第39卷第6期 2011年6月

文章编号: 0253-374X(2011)06-0901-07

DOI:10.3969/j.issn.0253-374x.2011.06.021

# 随机零矢量分配空间矢量 PWM 的谐波分析

吴志红<sup>1,2</sup>,陈国强<sup>1</sup>,朱 元<sup>2</sup>,田光宇<sup>3</sup>

(1. 同济大学 汽车学院,上海 201804; 2. 同济大学 中德学院,上海 200092;3. 清华大学 汽车安全与节能国家重点实验室,北京 100084)

摘要:分析了在空间矢量脉宽调制下电机磁链误差产生的本 质原因,给出了理论上的磁链误差带;根据纹波电流推导出 了随机零矢量分配空间矢量脉宽调制(RZDPWM)策略下磁 链/电流谐波在微观(开关周期)和宏观(基波周期)上畸变率 的理论表达式.最后,对理论表达式进行了分析讨论,揭示了 RZDPWM的一些本质性特征,并用仿真实验对理论分析进行 了部分验证.得出:在调制比较大时 RZDPWM 的随机效果降 低,均方值对随机数的数字特征具有较大的依赖性,误差三 角形沿着磁链圆形轨迹的随机前进是频谱展开的本质原因.

关键词:随机零矢量分配;随机脉宽调制(RPWM);谐波;
 空间矢量脉宽调制(SVPWM);磁链误差
 中图分类号:TM 464
 文献标识码:A

Harmonic Analysis of Random Zero-vector

Distribution Space Vector Pulsewidth Modulation

WU Zhihong<sup>1,2</sup>, CHEN Guoqiang<sup>1</sup>, ZHU Yuan<sup>2</sup>, TIAN Guanguu<sup>3</sup>

(1. College of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201084, China; 2. Chinese-German School for Postgraduate Studies, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. State Key Laboratory of Automotive Safety and Energy, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The sources of the flux error were analyzed, and the theoretic flux error region was proposed in the motor control based on the space vector pulse-width modulation. The harmonic distortion factor formula was deduced through the ripple current on the microscopic level (switching period) and macroscopic level (fundamental period). Finally the formula was analyzed, and some essential characteristics of the random zero-vector distribution pulse-width modulation (RZDPWM) were revealed. The simulation results verify the theoretic analyses. The results show that the performance decreases with the modulation index reaching the maximum value, the mean-square value is highly dependent on the numerical characteristic of the random variable, and the random movement of the error triangle along the flux/current circle is the key element that makes the spectrum expanded.

**Key words**: random zero-vector distribution; random pulsewidth modulation (RPWM); harmonic wave; space vector pulse-width modulation (SVPWM); flux error

脉宽调制(pulse-width modulation, PWM)广泛 应用于电能转换、调速、伺服等系统中,长期以来,是 电力电子研究的主要内容之一[1-5]. 在基于数字信 号处理器的电机控制中,广泛采用的是空间矢量脉 宽调制(space vector PWM, SVPWM)技术,因为它 具有直流母线电压利用率高、易于实现、谐波特性好 等优点[6-7].由于实现简单,确定性调制方法(如固 定调制周期、固定零矢量分配方式)被广泛采用,但 是谐波主要集中在载波频率(调制频率)的整数倍附 近,容易引起电磁辐射、声频噪声和机械振动等.虽 然,提高调制频率可以得到改善,特别是若将调制频 率提高到18 kHz 以上即可降低声频噪声,但是高的 开关频率必然增加开关损耗<sup>[8]</sup>.将集中于调制频率 整数倍附近的集簇频谱展开进行平铺可以在较低的 开关频率下减小开关噪声等不良效应.大量的文献 对此进行了深入的研究,特别是随机 PWM 正在吸引 着越来越多的学者为之努力.理论上,在满足"伏-秒 平衡"的约束下,所涉及的一切因素都可以注入随机 特性,但是考虑到实现代价,只有部分方案具有实用 价值. 随机 PWM 可分为如下几类:(1)随机开关频率 PWM<sup>[9-10]</sup>是原理最为明显,研究最多的一种方法, 无论是在小调制比还是大调制比下都能获得良好的 频谱展开效果.但是在闭环控制系统中,面临着电流

收稿日期:2010-11-18

第一作者:吴志红(1961—),男,教授,工学博士,博士生导师,主要研究方向为汽车电子、电动汽车控制.E-mail:zhihong.wu@tongji.edu.cn

采样、控制器参数确定等问题; (2)随机脉冲位置 PWM 是在满足基本矢量作用顺序和时间不变的情 况下,通过改变三相控制信号高电平的位置,来达到 展开频谱的目的[11]. 文献 [8] 对两相模式下随机对 称中心 PWM(随机脉冲位置 PWM 的一个特例)进行 了研究,并提出了根据调制比的大小来选择零矢量 进而进行随机化,可以在整个线性调制区获得良好 的随机性能. 随机脉冲位置 PWM 与随机开关频率 PWM 在一定的程度上是等价的[8]. 但是,同样面临 着电流采样等问题. (3)随机零矢量分配 PWM (random zero-vector distribution PWM, RZDPWM) 是通过随机分配两个零矢量的作用时间来实现 的[12-13]. 文献[1]对此进行了研究,并得出结论:在 小调制比下,随机零矢量分配可获得良好的性能. (4)两种及两种以上随机方法的结合[14-15].在电机 控制等闭环控制系统中,需要反馈相电流,同步采样 得到的相电流更加接近于基波分量[16].固定周期的 RZDPWM 在电机的闭环控制系统中实现简单、方便 电流同步采样,具有巨大的实用价值.谐波均方值和 畸变率是评价调制策略的重要指标,很多文献对 RZDPWM 进行了卓有成效的研究,但是都没有给出 RZDPWM 谐波均方值和畸变率的计算公式.

PWM 在一个调制周期内以"伏-秒平衡"原理为 基础,以多边形磁链逼近圆形磁链,必然导致逼近误 差.再者,由于电力电子器件固有的开关特性,其电 压控制总是伴随着谐波<sup>[7]</sup>.基于此,本文通过综合分 析磁链谐波、电流谐波,推导 RZDPWM 策略下磁链/ 电流的谐波均方值和畸变率的计算公式.

### 1 RZDPWM 的基本原理

经典的两电平三相逆变器<sup>[6-7]</sup>共有 8 种开关状态,对应着 8 个基本电压矢量,其中包括 6 个非零电压矢量 ( $U_1$  (100), $U_2$  (110), $U_3$  (010), $U_4$  (011), $U_5$  (001), $U_6$  (101))和两个零电压矢量 ( $U_0$  (000)和 $U_7$  (111)).如图 1 所示,括号中的数字 1 表示上臂导通,0 表示上臂不导通,每相的上下臂导通状态互补; $a\beta$ 为两相静止坐标系;A,B,C 为三相标号.对于幅值为  $U_0$ 、相角为  $\theta$  的参考电压矢量  $U_8$ 可由临近的两个非零基本电压矢量和零矢量按照"伏-秒平衡"的原则进行合成.图 1 所示的是在第一区的情况,设 $U_8$ , $U_1$ , $U_2$  作用的时间分别为  $T_8$ , $2T_1$ , $2T_2$ ,则

$$\begin{cases} 2T_1 = \sqrt{3}MT_s \sin(\pi/3 - \theta)/2 \\ 2T_2 = \sqrt{3}MT_s \sin(\theta/2) \end{cases}$$
(1)

式中:调制比  $M = U_o/(U_{DC}/2)$ ,其中  $U_{DC}$ 为母线 电压.

零矢量 $U_0$ 和 $U_7$ 作用时间为 $2T_{00}$ 和 $2T_{07}$ ,总时间为





为了方便数字控制系统实现,广泛采用的两个 零矢量作用时间均分的对称7段式调制策略如式 (3)所示,以下称此为SVPWM.

 $U_0 \rightarrow U_1 \rightarrow U_2 \rightarrow U_7 \rightarrow U_2 \rightarrow U_1 \rightarrow U_0$  (3) 在 RZDPWM 中,两个零矢量作用时间随机分配,设 半个 PWM 周期内  $U_7$  的作用时间为

 $T_{07} = (0.5 + \epsilon)T_0, -0.5 \leqslant \epsilon \leqslant 0.5 \quad (4)$ 式中,  $\epsilon$  为随机变量.

则 $U_0$ 的作用时间为

$$T_{00} = (0.5 - \epsilon)T_0$$
 (5)

# 2 磁链谐波产生的原因

圆形磁链是通过多边形磁链来逼近,多边形的 边数取决于载波比.随着 PWM 频率的提高,逼近误 差越来越小.因此,在进行磁链谐波分析时,假定多 边形边数为无穷,此时多边形磁链就变成了圆形磁 链.这是磁链谐波分析的基本假设.

在忽略定子电阻时,参考电压矢量为磁链矢量 对时间的导数,电压矢量与磁链轨迹相切.如图2所 示,参考电压矢量是由临近的两个基本矢量和零矢 量合成的,所以,实际的磁链轨迹在理想的轨迹附近 波动,不断穿越理想轨迹.其法向误差带的形状如图 3所示,误差带的宽度为

902



Fig.3 Diagram of the flux error region

$$2h = 2 \cdot \frac{2}{3} U_{\rm DC} T_1 \sin \theta =$$

[2√3 U。T<sub>s</sub>sin(π/3 - θ)sin θ]/3 (6) 从式(6)和图 3 可以得出:(1)磁链法向误差带 的宽度随着调制比的增大而增大.这是因为在相角 相同的情况下,调制比的增大使得两个非零基本矢 量的作用时间增加,由于参考电压矢量(相角为 0°, 60°,120°,180°,270°时除外)与合成的基本矢量相角 并不相同,所以基本矢量在法向上的误差(图 2 中的 h)会增大.(2)在每个区的边界(见图 3),误差带最 大,距离边界越远,误差越小;在区的中心法向误差 为零,因为此时参考电压矢量与基本矢量的方向一 致.(3)磁链切向误差对相角依赖不大,但是对调制 比依赖较大.切向误差的最大值取决于零矢量的作 用时间和分配方式,随着调制比的增大,零矢量作用 时间减小,切向误差减小.

参考电压矢量是由临近的两个矢量和零矢量合 成的,而这些基本矢量和参考矢量之间存在差值,可 定义电压误差矢量

$$e_i = U_i - U_s, \quad i = 0, 1, 2, 7$$
 (7)

谐波是由切向误差和法向误差共同形成的,7 段 合成方法的误差三角形如图 4 所示<sup>[1,6]</sup>. F 为参考电 压矢量 U<sub>s</sub>的端点; H,I,J 和L,K,P 为两个三角形 的顶点; D 和E 为两个三角形的质心; l 为质心到 U<sub>s</sub>的端点的距离.三角形的形状和大小与调制比、参 考矢量的相角、零矢量分配方式都有关.在 SVPWM 中,两个三角形的边 *IJ* 和 *PK* 完全重合;在 RZDPWM中,重合度是随机的.



图 4 磁链和电压误差矢量图 Fig.4 Trajectory of voltage and flux error vector

# 3 谐波均方值及畸变率公式的推导

在感性占主导地位的负载中,磁链矢量和电流 矢量之间只相差一个大小为等效电感的比例因子, 因此,磁链矢量误差三角形和电流矢量误差三角形 是相似的.因此,本文只对电流谐波均方值和畸变率 计算公式进行推导.文献[7]以三角形负载为例,给 出了谐波电流均方值的表达式

$$\Delta i_{\rm AB}^2 = \left(\frac{U_{\rm DC}}{2L_{\sigma}}\right)^2 \frac{T_{\rm s}^2}{48} \left[ (u_2 - u_1)^2 + (u_2 - u_1)^3 + (u_2 - u_1)^2 (u_2^2 + u_1 u_2 + u_1^2) \right]$$
(8)

式中: $u_1 = e_A / (U_{DC}/2); u_2 = e_B / (U_{DC}/2); L_{\sigma}$ 为等 效电感; $e_A, e_B$ 为 PWM 周期内的平均电压.

谐波畸变率(harmonic distortion factor, HDF)为

$$f(M,\theta) = (u_2 - u_1)^2 + (u_2 - u_1)^3 + (u_2 - u_1)^2 (u_2^2 + u_1 u_2 + u_1^2)(9)$$

#### 3.1 SVPWM 的微观(PWM 周期)谐波畸变率

对于经常采用的 SVPWM, ε = 0. 由于 7 段调制 方法的对称性,因此只需要分析前半个 PWM 周期即 可.6 个区具有对称性,所以仅在第一区进行推导.三 相电压在半个 PWM 周期内的平均值为

$$\begin{cases} e_{\text{A.SVPWM}} = \frac{U_{\text{DC}}}{2} \frac{T_1 + T_2}{T_s/2} \\ e_{\text{B.SVPWM}} = \frac{U_{\text{DC}}}{2} \frac{-T_1 + T_2}{T_s/2} \\ e_{\text{C.SVPWM}} = \frac{U_{\text{DC}}}{2} \frac{-T_1 - T_2}{T_s/2} \end{cases}$$
(10)

用式(10)替代式(8)和(9)中的平均电压,分别 计算  $f_{AB}(M, \theta), f_{AC}(M, \theta), f_{BC}(M, \theta), 三者相加$ 可得

$$f_{\text{SVPWM}}(M,\theta) = \frac{27M^4}{32}(\sqrt{3}\sin 4\theta + 2\sin^2 2\theta - 2\sqrt{3}\sin 2\theta + 4\sin^2 \theta + 3) + \frac{3M^3}{4}(\sqrt{3}\sin 3\theta - 3\sqrt{3}\sin \theta - 9\cos \theta) + \frac{9M^2}{2}$$
(11)

**3.2 SVPWM 的宏观(基波周期)谐波畸变率** 由文献[7]可得 SVPWM 的宏观 HDF

$$F_{\text{SVPWM}}(M) = \frac{9}{8} \left[ \frac{3}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \right] M^4 - \frac{4\sqrt{3}}{\pi} M^3 + \frac{3}{2} M^2$$
(12)

#### 3.3 RZDPWM 的微观(PWM 周期)谐波畸变率

在 RZDPWM 中,式(10)的平均电压多了一项

$$V_{\text{add}} = \frac{U_{\text{DC}}}{2} \frac{T_{07} - T_{00}}{T_{\text{s}}/2} = \frac{U_{\text{DC}}}{2} \frac{4\varepsilon T_0}{T_{\text{s}}} \quad (13)$$

令

$$k = 4\varepsilon T_0 / T_s \tag{14}$$

则

$$e_{A} = V_{A,SVPWM} + V_{add}$$

$$e_{B} = V_{B,SVPWM} + V_{add}$$

$$(15)$$

在第一区中,对Δi<sup>2</sup><sub>AB</sub>

$$\begin{cases} u_1' = \frac{T_1 + T_2}{T_s/2} + \frac{4\varepsilon T_0}{T_s} = u_1 + k \\ u_2' = \frac{-T_1 + T_2}{T_s/2} + \frac{4\varepsilon T_0}{T_s} = u_2 + k \end{cases}$$
(16)

对式(8),考虑

$$u_{2}^{\prime 2} + u_{1}^{\prime} u_{2}^{\prime} + u_{1}^{\prime 2} =$$

$$(u_{2}^{2} + u_{1} u_{2} + u_{1}^{2}) + [3k(u_{1} + u_{2}) + 3k^{2}]$$

$$(17)$$

$$N = (u_2 - u_1)^2 [3k(u_1 + u_2) + 3k^2] (18)$$
由此可得  $N_{AB}$ ,同理可得  $N_{AC}$ 和  $N_{BC}$ ,如下

$$N_{\rm AB} = 768 \, \frac{T_0 \ T_1^2 \ T_2}{T_{\rm s}^4} \epsilon + 768 \, \frac{T_0^2 \ T_1^2}{T_{\rm s}^4} \epsilon^2 \quad (19)$$

$$N_{\rm AC} = 768 \, \frac{T_0^2 \, (T_1 + T_2)^2}{T_{\rm s}^4} \epsilon^2 \qquad (20)$$

$$N_{\rm BC} = -\ 768\ \frac{T_0\ T_1\ T_2^2}{T_{\rm s}^4}\varepsilon + 768\ \frac{T_0^2\ T_2^2}{T_{\rm s}^4}\varepsilon^2 \ (21)$$

三者相加并将式(1),(2)代人,可得
$$N(M, \theta) = N_{AB} + N_{AC} + N_{EC} =$$

$$9M^{3} \varepsilon \begin{bmatrix} \sqrt{3} \sin^{2}\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \sin \theta \begin{bmatrix} 2-\sqrt{3}M\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \\ -\sqrt{3}M\sin \theta \end{bmatrix} \\ -\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \sin^{2}\theta \begin{bmatrix} 2-\sqrt{3}M\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \\ -\sqrt{3}M\sin \theta \end{bmatrix} \end{bmatrix} + \\ 8M^{2} \varepsilon^{2} \begin{bmatrix} \sin^{2}\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \begin{bmatrix} \sqrt{3}M\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \\ +\sqrt{3}M\sin\theta-2 \end{bmatrix}^{2} \\ +\left(\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)+\sin\theta\right)^{2} \begin{bmatrix} 2-\sqrt{3}M\sin\theta \\ -\sqrt{3}M\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \end{bmatrix}^{2} \\ +\sin^{2}\theta \begin{bmatrix} 2-\sqrt{3}M\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)-\sqrt{3}M\sin\theta \end{bmatrix}^{2} \end{bmatrix}$$
(22)

因此,RZDPWM 的微观 HDF 为

$$f_{\text{RZDPWM}}(M,\theta) = f_{\text{SVPWM}}(M,\theta) + N(M,\theta)$$
(23)

3.4 RZDPWM 的宏观(基波周期)谐波均方值 考虑到对称性,只需要对 Δi<sub>AB</sub>在半个基波周期 进行计算即可.在第一区中

$$N = N_1(\varepsilon) = 768 \frac{T_0 T_1^2 T_2}{T_s^4} \varepsilon + 768 \frac{T_0^2 T_1^2}{T_s^4} \varepsilon^2$$
(24)

因为 ε 为随机变量,可设数学期望

$$\begin{cases} I_1 = E(\varepsilon) \\ I_2 = E(\varepsilon^2) \end{cases}$$
(25)

因为  $N_1(\varepsilon)$  是个随机变量,对其数学期望  $E[N_1(\varepsilon)]$ 在 $(0,\pi/3)$ 积分,可得

$$I_{N_{1}} = \int_{0}^{\pi/3} E[N_{1}(\varepsilon)] d\theta =$$

$$\frac{3M^{4}}{64} [(36\pi + 27\sqrt{3})I_{2} - 27\sqrt{3}I_{1}] -$$

$$\frac{3M^{3}}{64} (224\sqrt{3}I_{2} - 32\sqrt{3}I_{1}) +$$

$$\frac{3M^{2}}{64} (128\pi - 96\sqrt{3})I_{2} \qquad (26)$$

在第五区中

$$N = N_5(\varepsilon) = -768 \frac{T_0 T_1 T_2^2}{T_s^4} \varepsilon + 768 \frac{T_0^2 T_2^2}{T_s^4} \varepsilon^2$$
(27)

式中:  $T_1$ ,  $T_2$  为基本矢量  $U_5$ ,  $U_6$  的作用时间. 对  $E[N_5(\epsilon)]$ 在(4 $\pi$ /3, 5 $\pi$ /3)积分, 可得  $I_{N_5} = \int_{4\pi/3}^{5\pi/3} E[N_5(\epsilon)] d\theta =$ 

$$\frac{3M^{4}}{64} \left[ \left( 36\pi + 27\sqrt{3} \right) I_{2} + 27\sqrt{3} I_{1} \right] - \frac{3M^{3}}{64} \left( 224\sqrt{3} I_{2} + 32\sqrt{3} I_{1} \right) + \frac{3M^{2}}{64} \left( 128\pi - 96\sqrt{3} \right) I_{2}$$
(28)

在第六区中

$$N = N_6(\varepsilon) = 768 \frac{T_0^2 (T_1 + T_2)^2}{T_s^4} \varepsilon^2 \quad (29)$$

式中: $T_1$ , $T_2$ 为基本矢量 $U_1$ , $U_6$ 的作用时间. 对  $E[N_6(\varepsilon)]$ 在 $(5\pi/3, 2\pi)$ 积分,可得

$$I_{N_6} = \int_{5\pi/3}^{2\pi} E[N_6(\epsilon)] d\theta = \\ \left(\frac{27\pi}{8} + \frac{243\sqrt{3}}{32}\right) I_2 M^4 -$$

 $33\sqrt{3}I_2 M^3 + (6\pi + 9\sqrt{3})I_2 M^2$  (30) 因此,RZDPWM 的宏观 HDF 为

$$F_{\text{RZDPWM}}(M) = F_{\text{SVPWM}}(M) + \frac{I_{N_1} + I_{N_5} + I_{N_6}}{\pi} = F_{\text{SVPWM}}(M) + \frac{1}{8\pi} (54\pi + 81\sqrt{3}) I_2 M^4 -$$

$$\frac{54\sqrt{3}}{\pi}I_2 \ M^3 + 18I_2 \ M^2 \tag{31}$$

则在基波周期内,电流的谐波均方值为

$$\Delta i_{\rm AB}^2 = \left(\frac{U_{\rm DC}}{2L_{\sigma}}\right)^2 \frac{T_{\rm s}^2}{48} F_{\rm RZDPWM}(M) \tag{32}$$

# 4 结果讨论与仿真实验

根据本文推导的 RZDPWM 的 HDF 公式(31)和 文献[7]给出的经典的连续与不连续 PWM (discontinuous PWM, DPWM)策略 HDF 的表达式, 可绘制图 5. 图中, SPWM 为正弦脉宽调制, DPWM0, DPWM1, DPWM2, DPWM3, DPWMMAX, DPWMMIN 为 6 种不同的 DPWM. 因为不连续调制 的开关次数比连续调制减少约 1/3,因此其开关频率 可以提高到以前的 3/2 倍,因此,图中将两种情况绘 制在一起. 从图 5,可以发现如下规律:

(1)当调制比很小时,非零矢量作用时间短,零 矢量作用时间虽然长;但是此时误差矢量 e<sub>0</sub> 长度很 小,误差三角形小,极端的状况是调制比为零时,三 角形缩为一个点.因此,此时谐波畸变小.总的来说, 随着调制比的增大,误差三角形变大,则 HDF 增加.

(2) 当调制比增大到接近最大值(2/√3)时,除

SPWM 外,其他调制策略的 HDF 基本一致.这是由 于,各种调制策略的本质区别在于两个零矢量作用 时间分配方式的不同.当零矢量作用时间很短时,分 配方式引起的 HDF 差异就很小.此时,RZDPWM 的 随机化效果就大为降低.

(3) RZDPWM 下,随机变量 ε<sup>2</sup> 的特征影响 HDF,在图 5 所绘制出的三种分布中,均匀分布时 HDF 最大,正态分布(3 倍标准差为 0.5,只保留 [-0.5,0.5]的部分)最小.这是由于在这三种分布 中,正态分布时数学期望最小,均匀分布时最大.这 在一定程度上也说明了 SVPWM 在零矢量分配上是 准优的.





如果将误差三角形看作线密度均匀的框架,则 谐波的均方值即为此三角形框架绕固定转轴(在复 平面内的投影为参考电压矢量的端点,图 4 中的 *F* 点)的转动惯量(之间相差一个比例因子,但不影响 问题的分析).转动惯量的平行轴定理为:刚体对于 任一轴的转动惯量等于刚体对于通过质心、并与该 轴平行的轴的转动惯量,加上刚体的质量与两轴间 距离平方的乘积.则谐波均方值 λ<sup>2</sup>ms为

$$\lambda_{\rm rms}^2 = 2J_0 + 2ml^2 \tag{33}$$

式中:J<sub>0</sub>为每个三角形绕着自己质心 D,E 的转动惯量;m 为每个三角形框架的质量;l 为三角形质心 D、E 到参考电压矢量端点的距离.

在 SVPWM 中,两个零矢量作用时间是相等的,即 IF = KF = PF = JF;在 RZDPWM 中,两个零矢量作用时间随机分配,也就是说,在保证参考电压矢量端点 F 固定、两个三角形在 PJ 直线上的边有重合的前提下两个三角形沿着直线 JP 随机朝相反的滑动.对于 SVPWM 和 RZDPWM 来说,式(33)右边的第一项  $2J_0$  是相同的,不同的是式(33)右边的第二项  $2ml^2$ .当调制比很大时,边 JI 和KP 很小,两个

在 3.1 和 3.3 部分分析微观 HDF 时,是将三相 的电流的 HDF 相加;而在 3.4 部分推导宏观 HDF 时只包含了一相.实际上,如果将式(23)在区间(0,  $\pi/3$ )积分,并求均值,也可得到宏观的 HDF,只不过 得到的结果是三相的相加,则为单相时的 3 倍.为了 便于和图 5 比较,在绘制微观 HDF 时将其缩小 3 倍.

如果 PWM 周期趋于 0,则 RZDPWM 的微观 HDF 就变为瞬时值,均匀分布时在 6 个区内 HDF 的 数学期望如图 6 所示.图 7 给出了与 SVPWM 相比, RZDPWM(均匀分布)增加的 HDF.



图 6 RZDPWM 在整个线性调制区的微观 HDF Fig.6 HDF for RZDPWM in the linear modulation zone





从图 7 可以看出,随着调制比的增加,RZDPWM 增加的 HDF 先增大随后又减小.这与图 5 所示的宏观上 HDF 的变化趋势是一致的.

在计算机上对三相逆变器拖动电机进行仿真, 基波频率为 30 Hz,PWM 频率为 2.2 kHz. 仿真测得 的定子电流的轨迹如图 8 所示,为了更加清楚地表 现误差带的形状,在绘图的时候,将谐波幅值进行了 放大.电流矢量误差带与图 3 所示的理论误差带形 状基本一致,随着 PWM 频率的不断提高,误差带将 越来越趋近图 3 所示的理论误差带.在 SVPWM 中, 两个三角形沿着圆形轨迹匀速向前推进;但是在 RZDPWM中,由于零矢量的随机分配,使得三角形 前进的速度呈随机性.



## 5 结论

本文对 RZDPWM 的磁链/电流谐波进行了深入 分析,并推导出了磁链/电流谐波均方值及畸变率在 微观(PWM 周期)和宏观(基波周期)上的理论表达 式,最后对理论结果进行了讨论并用仿真实验进行 了部分验证.得出了如下结论:

(1) 磁链误差主要来源于多边形逼近误差和 PWM"伏-秒平衡"原理带来的误差,随着 PWM 频率 的不断提高,后者为主要因素;

(2) 随机分布的特征对 RZDPWM 的谐波均方 值及畸变率有较大影响,随机数的数学期望越大,谐 波越大.当调制比接近最大值时,随机化效果变差. 此时,常见的几种 PWM 谐波趋于一致.虽然 RZDPWM 的谐波比 SVPWM 有所增加,但是它的谐 波集簇效应比 SVPWM 小;

(3) 在 SVPWM 中,稳态时磁链/电流矢量误差 三角形沿着理想的圆形轨迹匀速前进; 在 RZDPWM 中,误差三角形前进的速度呈随机性.也就是说,磁 链/电流矢量轨迹的切向误差在随机变化.这种非周 期性地前进是频谱展开的根本原因.

#### 参考文献:

- [1] Bech M M, Blaabjerg F, Pedersen J K. Random modulation techniques with fixed switching frequency for three-phase power converters [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2000, 15(4):753.
- [2] 杨恩星, 仇志凌, 陈国柱, 等. 并联双 PWM 变流器在低速永磁 直驱风力发电系统中的应用[J]. 电力系统自动化, 2009, 33 (10):95.

YANG Enxing, QIU Zhiling, CHEN Guozhu, et al. Application of parallel dual PWM converter to the low-speed permanent magnet direct-driven wind turbine[J]. Automation of Electric

Power Systems, 2009, 33(10):95.

- [3] 王立乔.正弦波逆变器脉宽调制技术的调制模型分析[J].电 力系统自动化,2008,32(16):45.
   WANG Liqiao. Modulated model analysis of pulse width modulation technique for sinusoidal inverters[J]. Automation of Electric Power Systems,2008,32(16):45.
- 【4】 张颖超,赵争鸣,鲁挺. 基于 RTW 的三电平双 PWM 变换器控制系统设计[J].电力自动化设备,2009,29(10):128.
   ZHANG Yingchao, ZHAO Zhengming, LU Ting. Control system for three-level dual-PWM converter based on RTW[J]. Electric Power Automation Equipment,2009,29(10):128.
- [5] 袁登科,徐国卿,张舟云,等. 一种新型空间电压矢量脉宽调制 方[J]. 同济大学学报:自然科学版,2008,36(12):1702.
  YUAN Dengke, XU Guoqing, ZHANG Zhouyun, et al. Research on a novel space vector pulse width modulation method for voltage-source inverter [J]. Journal of Tongji University: Natural Science,2008,36(12):1702.
- [6] Hava A M. Carrier based PWM-VSI drives in the overmodulation region [D]. Madison: Wisconsin University. College of Engineering, 1998.
- [7] Holmes D G, Lipo T A. 电力电子变换器 PWM 技术原理与实践
  [M].周克亮译.北京:人民邮电出版社,2010.
  Holmes D G, Lipo T A. Pulse width modulation for power converters: principles and practice [M]. Translated by ZHOU Keliang. Beijing:Posts & Telecom Press. 2010.
- [8] Oh S Y, Jung Y G, Yang S H, et al. Harmonic-spectrum spreading effects of two-phase random centered distribution PWM (DZRCD) scheme with dual zero vectors [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(8); 3013.
- [9] 马丰民,吴正国,李玉梅.随机频率 PWM 逆变器的分析设计
   [J].中国电机工程学报,2008,25(14):67.
   MA Fengmin,WU Zhengguo,LI Yumei. Analysis and design of the random frequency PWM inverters [J]. Proceedings of the CSEE,2008,25(14):67.

- [10] 王颢雄,王斌,基于三状态马尔柯夫链的随机周期调制 PWM 技术研究[J].中国电机工程学报,2007,27(4);8.
   WANG Haoxiong, WANG Bin. Study of randomized period modulation based on three-states Markov chain [J].
   Proceedings of the CSEE,2007,27(4);8.
- [11] Na S H, Jung Y G, Lim Y C. Reduction of audible switching noise in induction motor drives using random position space vector PWM [J]. IEE Proc Electr Power Appl, 2002, 149(3):195.
- [12] 马丰民,吴正国,李玉梅.随机零矢量分配 RPWM 的实现及其 功率谱分析[J].武汉理工大学学报,2007,31(2):239.
   MA Fengmin, WU Zhengguo, LI Yumei. Realization and power spectrum analysis of random zero-vector PWM[J]. Journal of Wuhan University of Technology,2007,31(2):239.
- [13] 马丰民,吴正国,侯新国.基于统一 PWM 调制器的随机空间矢量调制[J].中国电机工程学报,2007,27(7):98.
   MA Fengmin, WU Zhengguo, HOU Xinguo. Random space vector PWM based on the generalized modulator [J]. Proceedings of the CSEE,2007,27(7):98.
- [14] 王庆义,邓歆,刘洋,等. 一种零矢量-变延时随机 PWM 方法
  [J]. 电工技术学报,2009,24 (12):132.
  WANG Qingyi, DENG Xin, LIU Yang, et al. A method of zero vector and variable delay randomized PWM[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2009,24(12):132.
- [15] 王斌,李兴源,王颢雄,等.基于马尔可夫链的双随机 PWM 技术研究[J].电工技术学报,2005,20(6):16.
  WANG Bin,LI Xingyuan, WANG Haoxiong, et al. Study of the dual randomized modulation based on Markov chains [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2005, 20 (6):16.
- [16] 耿华,于艾,杨耕. SVPWM 逆变电源电流采样方法的比较[J].
   电力电子技术,2005,39(6):136.
   GENG Hua, YU Ai, YANG Geng. Comparison of methods for current sampling in SVPWM inverter[J]. Power Electronics, 2005,39(6):136.