

# 自重和索力偏差对混凝土斜拉桥施工受力状态的影响

胡方健, 李国平

(同济大学 桥梁工程系, 上海 200092)

**摘要:** 采用分段浇筑施工的混凝土斜拉桥的施工状态受到诸多不确定性因素的影响, 仅根据现有规范按照确定性方法来计算其承载力及使用性能是不安全的. 为了研究混凝土斜拉桥在施工阶段不确定性因素影响下的受力状态, 将混凝土自重和施工张拉索力作为变量, 采用拉丁超方抽样法对一座混凝土斜拉桥进行了分析. 分别研究了在上述两类变量单独和组合作用下桥梁的状态, 统计了在给定分布的变量作用下的截面边缘应力的分布规律, 分析了不同的索力张拉误差对桥梁应力状态的影响, 最后给出了指定截面边缘正应力施工阶段可靠度随索力张拉误差的变化规律. 分析得到: 自重偏差和索力张拉误差对结构施工状态有很大影响, 而且影响的部位不相同; 施工阶段应尽量降低索力张拉误差, 以减小应力的变异; 在前期设计时很有必要进行不确定性分析, 以了解结构可能出现的状况, 避免发生施工事故.

**关键词:** 混凝土斜拉桥; 随机有限元; 拉丁超方抽样; 施工偏差; 可靠度

**中图分类号:** U447

**文献标识码:** A

## Influences of Deviation of Gravity and Cable Tension Force on Construction State of Cable-stayed Concrete Bridges

HU Fangjian, LI Guoping

(Department of Bridge Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The construction state of cable-stayed concrete bridges (CCB) built by segmental cantilever casting are influenced by many uncertain effects in construction. It is unsafe to evaluate the ultimate bearing capacities and service by the determinated methods offered in the codes. In order to understand the states of CCB affected by uncertainty effects, a finite element model of CCB was researched by Latin hypercube sampling and the gravity and cable tension force (CTF) were taken as variables. The separate and combination

effects of deviations of gravity and CTF on CCB were researched. The statistical distributions of normal stresses of CCB were obtained. The influences of different deviations of CTF on CCB were analyzed. The varieties of normal stress reliability of a section in relation to deviations of CTF were given. A conclusion is drawn that deviations of gravity and CTF have great influences on construction state of CCB and their influencing locations are different. The deviation of CTF should be reduced in construction to decrease the variations of stresses. The indeterminate method needs to be adopted in design work, then the states which may appear in construction can be known and the structural failure can be avoided.

**Key words:** cable-stayed concrete bridge; random finite element; Latin hypercube sampling; construction deviation; reliability

当前大部分工程结构分析常用确定性的力学模型, 采用的参数都是标准值和对应的分项系数. 这些参数和分项系数是经过大量统计和可靠度分析得出的, 考虑了各种因素的随机性. 但该方法仍不能全面反映工程结构的实际受力状态, 可能过大或过小估计了结构的抗力或所受作用. 工程中包含大量的不确定性, 用确定性的分析模型不能合理地解决这些不确定性引起的问题, 而应当用处理不确定性的数学工具改进已有的确定性分析方法<sup>[1]</sup>. 钟金全<sup>[2]</sup>曾以施工期间的大量参数作为随机变量对一座预应力混凝土连续梁桥的可靠性及相关参数的灵敏度进行了分析. 李海波<sup>[3]</sup>、龙兵<sup>[4]</sup>、梅刚<sup>[5]</sup>、林道锦<sup>[6]</sup>、秦权<sup>[1]</sup>、梁鹏<sup>[7]</sup>、张元凯<sup>[8]</sup>、沙丽新<sup>[9]</sup>等人分别采用了随机抽样法对各种工程结构进行了分析, 这种方法能有效地分析具有大量不确定性的工程结构.

混凝土斜拉桥的施工过程较长, 其受力状态在施工中受到很多不确定性因素的影响, 例如: 材料自重、

收稿日期: 2010-11-29

基金项目: 教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20090072110045)

第一作者: 胡方健(1984—), 男, 博士生, 主要研究方向为混凝土桥梁耐久性. E-mail: 033735@tongji.edu.cn

通讯作者: 李国平(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为桥梁结构理论和混凝土桥梁性能. E-mail: lgptj@yahoo.cn

弹性模量、强度、控制点坐标、截面尺寸、张拉索力、施工荷载等. 这些影响因素都是随机变化的, 而且施工阶段肯定存在误差. 由不同影响因素变化引起的作用效应经过施工阶段的累积会变得千差万别, 甚至使得整个结构无法按照原计划建造出来, 即结构不具备强健性. 国内某大桥曾因为施工阶段出现问题而发生过重大事故<sup>[10]</sup>. 因此, 对结构进行不确定性分析非常有必要, 必须研究结构的性能在施工阶段存在的变异性. 随机有限元法能够克服确定性方法引起的误差, 很适合作为研究结构性能变化的方法.

梁鹏<sup>[7]</sup>、沙丽新<sup>[9]</sup>以自重和张拉索力为变量对苏通大桥进行了基于 Monte Carlo 抽样的有限元分析. 由于该桥主梁为钢结构, 钢材具有较高的强度且在施工过程中不会发生收缩徐变, 因此该桥在建成后的受力状态受到不确定性因素的影响并不十分重要, 根据该类桥梁所得的结论不能直接运用到混凝土斜拉桥上.

张元凯<sup>[8]</sup>以弹性模量、截面面积、抗弯惯性矩、自重和张拉索力为变量对曹娥江大桥(混凝土斜拉桥)进行了基于结构响应梯度的随机有限元分析. 该文献对施工误差作用下的位移、应力变异和参数灵敏度进行了研究, 但是没有对不同误差水平下各指标的变异性进行分析, 文中采用的随机有限元方法也有待改进.

为了更深入了解混凝土斜拉桥在不确定性因素影响下的状态, 本文编制了 FORTRAN 程序, 采用基于抽样的随机有限元方法对一座混凝土斜拉桥进行分析, 研究各种重要不确定性因素影响下的结构状态, 同时了解结构关键部位的内力、位移和应力的分布情况, 并计算对应的可靠度.

## 1 研究基础

### 1.1 抽样方法

在抽样计算中, 抽样次数是影响计算效率的主要因素. 假如采用直接 Monte Carlo 法, 至少需要抽样 1 000 次以上才能获得足够的精度<sup>[7]</sup>, 因此本文选取拉丁超方抽样法进行抽样计算. 该方法首先决定抽样次数  $N$ , 把  $[0, 1]$  区间分为  $N$  等分, 然后在每个子区间内分别进行独立的等概率抽样. 根据参考文献<sup>[1, 11-15]</sup>, 本文的步骤如下:

(1) 在  $[0, 1]$  区间生成  $N$  个随机数, 然后将其变化为  $N$  个子区间的随机数, 如

$$U_i = \frac{U}{N} + \frac{i-1}{N} \quad (1)$$

式中:  $i=1, 2, \dots, N$ ;  $U$  为  $[0, 1]$  区间内均匀分布的随机数;  $U_i$  为从属于第  $i$  个子区间的随机数.

(2) 对于每个  $U_i$ , 用该变量服从的分布函数之反函数计算出对应的分位数, 如

$$x_i = F^{-1}(U_i) \quad (2)$$

式中:  $x_i$  为  $U_i$  的对偶随机数, 实际上就是分位数;  $F^{-1}(\cdot)$  为分布函数的反函数.

(3) 根据给定的均值和标准差, 利用求得的随机分位数  $x_i$  即可求得对应的随机量值, 如

$$R_i = x_i \sigma + \mu \quad (3)$$

式中:  $R_i$  为某变量的随机量值;  $\mu$  和  $\sigma$  分别为某变量给定的均值和标准差.

(4) 当变量数超过 1 时, 需要解除随机分位数之间的相关性. 本文采用徐士良<sup>[16]</sup>书中的方法生成所有变量在  $[1, N]$  区间内均匀分布的随机整数序列, 形成变量的随机序号数组. 然后在每次抽样时按照序号数组读取随机分位数, 进而计算变量的随机量值.

### 1.2 程序设计

在原有桥梁结构分析程序的基础上, 编制了抽样计算程序, 程序流程如图 1 所示.

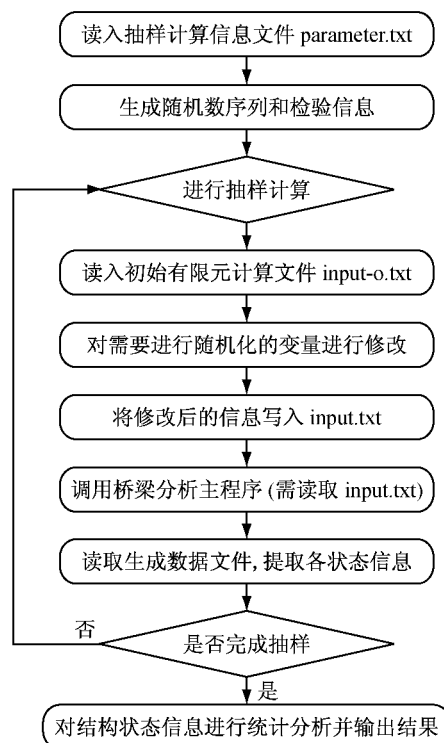


图 1 抽样计算程序结构示意图

Fig.1 Program structure of sampling calculation

## 2 混凝土斜拉桥计算模型

### 2.1 桥梁基本信息

采用的计算模型取自国内某斜拉桥,为半漂浮体系结构。该桥按照公路二级进行设计和计算,总体布置及部分关键截面如图2~3所示。桥梁混凝土强度等级为C60,普通钢筋采用热轧R235和

HRB335。拉索及主梁预应力钢筋的布置如图4~5所示。拉索的抗拉强度为1 670 MPa,拉索的规格为: $\varphi 7-91$ (T1~T4)、 $\varphi 7-109$ (T5~T8)、 $\varphi 7-127$ (T9~T13)。预应力钢筋的抗拉强度为1 860 MPa,张拉控制应力为1 395 MPa,预应力钢筋的规格为:9- $\varphi^{s} 12.9$ (N1'、N2'、N4')、17- $\varphi^{s} 12.9$ (N1~N6、N9、N3'、N5'、N6'、N9')、19- $\varphi^{s} 15.2$ (N7、N8、N7'、N8'、N8'')。

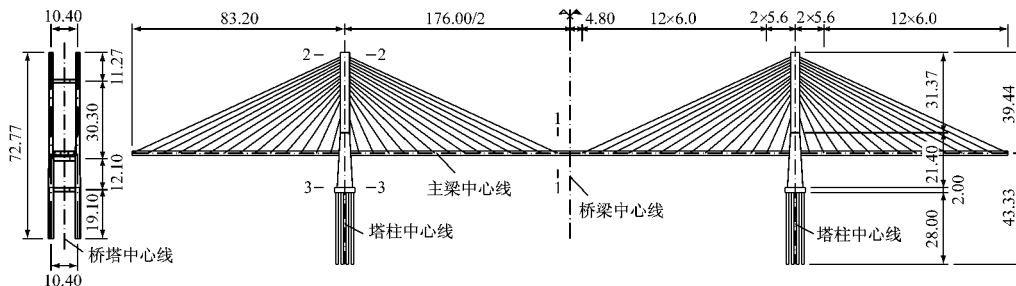


图2 算例总体布置示意(单位:m)

Fig.2 Layout of bridge model (unit: m)

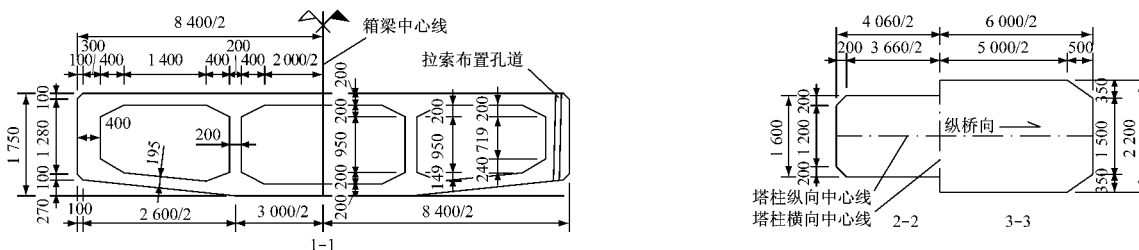


图3 关键截面示意(单位:mm)

Fig.3 Key sections of bridge (unit: mm)

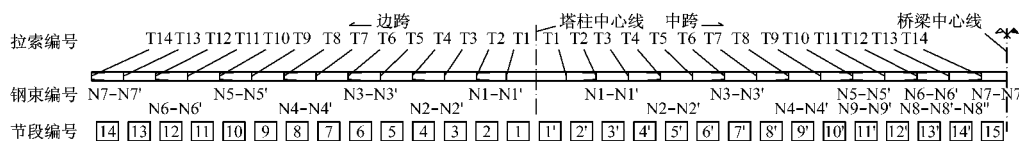


图4 预应力和拉索纵向布置示意

Fig.4 Longitudinal layout of prestressing tendons and cables

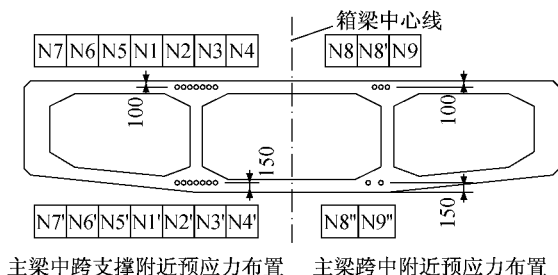


图5 关键截面预应力管道布置示意

Fig.5 Transverse layout of prestressing tendons of key sections

### 2.2 桥梁施工过程

该桥采用悬臂浇筑施工法,每个节段长6 m,重

量约820 kN,挂篮重量取为400 kN。在每个节段浇筑前需要移动挂篮,在浇筑之后张拉拉索,每两个节段施工完毕后张拉一次预应力筋并锚固灌浆。边跨合拢时须进行体系转换。在中跨合拢前须对边跨压重,合拢后张拉相关预应力筋并锚固灌浆。然后拆除挂篮,调整索力,最后铺装桥面。本文的计算考虑了十年徐变、收缩效应(分9个子阶段进行),计算时间共计4 116 d。在施工过程中,不考虑人为控制因素,例如张拉索力修正等,所得位移均为绝对位移量。

### 2.3 有限元模型

本论文按照线弹性、小变形假设的有限元模型进行计算,同时考虑混凝土材料的收缩、徐变效应。

由于拉索长度较短(最大长度约 91.5 m),桥梁跨度不超过 200 m,所得结果不至于与精确解有太大偏差。

根据陈铁冰<sup>[17]</sup>、颜东煌<sup>[18]</sup>、苏成<sup>[19]</sup>等人的研究,材料自重和施工阶段张拉索力会对混凝土斜拉桥产生较大影响,因此本文考虑这两个因素的变异对结构状态的影响。为了真实地模拟自重的随机性对结构状态的影响,将所有混凝土单元都分别定义成独立的材料,每个单元的自重在本次抽样计算中都不相同。塔柱和主梁划分的单元数为 158,对应的混凝土材料共计 158 种,变量数为 158。按照上述思路,将施工阶段张拉索力也分别定义成独立变化的量值,由于每根拉索需要进行二次张拉,因此对应的变量数为拉索总量乘以 2,共计 112。两种类型的变量数共计 270。

### 3 计算结果

根据文献[7—9]中的研究,材料自重的分布拟确定为正态分布,变异系数取为 0.05;施工阶段张拉索力的分布拟确定为正态分布,变异系数最大取为 0.05。为了确定合理的抽样数,首先进行了试算,然后将所得结果进行比较。试算次数分别为 500 和 2 500,试算工况为考虑施工阶段张拉索力变异 5%,比较后发现该工况在这两种抽样次数下所得的结果差别不大(均值的差异为 0.01%,标准差的差异为 1.30%)。因此,抽样次数初步定为 500,若有特殊要求,再重新确定抽样次数。本文所指的偏差均为某量值相对于其均值的偏差。

本文仅考虑施工阶段不确定性因素的影响,仅对成桥十年后的状态(包含十年徐变、收缩计算)和施工阶段应力包络的结果进行分析比较。

根据研究需求确定计算下列工况,如图 6 所示。考虑自重变异 5%,在图 6 中表示为“G-5%”;考虑张拉索力变异 1%、3% 和 5%,图中表示为“T-1%”、“T-3%”和“T-5%”;考虑自重变异 5%+张拉索力变异 5%,图 6 表示为“G-T-5%”。限于篇幅,本文未分别列出各工况的计算结果。经过分析发现,各工况各量值的均值基本一致,因此在成桥阶段的比较中,仅给出标准差的结果,而施工阶段包络的比较中则给出最大、最小值的结果(“S”代表不发生任何变异的工况)。

#### 3.1 考虑自重偏差和张拉索力偏差的比较

图 6 给出了在成桥十年后的索力变异系数,横

轴为主梁单元编号,略去。从该图可以看出,在自重变异 5%的作用下,索力变异系数的变化并不大,只是在梁塔支撑附近有明显变化。在索力变异 5%的作用下,大部分变异系数均在 5%左右,而在梁塔支撑附近却有很大变化。这是由于该区域存在支撑作用且拉索长度较短,较大的刚度使索力对各种偏差作用非常敏感。

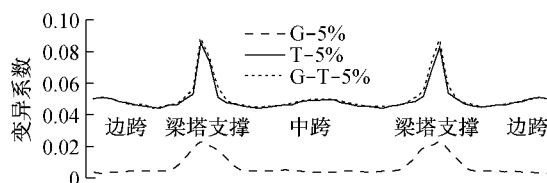


图 6 索力变异系数比较

Fig.6 Variation coefficients of cable axial forces

图 7 给出了在成桥十年后的主梁截面上、下缘应力标准差。由于主梁应力可能出现数值为零的情况,而对应的标准差不为零,这使得对应的变异系数波动过大,因此文中仅研究主梁应力的标准差。

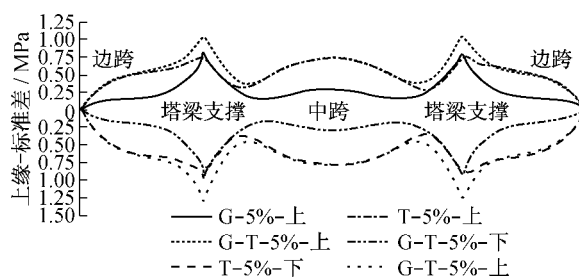


图 7 主梁正应力标准差比较

Fig.7 Standard deviations of normal stresses of beam

从图 7 可以看出,在自重变异 5%的情况下,主梁应力标准差在边跨外侧先缓慢增加,在靠近梁塔支撑处时迅速增大,并在梁塔支撑处达到极大值;在梁塔支撑处到跨中区域,主梁应力标准差迅速减小,然后逐渐趋于平滑,在跨中附近缓慢增加。在张拉索力变异 5%的情况下,主梁应力标准差从边跨支点到梁塔支撑处迅速增大,并在梁塔支撑处达到最大;从梁塔支撑处到跨中时,主梁应力标准差先迅速减小,然后再增大,最后与梁塔支撑处的标准差相当。在以上两种因素综合作用时,主梁应力标准差并不是这两者对应标准差的简单叠加。但它的变化趋势与索力变异 5%的结果类似,只是在梁塔支撑附近区域稍微偏大。这两种不确定性因素对主梁的影响明显不同,索力偏差在主梁边跨和中跨跨中的影响量非常大,而在梁塔支撑处的影响量则与自重偏差相差不多。由于抽样计算的随机性,主梁应力标准差并不沿

中跨跨中形成严格对称的图形.将图7中上、下缘应力图形进行对比发现,上缘应力标准差从总体上来说要比下缘的结果稍小,这可以从两幅图的极大值看出.这是由于主梁截面的中性轴靠近上缘,上、下偏心距不同而导致的差异.

图8给出了施工阶段主梁上、下缘应力的包络图形.从图8中可见,在无任何偏差作用下的应力包络值总是处于图形的最内侧,而其他考虑偏差作用的曲线总是分布在该曲线的外侧.自重变异5%的结果比索力变异5%的结果整体偏小.在上、下缘应力包络图中,各条最大值曲线间的差距并不大,而最小值曲线间的差距较大.自重偏差与索力偏差共同作用时,所得应力最小值不一定是最不利值,这可能与变量的随机抽样值有关.

从图8中可以看出,主梁在梁塔支撑附近区域承受较大的压应力,而该区域上缘应力的最小值相对于标准值的偏差达8 MPa左右(G-T-5%-MIN曲线与S-MIN曲线),下缘应力的最小值相对于标准值的偏差达10 MPa左右(T-5%-MIN曲线与S-MIN曲线),若施工误差较大时则该部位混凝土会有被压溃的危险.由此可知,施工中各种偏差对桥梁应力状态的影响是非常大的,若施工误差控制不足,极有可能引发工程事故.

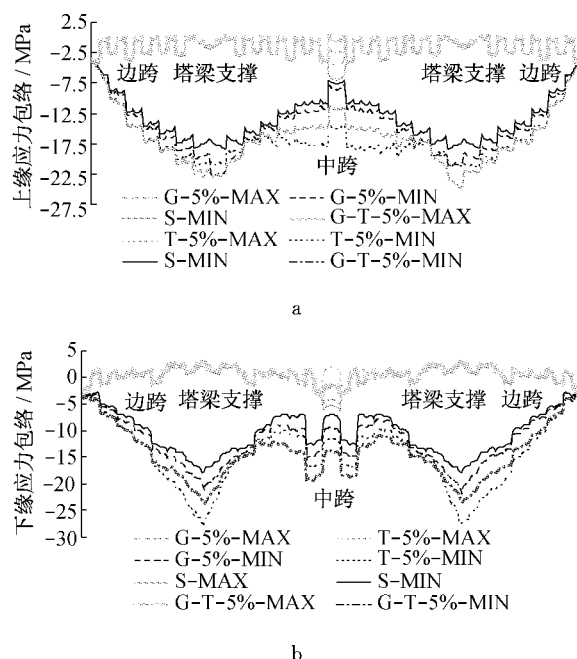


图8 施工阶段主梁上、下缘应力包络比较

Fig.8 Normal stress envelopes of beam in construction

### 3.2 考虑不同张拉索力偏差的比较

表1给出了在索力偏差分别为1%,3%,5%作用下的主梁弯矩、竖向位移和上、下缘应力标准差.从表1可以看出,随着索力偏差的增大,弯矩、竖向位移和上、下缘应力标准差也逐渐成比例增大.表中各项的变化趋势体现出一定的线性关系.

表1 不同索力偏差作用下的主梁弯矩、竖向位移和上、下缘应力标准差

Tab.1 Standard deviations of moments, displacements and normal stresses of beam in different deviations of cable tension forces

位置	弯矩标准差/kN·m			位移标准差/m			上缘应力标准差/MPa			下缘应力/MPa		
	T-1%	T-3%	T-5%	T-1%	T-3%	T-5%	T-1%	T-3%	T-5%	T-1%	T-3%	T-5%
边跨跨中	303.7	910.8	1 518.2	0.006	0.018	0.029	0.11	0.32	0.53	0.13	0.39	0.65
梁塔支撑附近	420.9	1 262.9	2 103.6	0.002	0.005	0.008	0.14	0.43	0.72	0.17	0.51	0.84
中跨四分点	179.2	537.9	897.2	0.011	0.033	0.055	0.06	0.19	0.32	0.07	0.22	0.37
中跨跨中	399.5	1 196.3	1 996.4	0.026	0.078	0.130	0.15	0.45	0.75	0.16	0.46	0.78

从表1可见,控制斜拉桥成桥应力状态的决定性因素是索力,因此在混凝土斜拉桥的施工过程中必须严格控制索力张拉的偏差.

根据统计学中的“ $3\sigma$ ”原则,随机值之间的最大差异可能达到6倍标准差以上,这对于敏感性很强的混凝土应力来说是极其致命的.如果无法从技术上解决张拉索力偏差过大(变异3%以上)的问题,在混凝土斜拉桥设计时就必须使混凝土截面的边缘应力具备很大的富余量.这对于出现压应力的部位,必须注意压应力超标的危险,因为这将直接导致混凝土的压溃;而对于出现拉应力的部位,拉应力过大会使混凝土开裂,从而降低结构的设计标准.

假如要使混凝土斜拉桥的边缘应力具备很大富余量,势必增加截面尺寸和预应力筋配置量,从而将提高造价及施工的复杂性.在施工阶段,预应力相关参数实际上也是随机变量,若将这些因素考虑到计算中,所得结果是难以预测的.这已超出了本文研究的范围,暂不讨论.

## 4 统计分析

### 4.1 各项指标的频数及分布

分别对主梁的应力进行统计分析,了解其分布状况.由于这些量值的分布状态是未知的,因此暂定

其服从正态分布,在将其与正态分布进行比较后再做出判定.为了使统计数据更可靠,对结构重新进行了计算,抽样次数改为 3 500 次.计算所得的样本采用专业统计软件 SPSS Statistics 进行分析,并将其主要信息列于表 2 中,同时在图 9 中给出了左侧边

跨跨中的应力分布直方图,图中的黑线为正态分布曲线.表 2 中采用偏度系数  $S$  和峰度系数  $K$  来表示各统计项目与正态分布的相关性,还给出了对应的标准误  $D_s$ 、 $D_k$ .

偏度系数是用来度量某个分布是否对称.偏度

表 2 主梁关键部位应力的统计参数

Tab.2 Statistical parameters of key parts of beam

位置(方向)	$S$	$D_s$	$ S/D_s $	$K$	$D_k$	$ K/D_k $
左侧边跨跨中-上缘	-0.033	0.041	0.805	-0.047	0.083	0.566
左侧边跨跨中-下缘	0.035	0.041	0.854	-0.017	0.083	0.205
梁塔支撑附近-上缘	-0.083	0.041	2.024	0.732	0.083	8.819
梁塔支撑附近-下缘	0.08	0.041	1.951	0.722	0.083	8.699
中跨左侧四分点-上缘	-0.013	0.041	0.317	-0.029	0.083	0.349
中跨左侧四分点-下缘	0.024	0.041	0.585	-0.015	0.083	0.181
中跨跨中-上缘	0.051	0.041	1.244	0.237	0.083	2.855
中跨跨中-下缘	-0.068	0.041	1.659	0.296	0.083	3.566

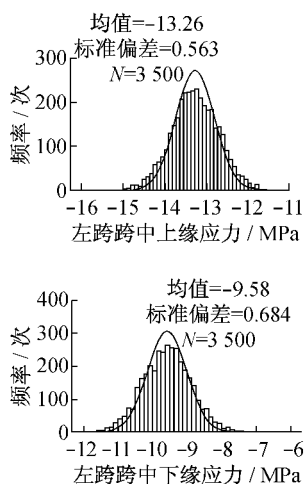


图 9 左侧边跨跨中弯矩、位移和应力的频率分布

Fig.9 Frequency distributions of moment, displacement and normal stresses in the middle of left span

系数为正值时,分布图形在右侧具有较长的尾部,而负值则反之.正态分布左右是对称的,偏度系数为 0.从表 2 可以看出,各统计量的偏度系数,正负数值都有出现,且绝对值都很小,这表明各项目统计中心基本位于中位数附近,只有个别统计项目的  $|S/D_s| > 2.0$ ,可认为这些项目服从偏态分布,但是偏离不明显.

峰度系数用来度量数据在中心聚集程度.峰度系数为正值说明观察量相对集中,尾部比正态分布长,而负值则反之.在正态分布情况下,峰度系数值是 0.在表 2 所列的峰度系数中,正负数值都有出现,但其绝对值在总体上要比偏度系数要大得多.一半数量的  $|K/D_k| > 2.0$ ,表明这些项目的观察量出现明显的分散,可认为这些项目已经明显不服从正态

分布.

## 4.2 施工阶段混凝土截面受力的可靠度分析

针对不同的索力变异(1%、2%、3%、4%、5%)作用下的可靠度进行了分析,每次计算各采用 500 次抽样.选取了梁塔支撑附近截面的下缘正应力进行分析,其判别标准为:最大压应力不超过  $0.80f'_{ck}$ ,最大拉应力不超过  $f'_{tk}$ .假定施工阶段混凝土强度达到设计强度的 70%,根据《公路钢筋混凝土预应力混凝土桥涵设计规范》(JTJ D62-2004),对应压、拉强度分别为 26.95 MPa 和 2.00 MPa.该应力在施工阶段的可靠度计算结果见图 10.由此可见,随着索力偏差的增加,该应力的可靠度逐渐下降,但并未体现出良好的线性关系.500 次抽样对应可靠度精度为 0.2%,这对于一般结构的分析来说已经足够,但对于重要结构来说还远远不够.本文仅说明了索力偏差对结构可靠度的影响,若需要获得更高的精度,则需要增加抽样次数.

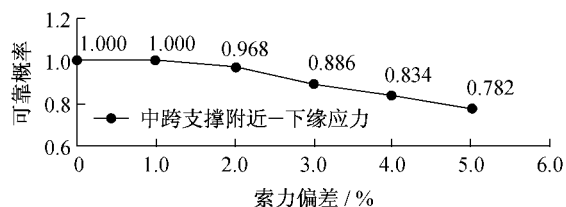


图 10 梁塔支撑附近截面下缘应力可靠度

Fig.10 Bottom normal stress reliability of beam section nearby tower in relation to cable tension force

## 5 结论

(1) 自重偏差和索力张拉偏差对混凝土斜拉桥主梁应力的影响是不同的.前者仅在局部区域有较

大影响,而后者对各部位的影响都较大.当两者同时作用在结构上时,结构的响应并不是两者独立作用的简单叠加,而是有一定的中和作用,这与变量的随机抽样值有关.

(2) 索力张拉偏差的变化对桥梁各部位的弯矩、位移和应力有近似线性的影响.索力张拉偏差的控制对主梁受力安全性有着重要的意义,很有必要研究精度更高的索力张拉和检测方法.

(3) 在自重和索力张拉值同时为正态分布的情形下,混凝土斜拉桥在成桥十年后的关键截面的应力呈现出略微偏态,且某些观察量较分散,已不服从正态分布.

(4) 索力张拉偏差的增大使得混凝土斜拉桥截面应力的可靠度降低,但是这两者未体现出良好的线性关系.

#### 参考文献:

- [1] 秦权,林道锦,梅刚. 结构可靠度随机有限元:理论及工程应用[M]. 北京:清华大学出版社,2006.  
QIN Quan, LIN Daojin, MEI Gang. Reliability stochastic finite element methods: theory and applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
- [2] 钟金全. 预应力混凝土连续梁桥结构可靠性初步分析[D]. 上海:同济大学桥梁工程系,2002.  
ZHONG Jinquan. The reliability analysis of prestressed concrete continuous bridge[D]. Shanghai: Tongji University. Department of Bridge Engineering, 2002.
- [3] 李海波,韦杨,安伟光. 具有多随机变量的超静定桁架结构系统的可靠性分析[J]. 哈尔滨工程大学学报,2001,22(6): 88.  
LI Haibo, WEI Yang, AN Weiguang. Reliability analysis of indeterminate-static truss structural system with several random variables [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2001, 22(6): 88.
- [4] 龙兵,安伟光,蔡阴林. 基于随机有限元船舶空间结构系统可靠性分析[J]. 哈尔滨工程大学学报. 2002, 23(3): 8.  
LONG Bing, AN Weiguang, CAI Yinling. Reliability analysis for ship spatial structure based on SFEM[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2002, 23(3): 8.
- [5] 梅刚,林道锦,秦权. 现状车载下旧桥承载力评定和可靠度有限元分析[J]. 中国铁道科学,2004,25(6): 71.  
MEI Gang, LIN Daojin, QIN Quan. Assessment of the bearing capacity and the finite element analysis of the reliability for the existing bridges under current vehicle loads[J]. China Railway Science, 2004, 25(6): 71.
- [6] 林道锦,秦权. 一座现有拱桥面内失稳的可靠度随机有限元分析[J]. 工程力学,2005,22(6): 122.  
LIN Daojin, QIN Quan. Reliability stochastic finite element analysis of in-plane buckling of an existing arch bridge[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(6): 122.
- [7] 梁鹏. 超大跨度斜拉桥几何非线性及随机模拟分析[D]. 上海:同济大学桥梁工程系,2004.  
LIANG Peng. Geometric nonlinear and random simulation of super long span cable-stayed bridges[D]. Shanghai: Tongji University. Department of Bridge Engineering, 2004.
- [8] 张元凯. 斜拉桥施工过程分析方法及误差影响分析研究[D]. 上海:同济大学桥梁工程系,2005.  
ZHANG Yuankai. Construction analysis method and error effect on cable-stayed bridges [D]. Shanghai: Tongji University. Department of Bridge Engineering, 2005.
- [9] 沙丽新. 大跨径斜拉桥施工控制鲁棒性[D]. 上海:同济大学桥梁工程系,2005.  
SHA Lixin. The robustness of construction control of long span cable-stayed bridges [D]. Shanghai: Tongji University. Department of Bridge Engineering, 2005.
- [10] 秦顺全,刘孝军,杨光武. 宁波招宝山大桥主梁局部拆除设计及施工控制[J]. 桥梁建设,2001(3): 8.  
QIN Shunquan, LIU Xiaojun, YANG Guangwu. Design and construction control for the partial dismantlement of the main girder of Zhaobaoshan Bridge in Ningbo [J]. Bridge Construction, 2001(3): 8.
- [11] 吴振君,王水林,葛修润. LHS方法在边坡可靠度分析中的应用[J]. 岩土力学,2010,31(4): 1047.  
WU Zhenjun, WANG Shuilin, GE Xiurun. Application of Latin hypercube sampling technique to slope reliability analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(4): 1047.
- [12] 张璐璐,邓汉忠,张利民. 考虑渗流参数相关性的边坡可靠度研究[J]. 深圳大学学报理工版,2010,27(1):114.  
ZHANG Lulu, DENG Hanzhang, ZHENG Limin. Reliability analysis of slope stability considering correlations among soil hydraulic parameters [J]. Journal of Shenzhen University: Science & Engineering, 2010, 27(1): 114.
- [13] DING Keqin, ZHOU Zegong, LIU Chuntu. Latin hypercube sampling used in the calculation of the fracture probability[J]. Reliability Engineering and System Safety, 1998, 59(2): 239.
- [14] Olsson A, Sandberg G, Dahlblom O. On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis [J]. Structural Safety, 2003, 25(1): 47.
- [15] Helton J C, Davis F J. Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2003, 81(1): 23.
- [16] 徐士良. FORTRAN常用算法程序集[M]. (第二版)北京:清华大学出版社,1995.  
XU Shiliang. Frequency-used algorithms of Fortran Program [M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 1995.
- [17] 陈铁冰. 斜拉桥几何、材料非线性静力分析及其可靠度评估[D]. 上海:同济大学桥梁工程系,2000.  
CHEN Tiebing. Geometric and material nonlinear static analysis and reliability evaluation of cable-stayed bridge[D]. Shanghai: Tongji University. Department of Bridge Engineering, 2000.
- [18] 颜东煌. 斜拉桥合理设计状态确定与施工控制[D]. 长沙:湖南大学土木工程学院,2001.  
YAN Donghuang. Determining of reasonable design states and construction controlling of cable-stayed bridges[D]. Changsha: Hunan University. College of Civil Engineering, 2001.
- [19] 苏成,范学明. 考虑材料与荷载变异时崖门大桥施工阶段随机分析[J]. 桥梁建设,2003(1):62.  
SU Cheng, FAN Xueming. Stochastic analysis of Yamen Bridge at erection stage in consideration of variant material and loading parameters[J]. Bridge Construction, 2003(1): 62.