文章编号：0253-374X(2011)12-1779-05 DOI：10.3969/j.issn.0253-374x.2011.12.009

无结构网格二维潮流模型的开发及应用

匡翠萍[1]，刘　旭[1]，陈思宇[1,2]，刘曙光[1]

(1. 同济大学 土木工程学院，上海 200092；2. 北卡罗莱纳州立大学 土木结构环境工程系，罗利 27606)

摘要：基于无结构网格的半隐海洋环流模型——“类 UnTrim (unstructured grid version of trim)模型”开发了一个二维潮流数学模型. 模型在平面上采用无结构三角网格，并采用二维浅水方程作为控制方程. 利用水槽试验对模型的潮流模拟和干湿判别进行了验证，验证结果显示模型是稳定可靠的. 将模型用于长江口的水动力过程模拟，并利用实测水文资料对模型进行了率定和验证计算. 结果表明，模拟结果与实际情况一致.

关键词：二维潮流模型；无结构三角网格；长江口；水动力；类 UnTrim 模型

中图分类号：P 343.5　　　**文献标识码**：A

Development and Application of a 2D Tidal Flow Model with an Unstructured Mesh

KUANG Cuiping[1], *LIU Xu*[1], *CHEN Siyu*[1,2], *LIU Shuguang*[1]

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Civil, Construction and Environmental Engineering, North Carolina State University, Raleigh NC 27606, USA)

Abstract: A two dimensional tidal flow numerical model is developed based on models like UnTrim type. The model takes the two dimensional shallow water equations as governing equations and uses unstructured triangular mesh on horizontal plane to enhance the efficiency and accuracy of computation. Then the simulation of tidal flow and the wetting and drying is verified by several channel tests. The results show that the model is effective and stable. Then the model is applied to the simulation of the hydrodynamic process in the Yangtze Estuary, and the model is calibrated and validated through the observed field data. The result shows a good agreement between the simulation and computation.

Key words: two dimensional tidal flow numerical model; unstructured triangular mesh; the Yangtze Estuary; hydrodynamic; UnTrim type model

潮流是海岸带、潮汐河口地区主要的水动力因素之一. 潮流运动，带动了泥沙、盐分、污染物等其他物质的输运过程. 而人类在河口海岸地区所建立的大量工程措施都要求对潮流场有一定的了解，数值模拟是解决这一问题的有效手段. 潮流的数值模拟是通过对描述潮流运动的控制方程用数值离散近似求解的手段来模拟潮流运动，有关这方面的研究，可以追溯到 20 世纪 60 年代，从 20 世纪 70 年代开始，国内也开始了对潮流模拟的研究[1]. 一般认为，在三维特性明显的实际水域中，三维潮流数学模型能够有效地研究一般自由表面流动. 但是在属于宽浅型水域的河口海岸地区，潮流的水平尺度远大于垂向运动尺度，垂向动量方程中的加速度项、涡粘性项与重力项相比可以忽略不计. 因此，将实际三维潮流运动的三维模型进行垂向积分得到二维模型能够简化潮流运动方程，并且具有较好的计算精度和效率.

传统的潮流模型中，基于正交曲线网格的 ADI (alternating direction implicit)法和模式分裂结合的方法运用较多，而一类基于无结构网格的半隐海洋环流模型——“类 UnTrim 模型”具有较大的研究意义和开发潜力[2]. 无结构网格能够非常精确地拟合非规则的海岸带几何边界，弥补了正交曲线网格在处理海岸带同时具有复杂的几何岸线、岛屿和潮沟的缺陷[3]. 然而目前的无结构网格半隐模型采用差分法求解单元界面的梯度对网格的正交性要求较高，而复杂岸线边界的网格正交性难以得到保证. 所以，本文将变量的梯度、水平扩散项通过有限体积法在单元中心求解，并守恒地插值到单元界面，开发了一个无结构网格二维潮流模型. 模型在继承无结构网格半隐模型优点的基础上达到了二阶精度，降低

收稿日期：2010－10－19
基金项目：“十一五”国家科技支撑计划(2008BAJ08B14)；上海市近海海洋综合调查与评价专项(PJ4)
第一作者：匡翠萍(1966—)，女，教授，博士生导师，工学博士，主要研究方向为海洋工程. E-mail：cpkuang@tongji.edu.cn
通讯作者：刘　旭(1985—)，男，硕士生，主要研究方向为海洋工程. E-mail：liuxuliuxu1022@163.com

了对网格正交性的依赖,并且避免了拉格朗日步单元中心点特征线回溯的末端的复杂插值,提高了计算效率.本文还利用水槽试验对建立的模型的潮流模拟和干湿判别进行了验证,并将模型应用到长江口的水动力过程模拟中,通过水文测站的实测资料对模型计算结果进行验证.

1 模型的建立和验证

1.1 模型的建立

1.1.1 模型计算网格

网格的质量直接影响着计算结果的精度以及收敛程度.加密局部网格可以提高网格的精度,但同时也降低了模型的计算效率.直角坐标系中的矩形网格在边界附近将计算区域概化为锯齿形边界,使得边界附近的解的误差较大;正交曲线网格无法刻画海岸带离散分布的岛屿、潮沟以及工程区域,并且网格的几何形态及正交性也不能得到保证.因此,本模型采用无结构三角网格,使得网格能够很好地与边界和地形拟合,并能控制网格的密度,大大提高了模型的计算效率和精度.

1.1.2 控制方程

为了在保证精度的情况下建立一个高效的模型,本文采用二维浅水方程作为潮流控制方程.

连续性方程

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \boldsymbol{q} = 0 \tag{1}$$

动量方程

$$\frac{\mathrm{d}D\boldsymbol{U}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial D\boldsymbol{U}}{\partial t} + \nabla(D\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}) = -gD\nabla\eta + D\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{U} + \boldsymbol{F} + \frac{(\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}} - \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{b}})}{\rho} \tag{2}$$

式(1),(2)中:η 为水位;t 为时间;$\boldsymbol{q} = D\boldsymbol{U}$ 为流通量矢量,$D = H + \eta$ 为总水深,H 为床面底高程;$\boldsymbol{U} = (u, v)$为水深平均的流速矢量;g 为重力加速度;$\boldsymbol{\Omega}$ 为地转速度;$\boldsymbol{F}$ 为扩散项;$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}$为表面风应力;$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{b}}$为底部切应力;$\rho$ 为水的密度.

1.1.3 方程离散

模型的连续性方程通过有限体积法进行积分离散,而动量方程采用差分法离散.为了格式的稳定性,连续方程中流速梯度项和动量方程中水位梯度项采用 Casulli 的半隐格式[4],且动量方程中底部摩擦项采用隐格式.为了提高求解效率,动量方程中流通量对时间的导数项和对流项写为全导数形式,采用拉格朗日法求解,而扩散项、科氏力项等均采用显格式.

连续性方程

$$\delta A_i \frac{\eta_i^{n+1} - \eta_i^n}{\Delta t} + \sum_{f_i} \delta l_{f_i} [(1-\theta)\boldsymbol{q}_{f_i}^n + \theta \boldsymbol{q}_{f_i}^{n+1}]\boldsymbol{n} = 0 \tag{3}$$

动量方程

$$\frac{\boldsymbol{q}_{f_i}^{n+1} - \boldsymbol{q}_{f_i}^n}{\Delta t} = -gD_{f_i}^n[(1-\theta)\nabla\eta_{f_i}^n + \theta\nabla\eta_{f_i}^{n+1}] + \boldsymbol{f}_{f_i}\times\boldsymbol{q}_{f_i}^n + F(\boldsymbol{q}_{f_i}^n) + \frac{[\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}]_{f_i}^n}{\rho} - \frac{g|\boldsymbol{q}_{f_i}^n|\boldsymbol{q}_{f_i}^{n+1}}{[C_{f_i}^n D_{f_i}^n]^2} \tag{4}$$

式(3),(4)中:所有与网格单元或单元中心有关的变量以单元下标 i 和时间上标 n 或 $n+1$ 表示,如 δA_i 为单元 i 的面积,η_i^{n+1},η_i^n 为单元 i 在 $n+1$ 和 n 时刻的水位;下标 f_i 为 i 单元的界面(或边),如 δl_{f_i} 为界面f_i的长度,$\boldsymbol{q}_{f_i}^{n+1}$,$\boldsymbol{q}_{f_i}^n$ 为界面f_i 在 $n+1$ 和 n 时刻的流通量矢量,$\boldsymbol{f}_{f_i}$ 为界面 f_i 的摩擦矢量,$D_{f_i}^n$ 为界面 f_i在 n 时刻的水深,$C_{f_i}^n$ 为界面 f_i 在 n 时刻的 Chezy 系数;$\theta\in[0,1]$为参数;$\boldsymbol{n}$ 为单元法向量.

1.1.4 方程求解

离散方程的求解分为显示预估步和隐式校正步.首先通过拉格朗日法求得流场 $\boldsymbol{q}_f^n$ 后,引入预估流场 $\boldsymbol{q}^*$,即

$$M_f \boldsymbol{q}_f^* = \frac{1}{\Delta t}\boldsymbol{q}_f^n - D_f^n g\nabla\eta_f^n + \boldsymbol{f}_f\times\boldsymbol{q}_f^n + F(\boldsymbol{q}_f^n) + \frac{1}{\rho}[\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{s}}]_f^n \tag{5}$$

式中:$M_f = \dfrac{1}{\mathrm{d}t} + \dfrac{g|\boldsymbol{q}_f^n|}{[C_f^n D_f^n]^2}$,可以直接求解.然后隐式求解水位余量,定义水位余量 $\eta' = \eta^{n+1} - \eta^n$ 和通量余量 $\boldsymbol{q}' = \boldsymbol{q}^{n+1} - \boldsymbol{q}^*$,那么连续性方程可写为

$$\delta A_i \frac{\eta'_i}{\Delta t} - \sum_{f_i}\theta^2 g D_{f_i}\delta l_{f_i}\boldsymbol{n} M_{f_i}^{-1}\boldsymbol{I}\nabla\eta'_{f_i} = Rm_i \tag{6}$$

式中:$Rm_i = -\sum_{f_i}\delta l_{f_i}[\theta\boldsymbol{q}_{f_i}^* + (1-\theta)\boldsymbol{q}_{f_i}^n]\boldsymbol{n}$;$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵.

对于动量方程有

$$M_f \boldsymbol{q}'_f = -\theta D_f^n g\nabla\eta'_f \tag{7}$$

而水位余量梯度可由下式近似表达:

$$\delta l_{f_i}\boldsymbol{n}\nabla\eta'_{f_i} \approx \delta l_{f_i}\boldsymbol{n}\frac{(\eta'^{\mathrm{R}} - \eta'^{\mathrm{L}})}{\boldsymbol{n}\,\boldsymbol{r}_{\mathrm{LR}}}\boldsymbol{n} \tag{8}$$

将式(7),(8)代入式(6),整理得

$$\left(\frac{\delta A_i}{\Delta t} + \theta^2\sum_{f_i}P_{f_i}\right)\eta'_i - \theta^2\sum_{f_i}(P_{f_i}\eta'_{f_i}) = Rm_i \tag{9}$$

式(8),(9)中:η'^{R},η'^{L} 分别为界面右、左单元的水位余量;$\boldsymbol{r}_{LR}$为从界面左单元 L 指向右单元 R 的向量;$P_{f_i} = gD_{f_i}\,\delta l_{f_i}\, n\,\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n}\boldsymbol{r}_{LR}} M_{f_i}^{-1}\boldsymbol{I}$.

可见,上述水位余量方程的系数矩阵为一个对称的、正定的五对角矩阵,联立适当的边界条件,可以采用雅可比共轭梯度法求解.求得水位余量后,该时刻的水位、水深和流速通过下式更新:

$$\eta_i^{n+1} = \eta_i^n + \eta'_i, \quad D_i = \eta_i^{n+1} + H_i$$

$$\boldsymbol{q}_j^{n+1} = \boldsymbol{q}_j^* - \theta M_j^{-1} D_j^n g \nabla \eta'_j \tag{10}$$

1.1.5　边界条件

模型开边界给出水位、流量或黎曼不变量的时间过程.对于闭边界,根据其水流流动的性质,在静止的固壁边界上,采用滑移边界条件,即边界上的法向和切向流速法通量都为零.模型还采用实现相对容易的干湿判别技术“最小临近水深”假设来实现模型中动边界的处理[5].

1.2　模型的验证

1.2.1　数值测试Ⅰ:矩形渠道

本文采用 Ippen 于 1966 年推导的强制水位边界下长波在无摩擦矩形河道产生的非完全驻波的解析解[6]来验证模型对潮流的模拟.假设一个一端封闭一端开敞的无摩擦矩形河道长为 l,沿程水深恒为 D_0,在开敞端有一个周期为 T 的余弦振动 $\eta = \eta_0 \cdot \cos 2\pi t/T$,且河道长 $l \ll L/4$,L 为波长,可得其波面函数和流速函数的解析解为

$$\eta = \left(\frac{\eta_0}{\cos \sigma l}\right)\cos \sigma x \cos \omega t \tag{11}$$

$$u = \left(\frac{\eta_0 c}{D_0 \cos \sigma l}\right)\sin \sigma x \sin \omega t \tag{12}$$

式(11),(12)中:η_0 为水位振幅;$\sigma = 2\pi/L$ 为波数;$\omega = 2\pi/\ T$为角频率;c 为波速.

测试中取矩形渠道长 $l = 20$ km,水深为 $D_0 = 10$ m,振幅 $\eta_0 = 0.2$ m,周期 $T = 21\ 600$ s,估计波长为

$$L = T\sqrt{gD_0} = 213\ \text{km} > 80\ \text{km} \tag{13}$$

为了与 Ippen 的解析解比较,计算中忽略水平扩散项、底部摩擦项以及科氏力作用,取时间步长 $\Delta t = 600$ s.模拟得长波振动的周期稳定解与解析解对比如图 1 和图 2 所示.图 1 和图 2 反映了水位与速度成 90°相位角,一个周期内以余弦函数变化.模型计算的各个时刻水位、流速沿程分布以及各个测点周期的变化均与其解析解吻合较好.

1.2.2　数值测试Ⅱ:干湿判别

为了测试模型处理动边界(漫滩和露滩)的稳定性和有效性,本文采用最初由 Leclerc 设计的周期水流在变坡水槽中的传播试验[7]来测试.水槽长 500 m,宽 50 m,有 3 次变坡,如图 3 所示.

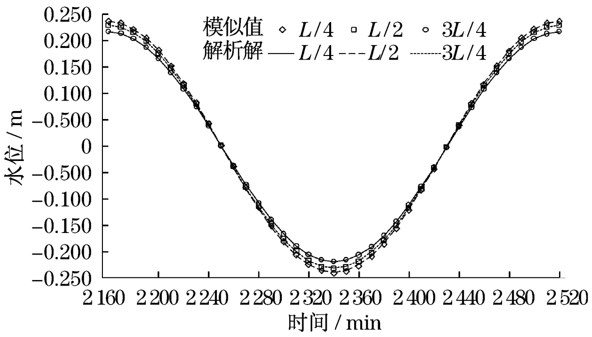

图 1　沿程测点模拟水位过程与解析解比较

Fig.1　Comparison of the computed water level process and the analytical solution

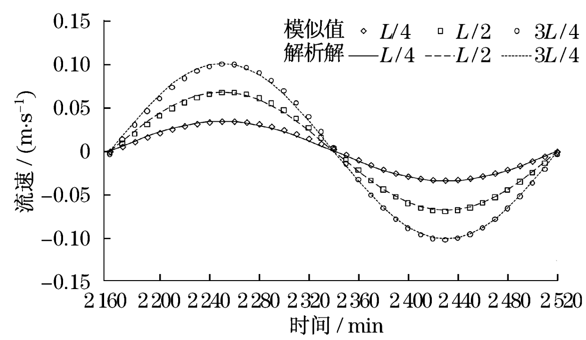

图 2　沿程测点模拟流速过程与解析解比较

Fig.2　Comparison of the computed velocity process and the analytical solution

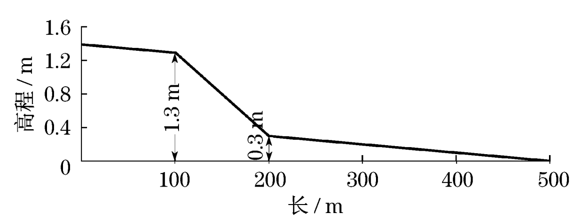

图 3　数值试验变坡地形

Fig.3　Variable slope terrain of numerical test

计算区域离散为 526 个三角形网格单元,整个网格初始水位为 1.75 m,初始流速为零.固边界采用无滑移条件,开边界使用振幅 0.75 m,周期 1 h 的潮位曲线,其变化规律如下:

$$\zeta = 1.0 + 0.75\cos(2\pi t/3\ 600) \tag{14}$$

为了与 Heniche, et al[8] 和 Jiang, et al[9] 的模拟进行比较,测试使用了相同的系数:曼宁系数为 0.03,紊动粘滞系数为 $5\times10^{-2}\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$,设置临界控

制水深为0.05 m,并忽略科氏力和风应力的影响.

由图4可见,本文试验的水位和流速的结果与Heniche和Jiang的试验结果是一致的:随着潮位曲线的变化,水槽变坡呈现漫滩和露滩的干湿变化,并在露滩时水流静止,水位保持恒定,水深为控制临界水深0.05 m;渠道 $x=100$ m附近流速在 $t=12$ min的时刻出现一个明显的增大现象,其值接近开边界的流速0.4 m·s^{-1},这一现象与Heniche和Jiang描述的现象也一致,其原因是水深太小产生的数值伪震荡.从总体上看,模拟结果体现了模型对动边界处理的效果.

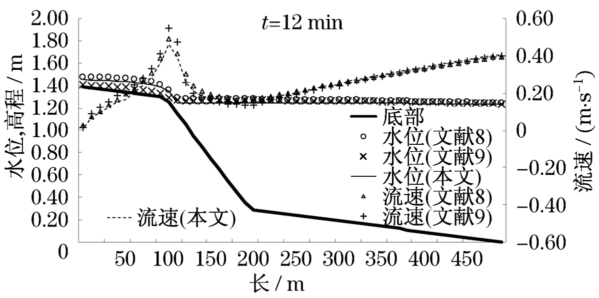

图4 变坡试验模拟水位与流速沿程分布与Heniche和Jiang的模拟结果比较

Fig.4 Comparison of simulation results with Heniche's and Jiang's in water level and velocity process in the variable slope test

2 模型的应用

基于以上水槽试验的验证结果,本文将所建立的潮流模型应用到长江口水动力的模拟过程中.采用长江口水文站2004年5月5日6时到6日5时的实测资料[10]对模型进行验证.

2.1 模型计算范围

模型计算范围:西起上游的江阴,东至外海-40 m等深线,北边界至连兴港的北侧,南边界包括南汇嘴向东延伸,包括南北支、南北港和南北槽在内的整个长江口水域,其中东西向的长度大约为280 km,南北向的长度大约为200 km.模型网格节点数为16 667,网格数为31 437.

2.2 边界条件以及相关参数选取

模型有南边界、北边界和东边界三条开边界以及一条河流开边界.海域开边界采用潮位过程控制,由8个主要分潮(M_2,K_2,S_2,N_2,K_1,P_1,O_1,Q_1)的调和常数计算得到;河流开边界沿河口上游方向上溯至江阴,为长江的潮流界,因此不受潮流影响,采用流量过程控制.考虑到大通到江阴河段没有大型的支流和取水工程影响,故江阴流量值可以依据大通水文站不同月份的平均流量给定,验证采用2004年5月的江阴流量,为33 800 m^3·s^{-1}.

曼宁系数根据底部泥沙粒径分析分区域给出,取值范围为0.009~0.016.模型计算时间步长取为60 s.

2.3 模型计算结果

模型测站分布如图5所示.图6,7分别为部分测站潮位流速和流向验证图,可见模型整体拟合较好.

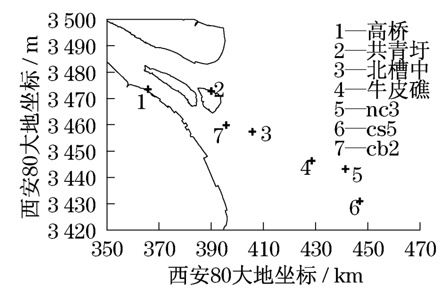

图5 代表性测站分布

Fig.5 Distribution of representative stations

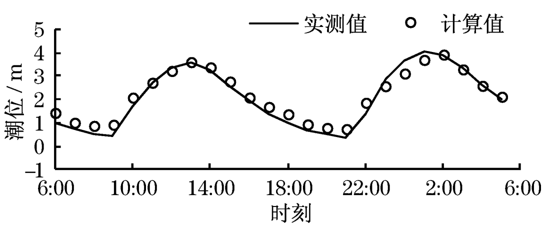

图6 高桥测站潮位验证

Fig.6 Verification of water level process in Gaoqiao station

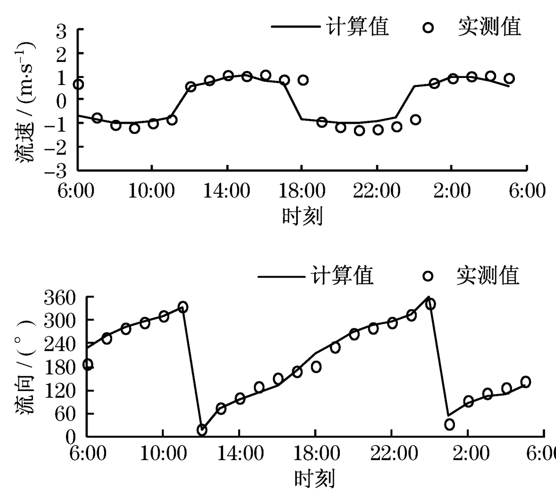

图7 nc3测站流速和流向验证

Fig.7 Verification of tidal flow velocity and direction in nc3 station

另外,模型对动边界漫滩和露滩的处理也在验证结果中得到了体现,图8和图9分别为长江口涨

憩、落憩时刻的流场图. 可见在涨憩时刻，九段沙及崇明东滩被海水淹没，在落憩时刻两处滩地露出，与长江口流场的实际情况符合[11].

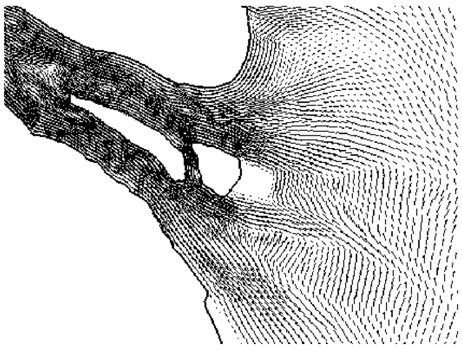

图 8　涨憩时刻流场图

Fig.8　Current field at the time of flood slack

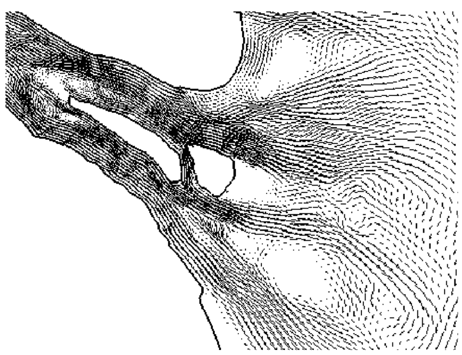

图 9　落憩时刻流场图

Fig.9　Current field at the time of ebb slack

3　结论

本文基于非结构网格的半隐海洋环流模型——“类 UnTrim(unstructured grid version of trim)模型”，开发了一个二维潮流数学模型，在继承无结构网格半隐模型优势的基础上，获得了二阶精度，降低了对网格正交性的依赖，并且避免了拉格朗日步单元中心点特征线回溯的末端的复杂插值，提高了计算效率. 水槽试验验证了该模型对潮流及潮滩水流的模拟功能. 在长江口的水动力模拟中，得到了长江口实测水文的资料的率定和验证. 模型对动边界漫滩和露滩的处理也在流场图中得到了充分的体现，再次表明了该模型的实用性. 该模型可以进一步推广运用到其他具有复杂边界和潮滩的河口和海岸区域的潮流模拟.

参考文献：

[1] 李孟国，曹祖德. 海岸河口潮流数值模拟的研究与进展[J]. 海洋学报，1999，21(1)：111.
LI Mengguo，CAO Zude. A review on tidal current numerical modeling in coastal and estuarine waters[J]. Acta Oceanologica Sinica，1999，21(1)：111.

[2] Zhang Y L，Baptista A M. SELFE：A simi-implicit Eulerian-Lagrangian finite-element model for cross-scale ocean circulation[J]. Ocean Modelling，2008，21：71.

[3] Chen C，Liu H. An unstructured grid，finite-volume，three-dimensional，primitive equations ocean model：application to coastal ocean and estuaries[J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology，2003，20：159.

[4] Casulli V，Cheng R T. Semi-implicit finite difference methods for the three dimensional shallow water flow[J]. Int J Numer Meth Fluids，1992，15：629.

[5] 孙健，陶建华. 潮流数值模拟中动边界处理方法研究[J]. 水动力学研究与进展，2007，22(1)：44.
SUN Jian，TAO Jianhua. The study on simulation of moving boundary in numerical tidal flow model[J]. Journal of Hydrodanamics，2007，22(1)：44.

[6] Ippen A T. Estuary and coastline hydrodynamics[M]. New York：McGraw-Hill Book Co，1966.

[7] Leclerc M，Bellemare J F，Dumas G，et al. A finite element model of estuarine and river flows with moving boundaries[J]. Advances in Water Resources，1990，13：158.

[8] Heniche M，Secretan Y，Boudreau P，et al. A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries[J]. Advances in Water Resources，2000，23：359.

[9] Jiang Y W，Onyx W H Wai. Drying-wetting approach for 3D finite element sigma coordinate model for estuaries with large tidal flats[J]. Advances in Water Resources，2005，28：779.

[10] 孙波. 三峡与南水北调工程对长江口盐水楔影响的数值研究[D]. 上海：同济大学土木工程学院，2009.
SUN Bo. Numerical study on the impact of Three Gorges and South-North Water Transfer Projects on the salting wedge of the Yangtze River Estuary[D]. Shanghai：Tongji University. College of Civil Engineering，2009.

[11] ZHU Jianrong，QI Dingman，XIAO Chengyou. Simulated circulation off the Changjiang (Yangtze) River mouth in spring and autumn[J]. Chinese Journal of Oceanology and Limnology，2004，22(3)：286.