_0^t \frac{\rho B^3}{I} \omega_a A_1^* \dot{h} (\dot{\alpha}_0(t) + \dot{\alpha}_1(t)) dt +$$

$$\int_0^t \frac{\rho B^4}{I} \omega_a A_2^* (\dot{\alpha}_0(t) + \dot{\alpha}_1(t))^2 dt +$$

$$\int_0^t \frac{\rho B^4}{I} \omega_a^2 A_3^* h (\dot{\alpha}_0(t) + \dot{\alpha}_1(t)) (\alpha_0(t) +$$

$$\alpha_1(t)) - \int_0^t 2\xi_{a0} \omega_{a0} (\dot{\alpha}_0(t) + \dot{\alpha}_1(t))^2 dt =$$

$$E_{21}(t) + E_{22}(t) + E_{23}(t) +$$

$$E_{24}(t) - E_{25}(t) \quad (10)$$

气动力  $\rho B^3/I \cdot \omega_a^2 A_4^* h$  反馈到扭转系统的能量为

$$E_{21}(t) = \int_0^t \frac{\rho B^3}{I} \omega_a^2 A_4^* h \dot{\alpha}_0(t) dt =$$

$$\frac{\frac{\rho B^3}{I} \omega_a^2 \frac{\rho B^3}{m_h} \omega_a^2 \alpha_0^2 A_4^*}{4\Omega_{h,a}} [H_3^* (\cos \theta_1 - \cos(2\omega_a t +$$

$$\theta_1)) - H_2^* (\sin \theta_1 - \sin(2\omega_a t + \theta_1)) -$$

$$2(H_3^* \sin \theta_1 + H_2^* \cos \theta_1) \omega_a t] \quad (11)$$

气动力  $\rho B^3/I \cdot \omega_a A_1^* \dot{h}$  反馈到扭转系统的能量为

$$E_{22}(t) = \int_0^t \frac{\rho B^3}{I} \omega_a A_1^* \dot{h} \dot{\alpha}_0(t) dt =$$

$$\frac{\frac{\rho B^3}{I} \omega_a^2 \frac{\rho B^3}{m_h} \omega_a^2 \alpha_0^2 A_1^*}{4\Omega_{h,a}} [H_3^* (\sin(2\omega_a t + \theta_1) -$$

$$\sin \theta_1) - H_2^* (\cos(2\omega_a t + \theta_1) - \cos \theta_1) +$$

$$2(H_3^* \cos \theta_1 - H_2^* \sin \theta_1) \omega_a t] \quad (12)$$

气动力  $\rho B^4/I \cdot \omega_a^2 A_3^* \alpha$  反馈到扭转系统的能量为

$$E_{23}(t) = \int_0^t \frac{\rho B^4}{I} \omega_a^2 A_3^* [\alpha_1(t) \dot{\alpha}_0(t) + \alpha_0(t) \dot{\alpha}_1(t)] dt =$$

$$\left( \frac{\rho B^3}{I} \omega_a^2 \right)^2 \frac{\rho B^3 B}{m_h} \omega_a^2 \alpha_0^2 A_3^* \frac{1}{2\Omega_{h,a} \Omega_{a,h}} [(A_4^* H_2^* + A_1^* H_3^*) \cdot$$

$$(\sin(2\omega_a t + \theta_1 + \gamma_1) - \sin(\theta_1 + \gamma_1)) -$$

$$(A_4^* H_3^* - A_1^* H_2^*) (\cos(2\omega_a t +$$

$$\theta_1 + \gamma_1) - \cos(\theta_1 + \gamma_1))] \quad (13)$$

气动力  $\rho B^4/I \cdot \omega_a A_2^* \dot{\alpha}$  反馈到扭转系统的能量为

$$E_{24}(t) = \int_0^t 2 \frac{\rho B^3}{I} \omega_a A_2^* \dot{\alpha}_1(t) \dot{\alpha}_0(t) dt =$$

$$\left( \frac{\rho B^3}{I} \omega_a^2 \right)^2 \frac{\rho B^3 B}{m_h} \omega_a^2 \alpha_0^2 A_2^* \frac{1}{2\Omega_{h,a} \Omega_{a,h}} [(A_4^* H_3^* - A_1^* H_2^*) \cdot$$

$$(\sin(2\omega_a t + \theta_1 + \gamma_1) - \sin(\theta_1 + \gamma_1)) +$$

$$(A_4^* H_2^* + A_1^* H_3^*) (\cos(2\omega_a t + \theta_1 + \gamma_1) -$$

$$\cos(\theta_1 + \gamma_1)) + 2(A_4^* H_3^* - A_1^* H_2^*) \cdot$$

$$\cos(\theta_1 + \gamma_1) \omega_a t - 2(A_4^* H_2^* +$$

$$A_1^* H_3^*) \sin \alpha(\theta_1 + \gamma_1) \omega_a t] \quad (14)$$

惯性力  $\ddot{\alpha}$  在一个周期内做功为

$$E_{25}(t) = \int_0^t [\ddot{\alpha}_1(t) \dot{\alpha}_0(t) + \ddot{\alpha}_0(t) \dot{\alpha}_1(t)] dt =$$

$$- \omega_a^2 \int_0^t [\alpha_1(t) \dot{\alpha}_0(t) + \alpha_0(t) \dot{\alpha}_1(t)] dt =$$

$$\begin{aligned}
& - \left( \frac{\rho B^3}{I} \omega_\alpha^2 \right) \frac{\rho B^3}{m_h} \omega_\alpha^4 \alpha_0^2 \\
& \frac{2\Omega_{h,\alpha} \Omega_{\alpha,h}}{2\Omega_{h,\alpha} \Omega_{\alpha,h}} [(A_4^* H_2^* + A_1^* H_3^*) \cdot \\
& (\sin(2\omega_\alpha t + \theta_1 + \gamma_1) - \sin(\theta_1 + \gamma_1)) - \\
& (A_4^* H_3^* - A_1^* H_2^*) (\cos(2\omega_\alpha t + \\
& \theta_1 + \gamma_1) - \cos(\theta_1 + \gamma_1))] \quad (15)
\end{aligned}$$

式中:  $\gamma_1$  为被激发的竖向运动与反馈的扭转运动之间的相位差。

通过以上分析可以得出在一个完整周期内竖向运动通过气动力  $\rho B^3/I \cdot \omega_\alpha A_1^* \dot{h}$  和  $\rho B^3/I \cdot \omega_\alpha^2 A_4^* h$  向扭转系统的反馈能量. 当积分上限  $t = 2\pi/\omega_\alpha$  时,  $\rho B^4/I \cdot \omega_\alpha^2 A_3^* \alpha$  反馈到系统的增量为零, 因此在一个周期内气动刚度  $\rho B^4/I \cdot \omega_\alpha^2 A_3^* \alpha$  不是引起系统发散的因素. 弹性力  $\omega_{\alpha 0}^2 \alpha$  和惯性力  $\ddot{\alpha}$  在一个周期内消耗能量也为零。

### 2.3 系统稳定的能量判据

结合颤振分析的具体应用, 当能量变化率  $\dot{V} < 0$  时系统是稳定的, 说明运动的能量不会增加; 当能量变化率  $\dot{V} > 0$  时系统是不稳定的;  $\dot{V} = 0$  对应与系统颤振的临界状态.  $\dot{V} = \Delta E(t)/\alpha_0^2$ , 当  $\Delta E(t)/\alpha_0^2 < 0$ , 气动力作用对系统能量的增量小于机械阻尼的耗能增量时, 系统将会做振幅逐渐衰减的运动, 反之则增加, 见图 2, 3。

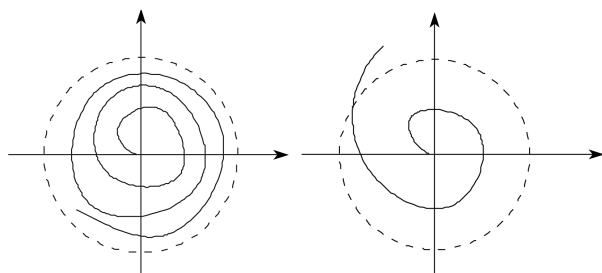


图2 系统能量恒定示意图 图3 系统能量不恒定示意图  
Fig.2 Constant system energy Fig.3 Non-constant system energy

## 3 平板耦合颤振能量机理分析

理想薄平板是没有厚度的, 采用宽比为22.5的刚体模型(图4), 基本参数为:  $m = 11.25 \text{ kg} \cdot \text{m}$ ,  $I_m = 0.2828 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ , 竖向圆频率  $\omega_h = 12.11 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , 扭转圆频率  $\omega_\alpha = 19.0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . 其中模型固有的机械阻尼比为:  $\xi_{h0} = 0.0048$ ,  $\xi_{\alpha 0} = 0.008$ .

试验在同济大学土木工程防灾国家重点实验室

TJ-1 边界层风洞进行, 颤振临界风速经测定为  $16.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

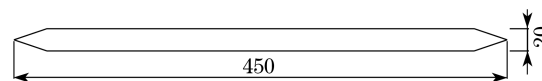


图4 平板模型(单位:mm)

Fig.4 Model of plate (unit:mm)

通过二维两自由度的激励-反馈机制, 采用分步分析法可得出该平板颤振的临界风速为  $16.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . 对应的结构-气流系统的扭转频率  $\omega_\alpha = 15.6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . 根据上述分析易知, 竖向系统的能量是平衡的. 下面具体分析扭转系统内部的能量关系, 给出扭转系统内部各力在一个周期内的做功情况。

### 3.1 颤振临界处的能量稳定分析

处于颤振临界状态时, 一个周期内气动力  $\rho B^3/I \cdot \omega_\alpha^2 A_4^* h$  反馈到扭转系统的能量可简化为

$$\begin{aligned}
E_{21}(T) &= \int_0^T \frac{\rho B^3}{I} \omega_\alpha^2 A_4^* h \dot{\alpha}_0(t) dt = \\
& - \frac{\rho B^3}{I} \omega_\alpha^2 \frac{\rho B^3}{m_h} \omega_\alpha^2 \alpha_0^2 A_4^* \pi \\
& \frac{2\Omega_{h,\alpha}}{2\Omega_{h,\alpha}} (H_3^* \sin \theta_1 + H_2^* \cos \theta_1) \quad (16)
\end{aligned}$$

其他各力做功简化情况类似。

在风速  $16.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时计算各作用力一个周期内做功情况, 并带入式(10)得  $\Delta E(T)/\alpha_0^2 = 0.006$ , 因此该风速下结构-气流系统处于颤振临界状态。

### 3.2 颤振临界风速下各气动力做功随时间变化情况

下面分析了在一个周期内不同时刻系统内部各作用力的做功情况. 取积分上限  $t$  的变化范围是  $t \in [0, 2\pi/\omega_\alpha] = [0, 0.4]$ .

气动力  $\rho B^3/I \cdot \omega_\alpha^2 A_4^* h$  反馈到扭转系统的能量  $E_{21}(t)$  随时间的变化关系如图5所示, 在前  $3/8$  周期内, 该力对扭转系统输入能量, 而在随后的运动一直消耗系统的能量. 该气动力对系统的稳定有利, 其消耗的能量占总能量的  $10.0\%$  左右。

气动力  $\rho B^3/I \cdot \omega_\alpha A_1^* \dot{h}$  反馈到扭转系统的能量  $E_{22}(t)$  随时间的变化关系如图6所示, 该气动力是扭转系统的主要能量来源, 通过计算知  $A_1^* H_3^* \cdot \cos \theta_1$  所提供的能量占该项能量的  $95.4\%$ .

气动力  $\rho B^4/I \cdot \omega_\alpha^2 A_3^* \alpha$  反馈到扭转系统的能量  $E_{23}(t)$  随时间的变化关系如图7所示, 该气动力在  $1/4$  周期时刻对系统输入能量最大, 在  $1/2$  周期

时内不消耗系统的能量. 在一个周期内的总体表现为不消耗系统的能量. 约占总能量的 80.0%.

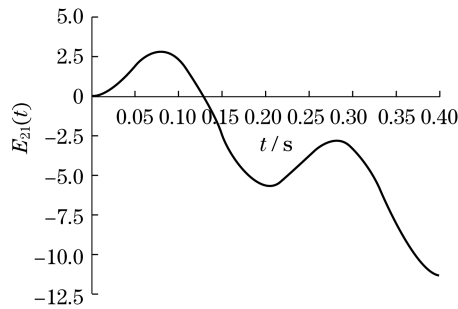


图5 气动力  $\frac{\rho B^3}{I} \omega_a^2 A_1^* \dot{h}$  反馈的能量  $E_{21}(t)$

Fig.5 Feedback energy  $E_{21}(t)$  by  $\frac{\rho B^3}{I} \omega_a^2 A_1^* \dot{h}$  aerodynamic force

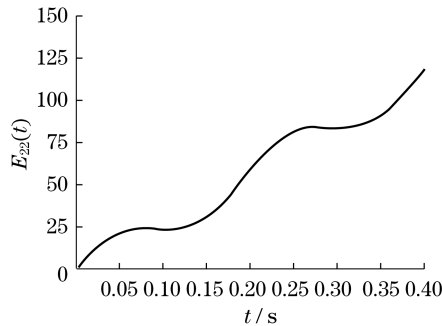


图6 气动力  $\frac{\rho B^2}{I} \omega_a A_1^* \dot{h}$  反馈的能量  $E_{22}(t)$

Fig.6 Feedback energy  $E_{22}(t)$  by  $\frac{\rho B^2}{I} \omega_a A_1^* \dot{h}$  aerodynamic force

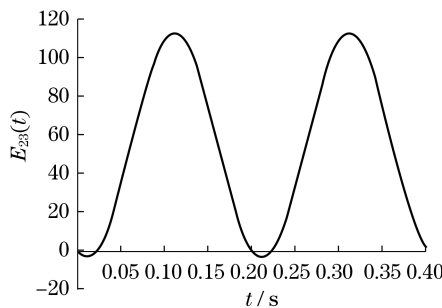


图7 气动力  $\frac{\rho B^4}{I} \omega_a^2 A_3^* \alpha$  反馈的能量  $E_{23}(t)$

Fig.7 Feedback energy  $E_{23}(t)$  by  $\frac{\rho B^4}{I} \omega_a^2 A_3^* \alpha$  aerodynamic force

气动力  $\rho B^4/I \cdot \omega_a A_2^* \dot{\alpha}$  反馈到扭转系统的能量  $E_{24}(t)$  随时间的变化关系如图 8 所示, 该气动力是扭转系统的主要能量耗散源, 一个周期内消耗系统的能量随时间的增加不断加大, 其能量的消耗完全由  $A_2^*$  提供, 且不受相位差的影响, 其消耗的能量

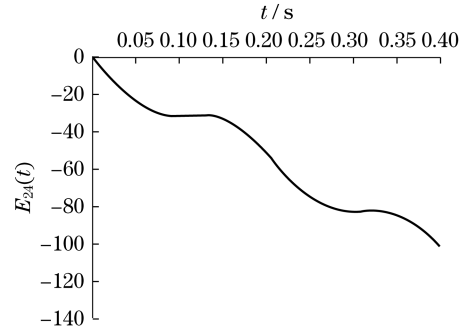


图8 气动力  $\frac{\rho B^3}{I} \omega_a A_2^* \dot{\alpha}$  反馈的能量  $E_{24}(t)$

Fig.8 Feedback energy  $E_{24}(t)$  by  $\frac{\rho B^3}{I} \omega_a A_2^* \dot{\alpha}$  aerodynamic force

机械阻尼  $2\xi_{a0} \omega_{a0} \dot{\alpha}$  消耗系统的能量  $E_{26}(t)$  随时间的变化关系如图 9 所示, 该力在一个周期内都是消耗扭转系统能量, 其消耗的能量占总消耗能量的 10.0% 左右. 因此机械阻尼的耗能能力较低.

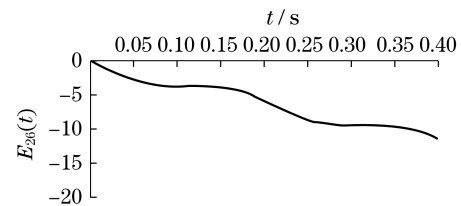


图9 阻尼  $2\xi_{a0} \omega_{a0} \dot{\alpha}$  消耗的能量  $E_{26}(t)$

Fig.9 Dissipation energy  $E_{26}(t)$  by damping force  $2\xi_{a0} \omega_{a0} \dot{\alpha}$

惯性力  $\ddot{\alpha}$  的能量  $E_{27}(t)$  随时间的变化关系如图 10 所示, 该力在一个周期内的总体作用是不消耗系统能量, 在 1/4 周期和 3/4 周期时刻消耗系统能量较大.

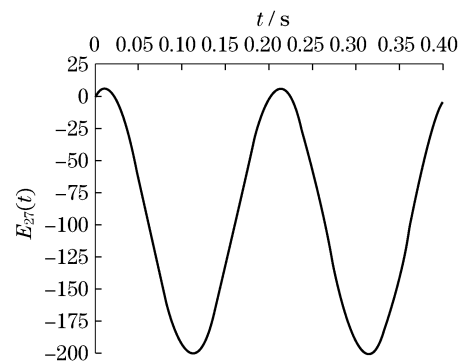


图10 惯性力  $\ddot{\alpha}$  的能量  $E_{27}(t)$

Fig.10 Energy  $E_{27}(t)$  produced by inertia force  $\ddot{\alpha}$

扭转系统内部各主要气动力做功的能量分配如图11所示,参数  $A_1^* H_3^* \cos \theta_1$  对系统能量来源影响很大,而气动阻尼力  $\rho B^4/I \cdot \omega_\alpha A_2^* \dot{\alpha}$  是能量主要的耗散项,机械阻尼的耗能较小.

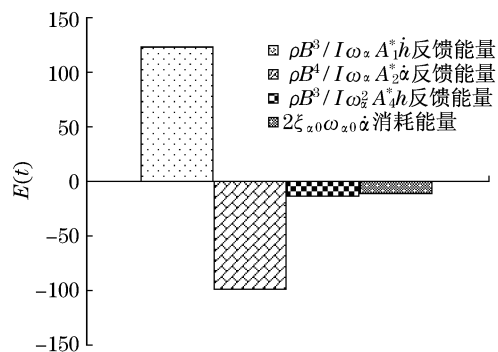


图11 各主要能量之间的关系

Fig.11 Relationship among all the major energies

## 4 结论

(1) 本文采用激励-反馈机制的分步分析原理,建立了颤振能量分析的具体方法,通过对平板耦合颤振过程的能量分析发现,气动力  $\rho B^3/I \cdot \omega_\alpha A_1^* H_3^* \dot{\alpha}$  向扭转系统反馈能量.气动导数  $A_1^* H_3^*$  建立了能量从竖向自由度向扭转的传递途径,使得气流输入到系统的能量在扭转自由度上不断地聚集,并且随着风速的增加,气动力  $\rho B^3/I \cdot \omega_\alpha A_1^* H_3^* \dot{\alpha}$  输入到系统的扭转振动能量逐渐抵消了气动阻尼  $\rho B^4/I \cdot \omega_\alpha A_2^* \dot{\alpha}$  消耗的能量,从而导致振动系统稳定性的丧失.

(2) 平板耦合颤振的失稳形态表现为扭转振动稳定性的丧失,这主要是由于气流输入到系统的能量在扭转自由度上大量聚集的结果.在耦合颤振发生过程中,竖向自由度通过联合气动导数  $A_1^* H_3^*$  将能量反馈到扭转振动系统中,起到了调节系统能量的重要作用.

(3) 结合平板颤振风洞试验,分析了平板耦合颤振的能量变化关系,得出了气动力  $\rho B^3/I \cdot \omega_\alpha A_1^* \dot{h}$  是扭转振动的主要能量来源,参数  $A_1^* H_3^* \cos \theta_1$  对该项能量影响很大,且该气动力做功与相位角  $\theta_1$  有密切的关系.

(4) 气动力  $\rho B^4/I \cdot \omega_\alpha A_2^* \dot{\alpha}$  是扭转系统的主要能量耗散项,完全由  $A_2^*$  控制该项能量.该气动力消耗的能量与相位差没有关系,而机械阻尼  $2\xi_{\alpha 0} \omega_{\alpha 0} \dot{\alpha}$  消耗的系统能量很小.

(5) 在一个周期内,气动力  $\rho B^4/I \cdot \omega_\alpha^2 A_3^* \alpha$ ,惯性力  $\ddot{\alpha}$  及弹性力  $\omega_{\alpha 0}^2 \alpha$  均不消耗系统能量,对系统的稳定性不产生影响.

## 参考文献:

- [1] Scanlan R H, Tomko J J. Airfoil and bridge flutter derivatives [J]. Journal of Engineering Mechanics Division, 1971, 97: 1717.
- [2] YANG Yongxin, GE Yaojun, XIANG Haifan. Investigation on flutter mechanism of long-span bridges with 2d - 3DOF method [J]. Wind and Structures, 2007, 10(5): 421.
- [3] 杨咏昕. 平板断面扭弯耦合颤振机理研究[J]. 工程力学, 2006, 23(12): 1.  
YANG Yongxin. Research on the coupled bending-torsional flutter mechanism for thin plate sections [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(12): 1.
- [4] Ge Y J, Tanaka H. Aerodynamic flutter analysis of cable-supported bridges by multi-mode and full-mode approaches [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamic, 2000, 86: 123.
- [5] Matsumoto M. Flutter classification of bridge girders [C] // Proceedings of the 1st International Symposium on Wind and Structures for the 21st Century [C] // Cheju: Techno Press, 2000: 39 - 79.
- [6] YANG Yongxin, GE Yaojun, XIANG Haifan. 3DOF coupling flutter analysis for long span bridges [C] // Proceeding of the 11th ICWE. Lubbock: Texas Tech University, 2003: 925 - 932.
- [7] GE Yaojun, XIANG Haifan. Coupling effects of degrees of freedom in flutter stability of long-span bridges [C] // Proceeding of the 2nd International Symposium on Advances in Wind & Structures. Busan: Techno Press, 2002: 625 - 632.
- [8] 丁泉顺, 朱乐东. 桥梁主梁断面气动耦合颤振和颤振机理研究 [J]. 土木工程学报, 2007, 40(1): 69.  
DING Quanshun, ZHU Ledong. Aerodynamically coupling flutter analysis and flutter mechanism for bridge deck sections [J]. China Civil Engineering Journal, 2007, 40(1): 69.
- [9] 项海帆, 葛耀君, 朱乐东, 等. 现代桥梁抗风理论与实践 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2005.  
XIANG Haifan, GE Yaojun, ZHU Ledong, et al. Modern theory and practice on bridge wind resistance [M]. Beijing: China Communications Press, 2005.