

基于声辐射控制的板结构优化设计

左曙光, 魏 欢, 严新富, 李徐刚

(同济大学 汽车学院, 上海 201804)

摘要: 分析了影响板结构声辐射的主要因素, 得出了结构振型主导中低频声辐射、振幅决定高频辐射的结论。根据分析结果, 针对中低频提出了板结构的振型优化方案; 针对高频段提出了振幅优化的方案。对一典型板结构, 使用这 2 种优化方法对其不同频段的声辐射进行了优化的数值计算, 计算结果表明, 振型优化法在中低频段效果较好, 而振幅优化法则更加适合于高频段的声辐射控制。

关键词: 板结构; 声辐射模态; 辐射特性; 优化

中图分类号: TB535; TB532

文献标识码: A

Radiation Noise Reduction of a Plate-like Structure by Structural Optimization

ZUO Shuguang, WEI Huan, YAN Xinfu, LI Xugang

(College of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: Analysis was done to find out the main factors to the radiation noise of a plate structure. Results show that the distribution shape of the vibration velocity can be the main factor when the frequency is low; while in the high frequency domain, the sound power almost only depends on the amplitude of the vibration velocity. Hereby, ‘shape optimization’ and ‘amplitude optimization’ were proposed to optimize the thickness distribution of the plate, so that the sound power could be reduced. Then, a rectangle plate was used to verify and evaluate these two optimization methods. Numeric results show the shape optimization method has a good performance when the frequency is not very high, and the amplitude optimization method brings a steady improvement of the sound radiation when the frequency is high.

Key words: plate structure; sound radiation modes; radiation character; optimization

汽车乘坐室内的噪声除了小部分通过缝隙、孔洞等传入外, 其余大部分都是由乘坐室周围的板件振动引起的辐射噪声^[1]。也就是说, 车身板件的振动辐射噪声是车内最直接、最主要的噪声源。因此, 对板件的辐射噪声进行控制是降低乘坐室噪声最直接有效的方法。

对薄板结构来说, 一般情况下, 由弯曲波所引起的横向振幅比横波和纵波大得多, 因此弯曲波产生的声辐射是结构辐射噪声的主要来源^[2]。另外, 关于声辐射模态理论的研究表明, 结构声辐射效率的高低与其表面振速分布有较大的关系。在一定频率范围内, 某些振速分布可以实现较小的声辐射效率, 因此, 优化控制结构的表面振速分布对于降低结构的辐射噪声非常有效^[3]。目前很多学者对结构振动的主动控制进行了大量的研究, 并已取得一定的成果^[4-5], 怎样合理地运用声辐射模态理论来设计低辐射效率板件目前尚无成熟的理论方法。本文以工程中典型的矩形板结构为研究对象, 从声辐射模态理论出发, 分析讨论了影响板结构声辐射的主要因素, 由此提出了优化板结构声辐射的 2 种方案, 并对这 2 种方案进行了数值计算, 对结果进行了简单分析。

1 板结构声辐射特性分析

根据文献[6]的研究内容可以知道, 对于离散成 N 个微小单元的板结构来说, 其在振动频率 ω 下的声辐射功率 $W(\omega)$ 可以由下式计算得到:

$$W(\omega) = \frac{1}{2} \rho c s \sum_{i=1}^N \sigma_i(\omega) |\mathbf{u}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega)|^2 \quad (1)$$

式中: ρ 为介质密度, c 为该处介质振动速度, ρc 为声场介质的特性阻抗率; s 为每个单元的面积; $\sigma_i(\omega)$ 为频率 ω 下板结构的第 i 声辐射模态对应的辐射效率; N 为所关心的声辐射模态总数; $\mathbf{u}(\omega)$ 指频率 ω

下板结构的表面振速向量; $q_i(\omega)$ 为频率 ω 下板结构的第 i 阶声辐射模态. 若令

$$\mathbf{u}(\omega) = U(\omega)\mathbf{v}(\omega) \quad (2)$$

式中: $U(\omega) = |\mathbf{u}(\omega)| = \sqrt{\mathbf{u}(\omega)^T \mathbf{u}(\omega)}$ 为振速向量 $\mathbf{u}(\omega)$ 的模, 本文将其称为振速幅值; $\mathbf{v}(\omega) = \mathbf{u}(\omega)/U(\omega)$ 为单位振速向量, 它的模恒等于 1, 表示振速的分布形态, 本文称其为振速振型. 将式(2)代入式(1)得到

$$W(\omega) = \frac{\rho c s}{2} \sum_{i=1}^N \sigma_i(\omega) |\mathbf{v}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega)|^2 \cdot U(\omega)^2 \quad (3)$$

图 1 所示为前 9 阶声辐射模态对应的辐射效率特性, 采用双对数坐标轴. 根据参考文献[3], 取无量纲化频率 kl 作为横坐标, 其中 k 为波数, l 为板件的长度.

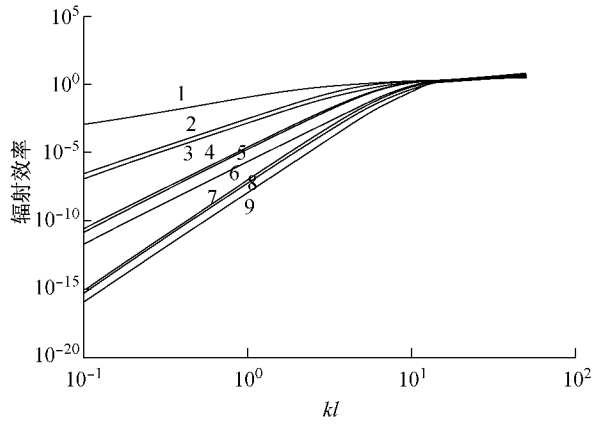


图 1 声辐射效率特性

Fig.1 The character of radiation efficiency

声辐射效率大致具有如下特性^[6]: 在中低频时, 各阶辐射效率差别较大, 随着声辐射模态阶数的增加, 辐射效率迅速减小, 说明声辐射主要集中在前几阶辐射模态上. 而到了高频, 各阶声辐射模态的辐射效率趋于相同, 声辐射由所有的模态共同贡献.

从式(3)可以看出, 对于一确定的板结构, 影响其声辐射功率的主要因素为表面振速振型 $\mathbf{v}(\omega)$ 和振幅 $U(\omega)$. 其中振幅 $U(\omega)$ 以 2 次方的倍数关系影响声辐射功率, 而振型 $\mathbf{v}(\omega)$ 的变化则主要改变各辐射效率值的权值.

在中低频情况下, 由于各阶辐射效率值差别甚大, 低阶辐射效率值比高阶辐射效率值高出几个数量级. 因此, 可以认为振型 $\mathbf{v}(\omega)$ 对声辐射的影响大于振幅 $U(\omega)$ 对声辐射的影响, 也就是说, 中低频时, 板结构的振型对声辐射功率起主导作用.

而到了高频段时, 所有声辐射模态的辐射效率

均趋于一致. 各阶声辐射模态对应的辐射效率 $\sigma_i(\omega)$ 随模态阶数 i 变化甚微, 因此可以用一个固定值 $\sigma_0(\omega)$ 来近似代替, 式(3)变成

$$W(\omega) = \frac{\rho c s}{2} \sigma_0(\omega) \sum_{i=1}^N |\mathbf{v}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega)|^2 \cdot U(\omega)^2 \quad (4)$$

式中, σ_0 为各阶声辐射模态下辐射效率的平均值. 又因为

$$\sum_{i=1}^N |\mathbf{v}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega)|^2 = \sum_{i=1}^N \mathbf{v}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega) \mathbf{q}_i(\omega)^T \mathbf{v}(\omega) \quad (5)$$

由声辐射模态的性质知 $\mathbf{q}_i(\omega)$ 是空间的一组单位正交基, 所以有

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{q}_i(\omega) \mathbf{q}_i(\omega)^T = \mathbf{I} \quad (6)$$

式中, \mathbf{I} 表示单位矩阵, 将式(6)代入式(5)得

$$\sum_{i=1}^N |\mathbf{v}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega)|^2 = \mathbf{v}(\omega)^T \mathbf{I} \mathbf{v}(\omega) = \mathbf{I} \quad (7)$$

将上式代入式(4)得

$$W(\omega) = \frac{1}{2} \rho c s \sigma_0(\omega) U^2(\omega) \quad (8)$$

从式(8)可以知道, 高频振动时, 板结构辐射声功率仅与振速振幅 $U(\omega)$ 有关, 而振型 $\mathbf{v}(\omega)$ 的变化对辐射声功率基本不产生影响.

上述简单分析表明, 对于板结构声辐射的优化控制需要分中低频和低频 2 种情况分别考虑. 中低频时, 总的声辐射功率不仅与振速幅值 $U(\omega)$ 相关, 同时也和振型 $\mathbf{v}(\omega)$ 相关, 而振型 $\mathbf{v}(\omega)$ 是主要因素, 因此对结构的优化可以从控制 $\mathbf{v}(\omega)$ 的角度出发; 高频段时, 由于总辐射效率基本保持不变, 总声功率仅与振速振幅 $U(\omega)$ 相关, 此时能有效控制声辐射的优化方法就是控制振幅 $U(\omega)$ 值.

2 声辐射优化方案

对于结构优化, 其优化数学模型一般为

$$\begin{aligned} \min f(x) &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \text{s. t. } g_j(x) &= g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \\ j &= 1, 2, \dots, m \\ h_k(x) &= h_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ k &= 1, 2, \dots, l \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $f(x)$ 为优化目标函数; $g_j(x)$ 为不等式约束条件; $h_k(x)$ 为等式约束条件.

如何选择优化目标函数 $f(x)$ 是其中的关键步

骤,优化函数的合理与否直接关系到优化结果的理想与否.前面分析表明,影响板结构的主要因素在不同频段下是不同的,因此对板结构的优化,其目标函数也要分别考虑.

在高频段时,由式(8)知道,振幅 $U(\omega)$ 是影响声辐射功率的唯一因素,因此优化目标函数可以取如下形式:

$$f(x) = U(\omega)^2 \quad (10)$$

而在中低频时,虽然振型 $\mathbf{v}(\omega)$ 是影响声功率的主导因素.然而,由于振型 $\mathbf{v}(\omega)$ 是一个向量,并非标量,将振型 $\mathbf{v}(\omega)$ 作为目标函数是不现实的.而如果以式(1)作为目标函数,计算量又太大,因此,对于中低频情况,需要作进一步分析讨论.

一些研究表明^[7],中低频段时,采用形如式(1)的求和式计算板结构声功率时只需取其前6项的和便可达到较好的精度,那么此时声辐射功率计算公式可简化为

$$W(\omega) \approx \frac{1}{2} \rho c s \sum_{i=1}^6 \sigma_i(\omega) |\mathbf{u}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega)|^2 \quad (11)$$

另外,中低频时各阶声辐射模态基本不随频率变化^[8],因此,可以用一确定频率 ω_0 下的声辐射模态向量 $\mathbf{q}_i(\omega_0)$ 来代替该频段内任意频率下的声辐射模态向量 $\mathbf{q}_i(\omega)$,式(11)进一步简化为

$$W(\omega) \approx \frac{1}{2} \rho c s \sum_{i=1}^6 \sigma_i(\omega) |\mathbf{u}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega_0)|^2 \quad (12)$$

而辐射效率由于在双对数坐标中呈线性,因此可以用下式拟合:

$$\sigma_i(\omega) = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{a_i} \sigma_i(\omega_0) \quad (13)$$

式中, a_i 为第 i 阶声辐射模态的拟合系数.

将式(13)代入式(12)中得到

$$W(\omega) \approx \frac{1}{2} \rho c s \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{a_i} \sigma_i(\omega_0) \cdot |\mathbf{u}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega_0)|^2 \quad (14)$$

式(14)相比于式(1)来说计算量大大减少,而其计算精度仍可达到工程计算的要求.因此,可以用式(14)作为中低频段优化的目标函数,即取

$$f(x) = \frac{1}{2} \rho c s \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{a_i} \sigma_i(\omega_0) \cdot |\mathbf{u}(\omega)^T \mathbf{q}_i(\omega_0)|^2 \quad (15)$$

这里,由于式(15)是通过控制前6阶声辐射模态的成分来控制总声辐射功率的,即优化主要起到了改变结构振型的作用,因此称这种优化方案为“振型优化”.对应地,中高频优化的目标函数就是通过控制结构的振幅平方来减小声辐射,因此称该优化

方案为“振幅优化”.

3 优化数值计算

为了验证2种优化方案的效果,采用一典型矩形板结构作为研究对象进行优化数值计算.

本计算实例采用四边固定 $0.6 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$ 的金属板件为研究对象,在其表面施加大小为 $10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ 的均布简谐压力.板件初始厚度为 1 mm ,弹性模量为 $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$,密度 $\rho = 7.9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,泊松比 $\nu = 0.3$.结构分成 18×12 个大小相等的矩形单元.声场介质为空气,密度 $\rho_A = 1.21 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,声速 $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.以单元厚度为变量对其进行声辐射的优化,优化目标函数分别取式(15)和式(10)的形式,从振型和振幅两方面进行优化.单元厚度值限制为 $0.5 \sim 2.0 \text{ mm}$,结构总的质量限制为不大于初始质量值.优化的频率分别取 $400, 800, 2500, 10000$ 及 $25000 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.优化模型采用序列二次规划法进行求解.

图2列出了各个频率下2种优化方案的优化结果.图中颜色的深浅代表了板件的厚薄,颜色越深说明优化后该处越厚,反之亦然.

对于所有的优化结果,厚度分布都呈现对称的形式,这应该主要是因为结构本身是对称的,而且边界条件和外加载荷也是对称的,所以导致优化结果是对称的.比较同一频率下2种优化方法的结果可以发现,两者之间差别较大,不同的目标函数带来了不同的优化结果.另外,同一种优化方法在不同频率下的优化结果也不相同,说明优化的结果对频率比较敏感.另外,随着振动频率的升高,优化后的厚度分布也变得越来越复杂.

图3所示为优化前后板结构声辐射功率的对比柱状图.比较2种优化方法的优化结果可以发现,在中低频段 ($\omega \leq 2500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$),振型优化方法取得了较好的优化结果.在该频段内,振型优化前后声功率都获得了较大幅度的下降,下降量达到了 $30 \sim 40 \text{ dB}$,优化效果相当明显.而在高频段 ($\omega > 2500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$),振型优化后声辐射功率反而比优化前更高,并且随着频率的升高,声功率上升的幅度也增加,也就是说优化起到了负面的作用.造成这种现象的主要原因还在于声辐射模态的特性,由于中低频时前几阶声辐射模态贡献了大部分的声功率,因此对前6阶声辐射模态的控制可以有效地控制声辐射功率;而到了高频时,各阶声辐射模态的辐射效率趋

于相同,低阶辐射模态不再是主要的声辐射模态,而且在减小低阶辐射模态时可能导致了其他高阶辐射模态更多的增加,从而反而增加了总的声辐射。

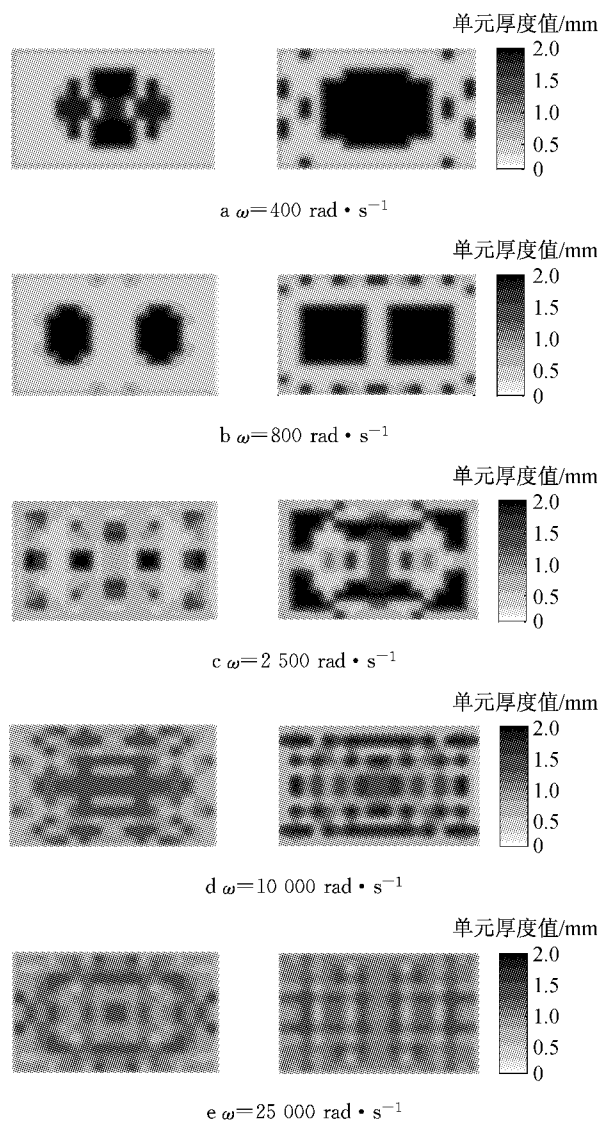


图2 板结构厚度优化结果

Fig.2 The thickness distribution after optimization

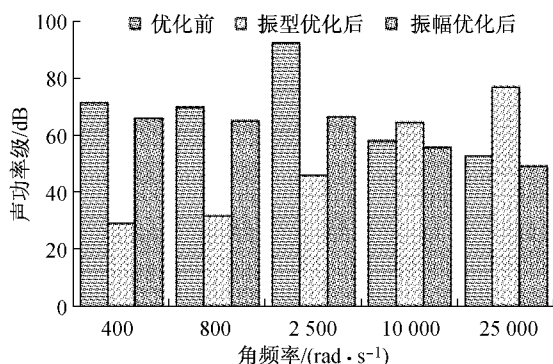


图3 优化前后声辐射功率对比

Fig.3 Sound power comparison

再来看振幅优化法的结果,从图中可以看出,基

本上在计算的整个频段内振幅优化法都能取得一定程度的效果,然而优化幅度并没有振型优化法那么明显,大多数情况下,优化使得声功率得到了约3~5 dB的下降量。

图4是优化前后振速均方值及辐射效率的比较柱方图。比较优化前后的辐射效率值可以发现,振型优化法使得各个频段下的辐射效率都获得了不同程度的降低。特别是在中低频段,由于低阶辐射模态辐射效率远大于高阶辐射模态,因此对低阶辐射模态的消除同时也大幅降低了结构的总辐射效率。这时,虽然结构的振速均方值没有降低,但是仍能较大幅度地降低声辐射功率。而到了高频段,振型优化前后的辐射效率变化不大,而此时由于结构改变反而造成了振速均方值较大幅度地增加,所以声辐射功率亦随之增加。

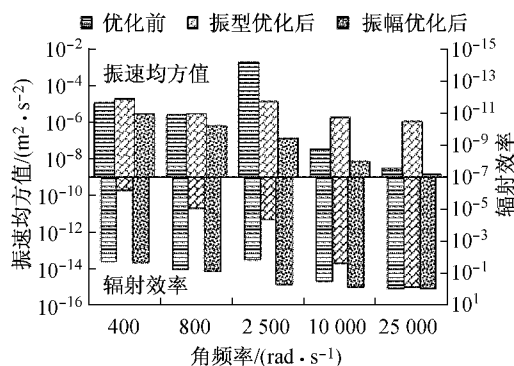


图4 振速均方值及辐射效率对比

Fig.4 Comparison of U^2 and σ

由于振幅优化法的目标函数就是振速均方值,因此振幅优化后各个频率的振速均方值都获得了不同程度的下降。振幅优化法对辐射效率的影响不大。

上述分析可以大致得出这样一个结论:振型优化法主要改变的是结构的声辐射效率,中低频对振速均方值的影响不大,适用于中低频段的优化;而振幅优化法主要改变的是结构的振速均方值,在整个频段均能获得一定程度的优化效果,在高频段优化比较有优势。

4 结论

主要以声辐射模态理论为基础,对板结构的声辐射特性进行了分析研究,由此提出了振型优化和振幅优化这2种优化方案,并使用这2种方案对一典型矩形板进行了优化设计的数值计算。结论主要是基于声辐射模态理论得出的,而结构的声辐射模

(下转第96页)