第 39 卷第 11 期 2011 年 11 月

文章编号: 0253-374X(2011)11-1663-06

DOI:10.3969/j.issn.0253-374x.2011.11.018

# 附增缓冲区的膜-生物反应器临界通量改进测定法

马金星1,2,王志伟1,2,吴志超1,2,王巧英1,2

(1. 同济大学 环境科学与工程学院,上海 200092; 2. 同济大学 污染控制与资源化研究国家重点实验室,上海 200092)

摘要:利用改进的通量阶梯式递增法对膜-生物反应器 (MBR)中的临界通量进行了测定,同时对不同缓冲时间下的 测定值差异进行了研究.结果表明:延长缓冲区的等待时间, 可有效降低通量-跨膜压差(Flux-TMP)与通量-膜渗透性 (Flux-Permeability)的不对称性,削弱 Flux-TMP 滞后效应, 降低膜面残余污染阻力,提升次临界区内污染可逆性.附增 缓冲区的临界通量测定法可更好地表征膜组件过滤性能随 通量的变化规律,减缓可逆污染对测定结果产生的影响.

关键词: 膜-生物反应器; 临界通量; 缓冲时间; 滞后效应 中图分类号: X 703.1 **文献标识码**: A

# An Improved Step-wise Method to Determine Critical Flux of Membrane Bioreactor by Adding Relaxation Zone

MA Jinxing<sup>1,2</sup>, WANG Zhiwei<sup>1,2</sup>, WU Zhichao<sup>1,2</sup>, WANG Qiaoying<sup>1,2</sup>

(1. College of Environmental Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Pollution Control and Resource Reuse, Shanghai 200092, China)

**Abstract**: The critical flux of submerged flat membrane bioreactor (MBR) was measured by an improved flux-stepwise method and the measured values under different relaxation time were analyzed. The result was that with longer relaxation time, asymmetry of Flux-TMP and Flux-Permeability decreases remarkably with much lower membrane residual resistance and better fouling reversibility in sub-critical flux zone and without obvious hysteresis. The relaxation-zoneattached flux-stepwise method can better describe the principle of flux-permeability and alleviate the impact of reversible fouling.

**Key words:** membrane bioreactor (MBR); critical flux; relaxation time; hysteresis effect

膜-生物反应器(MBR)是将膜分离技术和生物 反应器结合而成的一种新型污水处理工艺.因其具 有结构紧凑,占地面积小,污泥产量少,出水水质好 等特点<sup>[1]</sup>,日益受到国内外专家学者关注.目前,全 球 MBR 市场年平均增长速率约为10.9%<sup>[2]</sup>,仅在中 国,从1991 年至2006 年的15 年间,兴建的 MBR 污 水处理厂(站)已达254 座<sup>[1]</sup>.然 MBR 在大规模应用 推广过程中也遇到诸多瓶颈问题<sup>[3-4]</sup>,如膜组件价 格目前较为昂贵,MBR 运行能耗偏高,膜组件运行 过程中易受污染造成通量下降,过滤性能变差.因 此,如何优化反应器结构及运行参数,保证 MBR 高 效低耗稳定运行,已成为相关研究领域的核心内容.

Field 于 1995 年首先引入临界通量的概念,以 描述产水通量与膜污染之间的规律. Field 对临界通 量的定义为"在启动阶段存在这样一种通量,(操作 通量)在其之下,不会出现通量随时间延长而衰减的 现象"[5],即不出现明显的膜污染.由于导致膜污染 的潜在因素极复杂,目前比较公认能影响临界通量 的因素可归为4类[6]:膜材料特性(材质、孔径、孔隙 率等)、反应器及其流体动力学特征、污泥混合液特 性(污泥浓度 MLSS、滤液化学需氧量 SCOD、胞外聚 合物 EPS、絮体颗粒粒径分布等)<sup>[4]</sup> 及测定方法的操 作条件(起始通量、递增通量、过滤时间).这些因素 对临界通量测定具有很强的交互性影响,如 Bottino 等研究发现<sup>[3]</sup>,大孔径的聚乙烯(PE)中空纤维膜比 小孔径的聚偏氟乙烯(PVDF)中空纤维膜具有更高 的清水通量,但在污泥混合液中测定两者临界通量 差异不大,这是因为絮体颗粒向 PE 膜表面沉积趋势 更强,Hyde 等研究中亦有此类结论<sup>[7]</sup>.由于影响临 界通量的因素极复杂,针对单一因素进行研究分析

收稿日期: 2010-09-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51008217)

第一作者:马金星(1987—),男,博士生,主要研究方向为水污染控制技术与理论.E-mail:1040050011@tongji.edu.cn

通讯作者: 王志伟(1980-),男,讲师,工学博士,主要研究方向为水污染控制技术与理论. E-mail:zwwang@tongji.edu.cn

往往会得到迥然不同甚至相反的结论. Madaeni 等发 现 MLSS 在  $0 \sim 10 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ 范围内,临界通量与 MLSS 呈现负相关<sup>[8]</sup>. 而 Rosenberger 等的研究表明 MLSS 在  $2 \sim 24 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ 范围内对过滤性影响很小<sup>[9]</sup>.

随着分析手段的优化,最近的研究结果表明,即 使在次临界区内,MBR 也会在短期内产生膜污染, 在长期运行中这污染现象更为明显<sup>[10]</sup>.由于传统阶 梯式临界通量测定法(Traditional flux-step method, 以下简称传统法)不能很好表征次临界区内潜在的 可逆与不可逆膜污染,van der Marel 等对这种通量 阶梯式递增法进行了改进(Improved flux-step method,以下简称改进法)<sup>[10]</sup>,如图1所示.图中 $F_1$ ~ $F_1$ 表示 11 个通量值.





改进法是在传统法基础上,在通量( $J = F_i$ ,L• m<sup>-2</sup>•h<sup>-1</sup>)测定周期结束后增设缓冲区,缓冲区内通 量降至起始通量( $J = F_1$ ).通过对比通量下降与上 升路径中 TMP 的滞后效应、缓冲区内与起始通量下 TMP 差异性,从而分析临界通量测定过程中膜面潜 在污染的可逆性<sup>[10]</sup>.研究结果表明,相比于传统法, 改进法的总污染速率显著降低并基本不存在滞后效 应.通过改进法连续运行 10 次,可以反映出不可逆 污染对长期运行的影响<sup>[10]</sup>.但 van der Marel 等<sup>[10]</sup> 并未对通量下降与上升路径中 TMP 的不对称性给 予定量分析,同时每个缓冲区需将通量调至起始通 量,对自控实现要求过高.

本文针对传统临界通量测定方法不能很好表征 潜在的膜污染与滞后效应,采用改进的临界通量测 定方法,即在测定周期后增设缓冲区(不进行抽吸), 并借助数理统计量偏斜度(Skewness)与峰度 (Kurtosis)对 Flux-TMP 与 Flux-Permeability的不 对称性及分布形式深入分析,以期通过简便的操作 过程实现对次临界区短期膜污染特性的科学评价.

## 1 材料与方法

## 1.1 试验装置及材料

试验采用如图 2 所示的 MBR 装置.反应器尺寸 参数见表 1.试验所用污泥来自平板膜污泥浓缩示范 工程(MST)1 # 反应器,有关 MST 机理参见文献 [11].运行期间进泥质量浓度控制在(9.66±0.40) g•L<sup>-1</sup>.临界通量测定过程中,由气体流量计控制曝 气强度  $I=24.7 \text{ m}^3 \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{h}^{-1}$ .操作压力通过压力 计直接读出.进泥泵流量恒定,即  $Q_{\text{inf}} = 40 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$ , 排泥泵通过液位检测仪进行反馈调节,保证 MBR 装 置液位恒定.产水蠕动泵通过自控柜调节.

	表1 反应器尺寸参数	
Tab. 1	Dimension parameters of reacto	or



## 图 2 试验装置图 Fig.2 Schematic representation of the experimental system

试验所用平板膜为 PVDF 材质,有效面积 A<sub>e</sub> = 0.76 m<sup>2</sup>,膜龄 0.5 年,由上海子征环境技术咨询有 限公司提供.膜特征参数见表 2.

## 1.2 临界通量测定方法

本实验中采用的临界通量测定方法是基于通量 阶梯式递增法的改进<sup>[12]</sup>.

(1) 测定通量上升区 Flux-TMP 关系

表 2 膜特征参数							
Tab.2 Characteristic parameter of membrane							
平均膜孔径 /μm	孔隙率 /%	厚度 /mm	接触角 /(°)	平均膜阻力 $R_{\rm m}/{\rm m}^{-1}$			
0.2	60	0.215	67.2	$1.8 \times 10^{10}$			

在一定操作条件下,选用固定的起始通量  $J_{int}$  = 10 L·m<sup>-2</sup>·h<sup>-1</sup>运行时间  $\Delta T_i$  = 15 min,考察  $\Delta T_i$  内跨膜压差 TMP 的变化. 测定周期  $\Delta T_i$ 结束后,设置不同的缓冲区  $\Delta T_j$ ,此期间不进行抽吸出水.本实验共设置 3 种缓冲模式进行对比,A 组为空白组, $\Delta T_j$ 为 0 min,B 组  $\Delta T_j$ 为 5 min,C 组  $\Delta T_j$ 为 10 min.

定义污染速率为 
$$R_{\text{total}}$$
, Pa • min<sup>-1</sup>:  
 $R_{\text{total}} = \frac{\text{TMP}_{\text{E}} - \text{TMP}_{\text{S}}}{\Delta T_{i}}$ 

式中: TMPs 代表某一测定周期开始时跨膜压差, kPa; TMP<sub>E</sub>代表某一测定周期结束时跨膜压差, kPa. 当  $R_{total} < 13.3 \text{ Pa} \cdot \min^{-1}$ 时, 认为该运行通量低于 临界通量,则提升通量  $\Delta J_{int} = 3 \text{ L} \cdot m^{-2} \cdot h^{-1}$ , 重复 上述测定过程直至  $R_{total} > 13.3 \text{ Pa} \cdot \min^{-1}$ , 达到临 界通量. 记录 Flux-TMP 关系.

(2) 测定通量下降区 Flux-TMP 关系

当运行通量达临界通量,采用类似于(1)方法将运行通量逐步回落至起始通量.记录 Flux-TMP 关系.

# 2 结果与讨论

## 不同缓冲条件下的 Flux-TMP 及 Flux-Permeability 对称性

图 3a 表述了不同缓冲条件下(A 组  $\Delta T_{j} = 0$  min, B 组  $\Delta T_{j} = 5$  min,C 组  $\Delta T_{j} = 10$  min)Flux-TMP 关系. 由于缓冲区内 TMP = 0 kPa, J = 0 L • m<sup>-2</sup> • h<sup>-1</sup>,故 Flux-TMP 图中只列出测定周期内数据.

本文讨论内容为不同缓冲条件下 Flux-TMP 在 通量上升区与通量下降区的对称性,B组 Flux-TMP 上升速率比A组及C组缓慢,这是由3套膜组件本 身性质差异决定的,故不在本文讨论范围之内.

为描述膜组件过滤性能,引入表征膜渗透性变 量  $P_{\text{er}}$ :  $P_{\text{er}} = J/\text{TMP}$ , L·m<sup>-2</sup>·h<sup>-1</sup>·kPa<sup>-1</sup>. 图 3b 表述了不同缓冲条件下 Flux-Permeability 关系. 由 于缓冲区不进行抽吸,无法反映膜组件过滤性能,故 Flux-Permeability 图中只列出测定周期内数据.



图 3 不同缓冲条件下 Flux-TMP 和 Flux-Permeability Fig.3 Flux-TMP and Flux-Permeability profile under different relaxation conditions

为科学表征 Flux-TMP 与 Flux-Permeability 在通量 上升区和通量下降区变量分布形状与对称形式,本试验 引入数理统计量偏斜度 S 和峰度 K 进行描述.

设变量 X 代表跨膜压差,变量 Y 代表膜渗透性.

数据处理过程以 TMP 为例,设样本原始数值

$$x = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{i1} & \cdots & x_{ij} \end{pmatrix}, \quad \ddagger \psi \ i_{\max} = 3, j_{\max} = 39$$

式中, $X_{ij}$ 表示第*i*组,第*j*个TMP数据.

由于 TMP 测定结果基本分布于对称轴(极大值) 左侧,需将通量下降区数据进行"镜像"处理,如 图 4 所示.

原始数据"镜像"处理由 Matlab 嵌套函数实现. if  $j < 20, x_{ij} = X_{ij}$ ; else  $x_{ij} = X_{i20} + (X_{i20} - X_{ij})$ , 得到:

$$x = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{i1} & \cdots & x_{ij} \end{pmatrix}$$

变量 X 偏斜度 S 与峰度 K 分别为

$$S(x) = \frac{E(x - E(x))^3}{[D(x)]^3}, K(x) = \frac{E(x - E(x))}{[D(x)]^4}$$
  
$$\exists \mathbf{h}_{:} E(x_i) \exists \mathbf{h}_{i} \mathbf{$$

$$E(x_i) = \sum_{k=1}^{j_{\text{max}}} x_k p_k = \frac{1}{j_{\text{max}}} \sum_{k=1}^{j_{\text{max}}} x_k$$
$$D(x_i) = E\{ [x_i - E(x_i)]^2 \}$$



变量 Y 偏斜度和峰度处理与变量 X 类似. Matlab 计算结果如下所示:

 $S(X) = (-0.031 \ 1; 0.027 \ 4; -0.006 \ 9);$ 

K(X) = (1.727 8; 1.710 1; 1.776 9);

 $S(Y) = (1.391\ 7; 0.576\ 6; 0.468\ 9);$ 

 $K(Y) = (4.289\ 6; 2.087\ 8; 2.513\ 3);$ 

数值运算结果表明,缓冲区等待时间延长可有效降低 Flux-TMP 与 Flux-Permeability 的不对称性,且缓冲区等待时间延长,Permeability 衰减程度变弱,稳定性增强.但从峰度 K 数值计算结果,并未发现 Flux-TMP 曲线峰度明显降低,这与 van der Marel 等研究结果有一定出入<sup>[10]</sup>,可能的原因是 van der Marel 等研究中最高通量至 100 L·m<sup>-2</sup>·h<sup>-1</sup>, 而本实验中 3 组临界通量为 25~28 L·m<sup>-2</sup>·h<sup>-1</sup>. 高通量运行会引起高出水拖曳力,van der Marel 等研究中 J = 50~100 L·m<sup>-2</sup>·h<sup>-1</sup>为超临界区,从而加剧絮体颗粒向膜面沉积过程,滤饼层过滤阻力 增大<sup>[10]</sup>.此时缓冲区内曝气对膜面累积污染冲刷效 果更为明显,引起 Flux-TMP 曲线峰度降低.

通过 Flux-TMP 与 Flux-permeablity 对称性分 析可以看出,传统通量阶梯式递增法中,膜在次临界 区域内仍会产生一定污染,但这部分污染属可逆性 滤饼污染,可以通过调节缓冲区内等待时间有效去 除.附增缓冲区的改进法可以更好的表征膜组件过 滤性能随通量的变化规律,减缓可逆污染对临界通 量测定结果的影响.

## 2.2 不同缓冲条件下的滞后效应

固定膜过滤与动态膜过滤中普遍存在滞后效应<sup>[13]</sup>. Howell 等根据滞后效应对临界通量进行了测定<sup>[14]</sup>. Bottino 等研究了不同 MLSS 及膜材质对临界通量测定过程中滞后效应的影响<sup>[3]</sup>.本试验中,不同缓冲条件对膜面累积污染影响在图 5 的滞后效应中表现得更为直观.



Fig.5 Hysteresis effect under different relaxation conditions

从图 5 可知,在通量上升区内,Flux-TMP 曲线 切线斜率随着通量增加有增加的趋势,而 A 组这一 现象尤为明显.在通量下降区内,Flux-TMP 曲线线 性增强,但相同通量条件下 TMP 高于通量上升区, 说明即使在次临界区操作,仍会产生一定膜面累积 污染,使过滤阻力增加.

关于缓冲条件对滞后效应影响可以用临界通量 产生的机理进行解释<sup>[15]</sup>.对于污泥絮体颗粒粒径主 要分布在 20~40 μm 的 MBR,拖曳作用与返混作用 是影响絮体颗粒向膜面沉积的主要作用力.要使到 达过滤面的絮体颗粒重新返回混合液中,则必须提 供更高的水力剪切力增强返混,或者降低由出水拖 拽力产生的额外粘附力.

从图 5 对比中可以看出,随着缓冲区等待时间 延长,平均产水通量降低,"平均"出水拖曳力降低, 沉积到膜表面的污泥絮体颗粒减少,膜面累积污染 阻力降低,通量上升区与下降区数据离散性降低,滞 后现象削弱.

## 2.3 不同缓冲条件下膜面残余污染阻力

根据 Darcy 公式,定义通量  $J_i$ 下膜面残余污染 阻力  $\Delta R_i$ 如下:

$$\Delta R_i = R_{i\mathrm{D}} - R_{i\mathrm{U}} = \frac{\mathrm{TMP}_{i\mathrm{D}}}{\mu J_i} - \frac{\mathrm{TMP}_{i\mathrm{U}}}{\mu J_i}$$

式中: $\Delta R_i$ 表示通量 $J_i(J_i = 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28$ L·m<sup>-2</sup>·h<sup>-1</sup>)时膜面残余污染阻力,m<sup>-1</sup>; $R_{iD}$ 表示 通量 $J_i$ 时下降区膜面总阻力,m<sup>-1</sup>; $R_{iU}$ 表示通量 $J_i$ 时上升区膜面总阻力,m<sup>-1</sup>;TMP<sub>iD</sub>表示通量 $J_i$ 时下 降区跨膜压差,kPa;TMP<sub>iU</sub>表示通量 $J_i$ 时上升区跨 膜压差,kPa; $\mu$ 表示渗透液动力学粘度,Pa·s.计算 结果如图 6 所示.





Fig.6 Comparision of membrane residual resistance under different relaxation conditions

通过图 6 分析可以看出,延长缓冲区的等待时间,可有效降低膜面残余污染阻力,且污染的可逆性得到显著提升,即当通量下降区达到  $J_i = 10 \text{ L} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{h}^{-1}$ 时,C 组膜面残余污染阻力基本为零.

由于膜面残余污染阻力  $\Delta R_i$ 是沉积概率的累积 函数,故建立两者之间函数关系如下:

$$\Delta R_i = \int_0^{\Delta t} [p(D) - p(B)] d\Delta t$$

式中:p(D)为絮体颗粒向膜面沉积几率;p(B)为沉 积颗粒返混至液相几率, $\Delta t = t(J_{iD}) - t(J_{iU})$ ,即 通量下降区与通量上升区在 $J_i$ 处操作时间间隔.

当 J = 25 L·m<sup>-2</sup>·h<sup>-1</sup>,  $\Delta t = 30$  min 时,此时 出水拖曳力较大, p(D) - p(B) > 0,膜面可逆污染 呈现加重趋势(图 6 中 3 # 阶段). 但  $\Delta t$  较短,因此  $\Delta R_i$ 不高;当 J = 10 L·m<sup>-2</sup>·h<sup>-1</sup>,  $\Delta t = 180$  min 时,此时出水拖曳力较小, p(D) - p(B) < 0,膜面可 逆污染呈现脱附趋势(图 6 中 1 # 阶段). 因此在 J =13~15 L·m<sup>-2</sup>·h<sup>-1</sup>时 p(D) = p(B),膜面残余污 染阻力达到最大值,此处恰好为最大通量与最低通 量黄金分割点附近.

# 3 结论

(1) 通过延长缓冲区内的等待时间,Flux-TMP 与 Flux-Permeability 偏斜度明显降低,对称性增强. 说明改进的临界通量测定方法可以更好地表征膜组 件过滤性能随通量的变化规律,减缓可逆污染对测 定结果产生的影响.

(2)随着缓冲区等待时间延长,膜组件平均产 水通量降低,絮体颗粒沉积到过滤面几率降低,膜面 累积污染阻力降低,通量上升区与下降区数据离散 性降低,滞后现象削弱.

(3) 延长缓冲区的等待时间,可以有效降低膜 面残余污染阻力 △*R*<sub>i</sub>,并有效提升污染可逆性.

(4)通过对次临界区内膜面残余污染阻力特性 进行分析,将次临界区分为可逆污染的脱附阶段、平 衡阶段及吸附阶段.在次临界区黄金分割点附近 ( $J = 13 \sim 15 \text{ L} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{h}^{-1}$ 时), $\Delta R_i$ 达到最大值.

### 参考文献:

- Wang Z W, Wu Z C, Mai S H, et al. Research and applications of membrane bioreactors in China: progress and prospect [J].
   Separation and Purification Technology, 2008, 62(2):249.
- $\left[ \begin{array}{c} 2 \end{array} \right] \ \ \, \mbox{Yuan D D, Fan Y B, Yu Y, et al. Study of a membrane bioreactor}$

with glass fiber flat grille modules and the modules ' optimization based on the local critical flux theory [J]. Water Research, 2010, 44(3):997.

- [3] Bottino A, Capannelli G, Comite A, et al. Critical flux in submerged membrane bioreactors for municipal wastewater treatment[J]. Desalination, 2009, 245(1-3):748.
- [4] Wang Z W, Wu Z C, Tang S J. Extracellular polymeric substances (EPS) properties and their effects on membrane fouling in a submerged membrane bioreactor [J]. Water Research, 2009, 43(9):2504.
- [5] Field R W, Wu D, Howell J A, et al. Critical flux concept for microfiltration fouling[J]. Journal of Membrane Science, 1995, 100(3):259.
- [6] Wu Z C.Wang Z W.Huang S S. et al. Effects of various factors on critical flux in submerged membrane bioreactors for municipal wastewater treatment[J]. Separation and Purification Technology, 2008, 62(1):56.
- [7] Hyde F W, Alberg M, Smith K. Comparison of fluorinated polymers against stainless steel, glass and polypropylene in microbial biofilm adherence and removal [J]. Journal of Industrial Microbiology & Biotechnology, 1997, 19(2):142.
- [8] Madaeni S S, Fane A G, Wiley D E. Factors influencing critical flux in membrane filtration of activated sludge[J]. Journal of Chemical Technology & Biotechnology, 1999, 74(6):539.
- [9] Rosenberger S, Kraume M. Filterability of activated sludge in membrane bioreactors[J]. Desalination, 2002, 146(1−3); 373.

- [10] van der Marel P, Zwijnenburg A, Kemperman A, et al. An improved flux-step method to determine the critical flux and the critical flux for irreversibility in a membrane bioreactor [J]. Journal of Membrane Science, 2009, 332(1 − 2):24.
- [11] Wu Z C, Wang X H, Wang Z W, et al. Identification of sustainable flux in the process of using flat-sheet membrane for simultaneous thickening and digestion of waste activated sludge [J]. Journal of Hazardous Materials, 2009, 162(2-3):1397.
- [12] Le Clech P, Jefferson B, Chang I S, et al. Critical flux determination by the flux-step method in a submerged membrane bioreactor[J]. Journal of Membrane Science, 2003, 227(1-2):81.
- [13] Gesan-Guiziou G, Boyaval E, Daufin G. Critical stability conditions in crossflow microfiltration of skimmed milk: transition to irreversible deposition[J]. Journal of Membrane Science, 1999, 158(1-2):211.
- [14] Howell J A, Chua H C, Arnot T C, et al. In situ manipulation of critical flux in a submerged membrane bioreactor using variable aeration rates, and effects of membrane history[J]. Journal of Membrane Science, 2004, 242(1-2):13.
- [15] 袁栋栋,樊耀波,徐国良,等. 膜生物反应器中临界通量理论的 研究[J]. 膜科学与技术,2010,30(2):97.
   YUAN Dongdong, FAN Yaobo, XU Guoliang, et al. Research in critical flux theories of membrane bioreactor [J]. Membrane Science and Technology,2010,30(2):97.

#### (上接第 1609 页)

ZHANG Mengxi, ZHANG Shilei. Behaviour of soil reinforced with H-V inclusion by  $PFC^{2D}$  [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(5); 625.

- [3] 岳中琦,陈沙,郑宏,等.岩土工程材料的数字图像有限元分析
  [J].岩石力学与工程学报,2004,23(6):889.
  YUE Zhongqi, CHEN Sha, ZHENG Hong, et al. Digital image proceeding based on finite element method for geomaterials
  [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(6):889.
- 【4】 张嘎,张建民,梁东方. 土与结构接触面试验中的土颗粒细观运动量测[J]. 岩土工程学报,2005,27(8):903.
   ZHANG Ga, ZHANG Jianmin, LIANG Dongfang. Measurement of soil particle movement in soil-structure interface test[J].
   Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2005,27(8):903.
- [5] 胡黎明,濮家骝.土与结构物接触面物理力学特性试验研究
   [J].岩土工程学报,2001,23(4):431.
   HU Liming, PU Jialiu. Experimental study on mechanical characteristics of soil-structure interface[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2001,23(4):431.

- [6] 李元海,靖洪文,朱合华,等.基于图像相关分析的土体剪切带 识别方法[J].岩土力学,2007,28(3);522.
  LI Yuanhai, JING Hongwen, ZHU Hehua, et al. A technique of identifying shear band accurately in granular soil using image correlation analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28 (3):522.
- [7] Guler M, Edil T B, Bosscher P J. Measurement of particle movement in granular soil using image analysis[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, ASCE, 1999, 13(2):116.
- [8] 中华人民共和国水利部.SL/T 235—1999 土工合成材料测试 规程[S].北京:中国水利水电出版社,1999.
   The Ministry of Water Resource of the People's Republic of China.SL/T 235—1999 Code for test and measurement of geosynthetics[S].Beijing:China Waterpower Press,1999.
- [9] 张嘎.粗粒土与结构接触面静动力学特性及弹塑性损伤理论 研究[D].北京:清华大学岩土工程研究所,2002.
   ZHANG Ga. A new monotonic and cyclic elasto-plasticity damage theory for soil-structure interfaces [D]. Beijing: Tsinghua University. Geotechnical Research Institute,2002.