

# 考虑非 Darcy 渗流和自重应力的一维固结分析

纠永志<sup>1,2</sup>, 刘忠玉<sup>3</sup>, 乐金朝<sup>4</sup>, 孙丽云<sup>4</sup>

(1. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092;  
3. 郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001; 4. 郑州大学 水利与环境学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 基于饱和黏土中渗流的非 Darcy 特性和变形的非线性, 考虑土体埋深和自重应力的影响, 修正了 Terzaghi 1 维固结方程。为简化计算, 建立了以有效应力为求解对象的非线性控制方程, 并采用有限差分法建立隐式差分格式对方程进行求解。探讨了综合考虑土体渗流非 Darcy 特性、埋深、自重应力和变形非线性时的固结特性。计算结果表明: 考虑土体自重应力时的孔压消散速率和地基沉降速率都要大于不考虑土体自重时的情况; 综合考虑土体自重、非 Darcy 渗流特性和变形非线性的孔压消散速率和地基沉降速率都可能出现前期快于 Terzaghi 固结理论解而后期相反的情况。

**关键词:** 土力学; 饱和黏土; 非线性固结; 非达西渗流; 有限差分法; 固结度; 初始有效应力

**中图分类号:** TU443

**文献标识码:** A

## One-dimensional Consolidation with a Consideration of Non-Darcy Flow and Self-gravity Stress

JIU Yongzhi<sup>1,2</sup>, LIU Zhongyu<sup>3</sup>, YUE Jinchao<sup>4</sup>, SUN Liyun<sup>4</sup>

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 4. School of Water Conservancy and Environment, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Based on the non-linear deformation of saturated clay and the non-Darcy flow in the soil, Terzaghi's one-dimensional consolidation equation was modified and generalized by taking into account of the effects of the buried depth and self-gravity stress of soil layer. The effective stress was set as the dependent variable of the presented nonlinear consolidation equation, and a numerical analysis was made with the finite difference method. The effects of the

parameters of the non-Darcy flow, the compressibility index of the soil, the buried depth and the self-gravity stress of soil layer on the consolidation process were investigated respectively. The numerical results indicated that both of the pore pressure dissipation rate and the settlement rate with a consideration of the self-weight stress of soil layer are greater than those without consideration. In addition, they are likely greater than the theoretical values of Terzaghi's theory in the early period of consolidation while possibly less in the following period when all the parameters are taken into account.

**Key words:** soil mechanics; saturated clay; non-linear consolidation; non-Darcy flow; finite difference method; degree of consolidation; initial effective stress

饱和软黏土非线性 1 维固结理论的研究始于上世纪 60 年代。Davis 和 Raymond 等<sup>[1-2]</sup>分别求得了特定情况下的 1 维非线性问题的解析解。而对于一般情况通常难以得到解析解, 因此 Chen 和 Zhou 等<sup>[3-4]</sup>分别采用有限差分或有限体积法等对土体 1 维非线性固结理论进行了求解。不过这些理论都建立在假定地基中的初始有效应力为恒值(即初始有效应力沿土体深度是不变的)的基础上的, 但是现实土体中存在的是沿深度变化的自重应力。Gibson 等<sup>[5]</sup>的研究表明, 当土层较厚时, 固结土体的自重应力将会对其固结过程产生很大的影响, 且考虑自重应力所得出的土体的固结速率快于 Terzaghi 理论值。在计算地基最终沉降量时, 已有一些方法体现了自重应力水平的影响, 比如, 丁洲祥等<sup>[6]</sup>在修正割线模量法时就引入了修正系数  $\alpha$ , 并指出该系数有随埋深增加而逐渐减小的规律。所以有必要把土体自重应力沿土体深度的实际分布的因素引入到非线性固

收稿日期: 2011-02-28

基金项目: 河南省教育厅自然科学研究计划(2010B560015); 河南高速公路发展有限责任公司科技项目(2007GF009)

第一作者: 纠永志(1982—), 男, 博士生, 主要研究方向为岩土工程。E-mail: jyz0912@163.com

通讯作者: 刘忠玉(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为岩土力学。E-mail: zhyliu@zzu.edu.cn

结理论的研究工作中. 因此, 窦宜等<sup>[7]</sup>用多种土体进行了室内离心试验, 文献[8-9]用数值方法在考虑土体自重应力的基础上对特定情况进行了求解. 但是上述对 Terzaghi 1 维固结理论的改进都是基于饱和黏土中渗流符合 Darcy 定律的假定之上的.

在孔隙水渗流方面, Darcy 定律因其简洁而被广泛用于多种饱和土, 但其对渗透性较低的致密黏土以及某些软土的有效性却一直受到质疑. Gibson 等<sup>[10]</sup>指出 Darcy 定律是有限适用的, 土体的渗透与土骨架形状的改变以及超静孔隙水压力减少的梯度有关. 另外, 文献[11-13]在渗透试验中都发现了相关黏土中的渗流都不同程度地存在着对 Darcy 定律偏离的现象, 并分别提出了不同形式的非 Darcy 渗流数学拟合式. 其中, 应用较广的当属 Hansbo<sup>[14]</sup>公式

$$q = \begin{cases} ki^m, & i \leq i_1 \\ K(i - i_0), & i > i_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $q$  为渗透速度;  $m$  为由实验确定的常数;  $k, K$  分别为指数形式和线性关系表达式中的渗透系数;  $i$  为水力梯度;  $i_1$  为直线渗流起始水力梯度;  $i_0$  为直线渗流计算起始水力梯度.

曲线在  $i = i_1$  处是连续的, 因此  $i_0, k$  满足下式:

$$\left. \begin{aligned} i_0 &= i_1(m-1)/m \\ k &= K/(mi_1^{m-1}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(2)中, 如令  $m = 1$ , 则  $i_0 = 0, k = K$ , 式(1)可退化为 Darcy 定律的表达形式. 如忽略式(1)中的曲线段, 该式中的  $i_0$  可视为渗流起始水力梯度<sup>[15]</sup>. 刘忠玉等<sup>[16-17]</sup>基于忽略式(1)曲线段的直线型非 Darcy 渗流对 Terzaghi 1 维固结理论进行了修正, 强调了起始水力梯度的影响. 谢海澜、刘忠玉、鄂建等<sup>[18-21]</sup>采用指数-直线型非 Darcy 渗流模型式(1)对 Terzaghi 1 维固结方程进行了修正, 并分别采用了半解析法、有限体积法和有限差分法对相关固结方程进行了求解. 这些研究虽然都不同程度地考虑了渗流的非 Darcy 特性, 但没考虑固结过程中土体压缩变形的非线性和土体初始有效应力的实际分布.

本文拟把式(1)所示的 Hansbo<sup>[14]</sup>非 Darcy 渗流模型引入到考虑土体自重应力的 1 维非线性固结理论中, 进一步探讨土体自重应力和土体渗流非 Darcy 特性对正常固结饱和和软黏土非线性固结的影响.

## 1 问题的描述

本文的分析模型如图 1 所示, 均质正常固结饱

和黏土层的厚度为  $H$ , 顶面为透水面, 底面为不透水面, 假定顶面瞬时加载且该土层在自重应力作用下已经完成固结. 对于正常固结饱和黏土其初始有效应力可取其自重应力  $\sigma'_{cz}$ . 采用文献[18-20]相似的推导过程可得

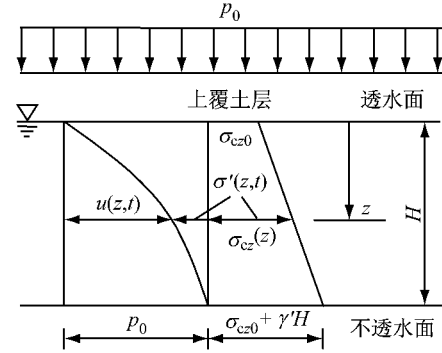


图 1 分析模型

Fig.1 Schematic diagram of analytical model

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{K}{m\gamma_w i_1^{m-1}} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^m \right] &= \frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t}, & 0 < i < i_1 \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{K}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= \frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t}, & i > i_1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由  $e - \lg \sigma'$  和  $e - \lg K$  的经验关系式<sup>[1-2,8-9]</sup>可得

$$K = K_0 (\sigma'_0 / \sigma')^{c_k / c_k} \quad (4)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -c_c \frac{1}{\sigma' \ln 10} \frac{\partial \sigma'}{\partial t} \quad (5)$$

式(3)~(5)中:  $u = u(z, t)$  为  $t$  时刻距黏土层顶面深度  $z$  处的孔压;  $\gamma_w$  为水的重度;  $e_0$  和  $K_0$  分别与某一应力状态  $\sigma'_0$  相对应的孔隙比和渗透系数;  $e$  和  $K$  分别为与某时刻土层任意深度  $z$  处的有效应力  $\sigma'(z, t)$  相应的孔隙比和渗透系数;  $c_c$  为压缩指数;  $c_k$  为渗透指数.

在瞬时均布荷载  $p_0$  的作用下深度  $z$  处总应力为

$$\sigma = \sigma' + u = \sigma'_{cz} + p_0 = \sigma'_{cz0} + \gamma'z + p_0 \quad (6)$$

式中:  $\sigma'_{cz0}$  为压缩土层顶面的初始有效应力, 其大小反映了土体的埋深;  $\gamma'$  为土的有效重度.

由式(6)可得

$$\sigma' = \sigma'_{cz0} + \gamma'z + p_0 - u \quad (7)$$

通过对式(7)两边关于  $z$  求偏导可得

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \gamma' - \frac{\partial \sigma'}{\partial z} \quad (8)$$

将式(4)、(5)和(8)代入式(3)可得控制方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{m\gamma_w i_1^{m-1}} K_0 \left( \frac{\sigma'_0}{\sigma'} \right)^{c_c/c_k} \left( \gamma' - \frac{\partial \sigma'}{\partial z} \right)^m \right] = \\ - \frac{c_c}{(1+e_0)\sigma' \ln 10} \frac{\partial \sigma'}{\partial t}, \quad 0 < i < i_1 \\ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\gamma_w} K_0 \left( \frac{\sigma'_0}{\sigma'} \right)^{c_c/c_k} \left( \gamma' - \frac{\partial \sigma'}{\partial z} \right) \right] = \\ - \frac{c_c}{(1+e_0)\sigma' \ln 10} \frac{\partial \sigma'}{\partial t}, \quad i > i_1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其初始条件和边界条件分别为

$$\sigma'(z, 0) = \sigma'_{\text{ce0}} + \gamma'z, \quad 0 \leq z \leq H$$

$$\sigma'(0, t) = \sigma'_{\text{ce0}} + p_0, \quad t > 0$$

$$\left. \frac{\partial \sigma'}{\partial z} \right|_{z=H} = \gamma', \quad t > 0$$

将式(9)量纲一化可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{mI_1^{m-1}} \frac{\partial}{\partial Z} \left[ F^{-c} \left( P - \frac{\partial F}{\partial Z} \right)^m \right] = \\ - \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial T}, \quad 0 < I < I_1 \\ \frac{\partial}{\partial Z} \left[ F^{-c} \left( P - \frac{\partial F}{\partial Z} \right) \right] = \\ - \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial T}, \quad I > I_1 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中:  $Z = z/H$ ,  $F = \sigma'/\sigma'_0$ ,  $c = c_c/c_k$ ,  $I_1 = i_1 \gamma_w H / \sigma'_0$ ,  $I = i \gamma_w H / \sigma'_0$ ,  $P = H \gamma' / \sigma'_0$ ,  $T = \frac{K_0(1+e_0)(\sigma'_0) \ln 10}{c_c \gamma_w H^2} t$ .

这里,  $P \neq 0$  意味着考虑土体的自重,  $P = 0$  即不考虑自重. 同时,  $I$  可改写为

$$I = \frac{\partial U}{\partial Z} = P - \frac{\partial F}{\partial Z}$$

相应的初始条件和边界条件为

$$F(Z, 0) = d + PZ, \quad 0 \leq Z \leq 1$$

$$F(0, t) = d + Q, \quad T > 0$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial Z} \right|_{Z=1} = P, \quad T > 0 (\text{底面不透水})$$

式中:  $d = \sigma'_{\text{ce0}} / \sigma'_0$ , 可反映土体的埋深;  $Q = p_0 / \sigma'_0$  为量纲一化后的土体顶面荷载.

$$F_n^{(j+1)} = (F_n^{(j)} + F_{n-1}^{(j)}) 10^{\left[ (F_{n-1}^{(j+1)})^{-c} \left( P - \frac{F_n^{(j+1)} - F_{n-2}^{(j+1)}}{2\Delta Z} \right)^m + (F_{n-1}^{(j)})^{-c} \left( P - \frac{F_n^{(j)} - F_{n-2}^{(j)}}{2\Delta Z} \right)^m \right] \frac{\Delta T}{2m\Delta Z I_1^{m-1} \ln 10}} - F_{n-1}^{(j+1)} \quad (15)$$

这样, 式(12), (13)~(15)构成封闭方程组, 通过迭代求解便可得  $j+1$  时刻任一深度处的有效应力  $F_i^{(j+1)}$ . 需要注意的是, 由于  $\psi_{i+1/2}^{(j)}$  和  $\psi_{i-1/2}^{(j+1)}$  中含有  $F_i^{(j+1)}$ , 因此迭代格式(12)为隐式格式, 可从透水边界开始逐步向不透水边界移动迭代求解.

当量纲一化后的有效应力  $F$  求出后, 由式(7)可得量纲一化的超孔隙水压

$$U_i^{(j)} = d + P\Delta Zi + Q - F_i^{(j)}$$

## 2 方程的有限差分求解

令

$$\psi = \begin{cases} \frac{1}{mI_1^{m-1}} F^{-c} \left( P - \frac{\partial F}{\partial Z} \right)^{m-1}, & 0 < I < I_1 \\ F^{-c}, & I > I_1 \end{cases}$$

则方程(10)变为

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left[ \psi \left( P - \frac{\partial F}{\partial Z} \right) \right] = - \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial T} \quad (11)$$

目前方程(11)尚无法求得解析解, 因此本文用有限差分法来对此固结方程进行求解. 即以  $\Delta Z$  从上到下将土层离散为  $n$  个薄层, 同时以步长  $\Delta T$  对时间进行离散, 这样方程(11)离散为

$$F_i^{(j+1)} = F_i^{(j)} - \lambda F_i^{(j)} \{ \psi_{i+1/2}^{(j)} [P\Delta Z - (F_{i+1}^{(j)} - F_i^{(j)})] - \psi_{i-1/2}^{(j+1)} [P\Delta Z - (F_i^{(j)} - F_{i-1}^{(j)})] \} \quad (12)$$

式中:  $\lambda = \Delta T / \Delta Z^2$ ;  $i$  为空间节点数,  $i = 1, 2, \dots, n-1$ ;  $j$  为时间节点数,  $j = 0, 1, 2, \dots$ . 当  $1 \leq i \leq n-1$  时

$$\psi_{i+1/2}^{(j)} = \begin{cases} \left( \frac{F_{i+1}^{(j)} + F_i^{(j)}}{2} \right)^{-c} \frac{1}{mI_1^{m-1}} \left( P - \frac{F_{i+1}^{(j)} - F_i^{(j)}}{\Delta Z} \right)^{m-1}, & 0 < I < I_1 \\ \left( \frac{F_{i+1}^{(j)} + F_i^{(j)}}{2} \right)^{-c}, & I > I_1 \end{cases}$$

$$\psi_{i-1/2}^{(j+1)} = \begin{cases} \left( \frac{F_i^{(j+1)} + F_{i-1}^{(j+1)}}{2} \right)^{-c} \frac{1}{mI_1} \left( P - \frac{F_i^{(j+1)} - F_{i-1}^{(j+1)}}{\Delta Z} \right)^{m-1}, & 0 < I < I_1 \\ \left( \frac{F_i^{(j+1)} + F_{i-1}^{(j+1)}}{2} \right)^{-c}, & I > I_1 \end{cases}$$

相应的初始条件和顶面边界条件离散为

$$F_i^{(0)} = d + \frac{\gamma' \Delta Zi}{\sigma'_0} H = d + P\Delta Zi, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (13)$$

$$F_0^{(j)} = d + Q, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

考虑到底面不排水, 此时最底层的排水量应等于体积压缩量, 经推导可得

这样可以获得如下按孔压和变形定义的平均固结度公式:

$$U_p = 1 - \frac{\int_0^H u dz}{\int_0^H (\sigma'_t - \sigma'_0) dz} = \frac{U_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{n-1} 2U_i^{(j)} + U_n^{(j)}}{1 - \frac{2nQ}{2nQ}}$$

$$U_s = \frac{\int_0^H (e_1 - e) dz}{\int_0^H (e_1 - e_f) dz} = \frac{\sum_{i=1}^n \lg \left[ \frac{(F)_i^{(j)} + (F)_{f1}^{(j)}}{2} \right]}{\sum_{i=1}^n \lg \left[ \frac{d + p\Delta Z(i-1/2) + Q}{d + p\Delta Z(i-1/2)} \right]}$$

式中:  $U_p, U_s$  分别为量纲一化的孔压固结度和变形固结度;  $e_1, e_f$  和  $e$  分别为第  $i$  层土初始孔隙比、最终孔隙比和  $j$  时刻的孔隙比。

### 3 解法验证

当  $c=1$ , 土体顶面自重应力  $d=1$ , 且不考虑土体固结过程中的非 Darcy 渗流特性, 并令土体初始有效应力沿深度不变, 即  $P=0$  时, 本文模型便退化为 Davis 和 Raymond 固结方程<sup>[1]</sup>. 按前述有限差分法对符合 Davis 和 Raymond 假定的特例计算了平均固结度  $U_p$  (计算中, 取  $\Delta Z=0.02, \Delta T=10^{-6}$ , 迭代精度为  $10^{-6}$ ), 结果示于图 2. 为便于对比, 图中也给出了 Davis 和 Raymond 解析解结果<sup>[1]</sup>. 很明显, 本文有限差分法计算结果曲线与解析解之间的误差极小, 这证明了本文解法的有效性。

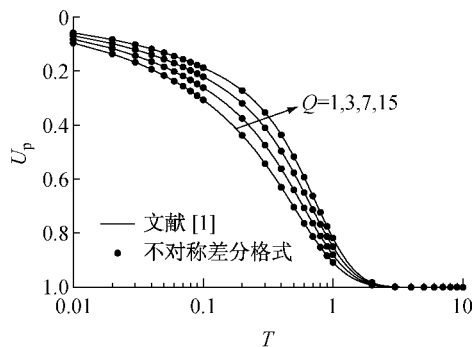


图 2 平均孔压固结度  $U_p$  与时间因子  $T$  关系曲线 ( $d=1, c=1, m=1, I_1=0$ )

Fig.2 Relationship between  $U_p$  and  $T$  ( $d=1, c=1, m=1, I_1=0$ )

## 4 计算与分析

### 4.1 非 Darcy 渗流参数对土体固结的影响

首先考察在考虑自重应力情况下直线渗流起始水力梯度  $i_1$  的影响. 图 3 和 4 分别绘出了当  $c=0.5$  和  $1.2, m=2.0$  以及不同  $I_1$  (即不同  $i_1$  值) 值时考虑土体自重时的  $U_p$  和  $U_s$  随时间的变化曲线. 由图中

可以看出, 在考虑土体自重的情况下, 非 Darcy 渗流特性和不考虑自重时<sup>[21]</sup> 相似, 即基于非 Darcy 渗流的孔压消散和地基沉降速率都明显慢于基于 Darcy 渗流的情形 (图中  $I_1=0$  的曲线).

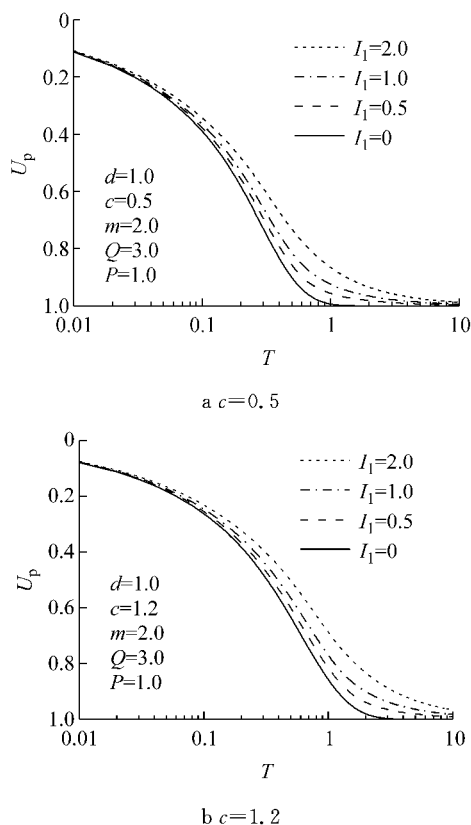


图 3  $I_1$  值对平均孔压固结度  $U_p$  的影响

Fig.3 Influence of  $I_1$  on degree of consolidation  $U_p$

为了考察  $m$  值的影响, 图 5 和图 6 分别绘出了当  $c=0.5$  和  $c=1.2$  时基于非 Darcy 渗流 ( $I_1=1.0$  但不同  $m$  值) 且考虑土体自重时的孔压消散和地基沉降随时间变化曲线. 很明显,  $m$  值对孔压消散速率和地基沉降速率的影响, 与  $I_1$  相似. 即  $m$  值越大孔压消散速率和地基沉降速率都越慢, 并且随着时间的发展非 Darcy 渗流参数的影响越来越显著。

### 4.2 考虑非 Darcy 渗流时埋深对固结度的影响

基于 Darcy 渗流时埋深对固结度的影响, 马崇武<sup>[9]</sup> 已做过探讨, 本文只讨论非 Darcy 渗流情况下埋深对固结度的影响。

为了分析在非 Darcy 渗流条件下并考虑土体自重时土层埋深对土体的孔压消散和地基沉降速率的影响, 本文分别取  $c=0.8$  和  $c=1.5$  时计算了不同埋深时  $U_p$  和  $U_s$  随时间的变化曲线, 如图 7 和图 8 所示. 这里的结论与文献<sup>[9]</sup> 相似, 即埋深越大, 地基沉降速度就越慢, 并且  $c$  值越大, 土体埋深对地基沉降速度影响就越大; 但土体埋深对孔压消散速

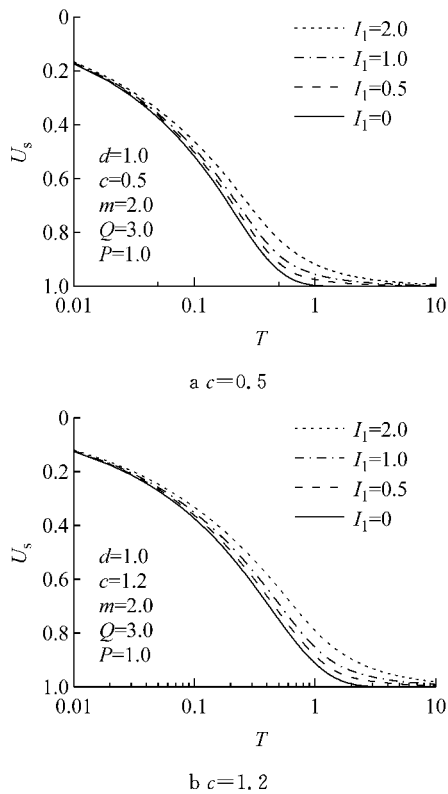


图4  $I_1$  值对平均变形固结度  $U_s$  的影响  
Fig.4 Influence of  $I_1$  on degree of consolidation  $U_s$

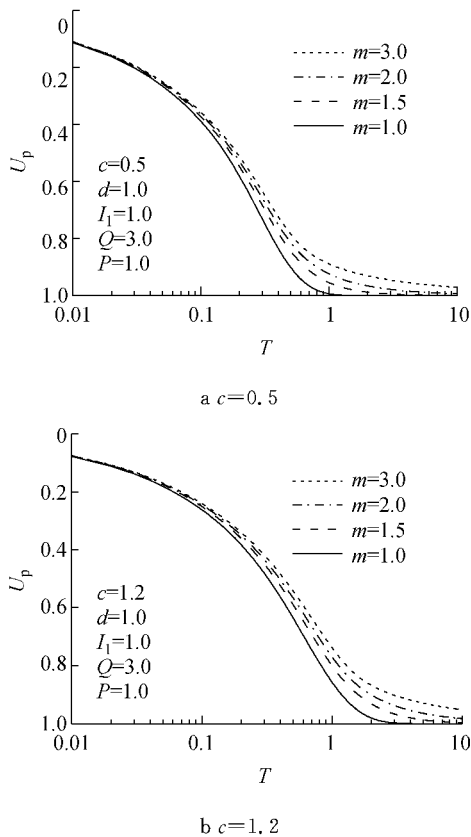


图5  $m$  值对平均孔压固结度  $U_p$  的影响  
Fig.5 Influence of  $m$  on degree of consolidation  $U_p$

率的影响规律与其对地基沉降的影响不同:当  $c$  值较小时(例如  $c=0.8$ )土体的埋深越大,孔压消散速度越快;当  $c$  值较大时(例如  $c=1.5$ ), $c$  值对孔压消散速度的影响体现出和孔压较小时不同的规律:即在固结的前期,埋深越大,孔压消散速度越快,而在固结的后期,情况正好相反。但和文献[9]不同的是,由于渗流非 Darcy 特性的影响,孔压消散和地基沉降速度都明显慢于符合 Darcy 渗流时的孔压消散和地基沉降速率。

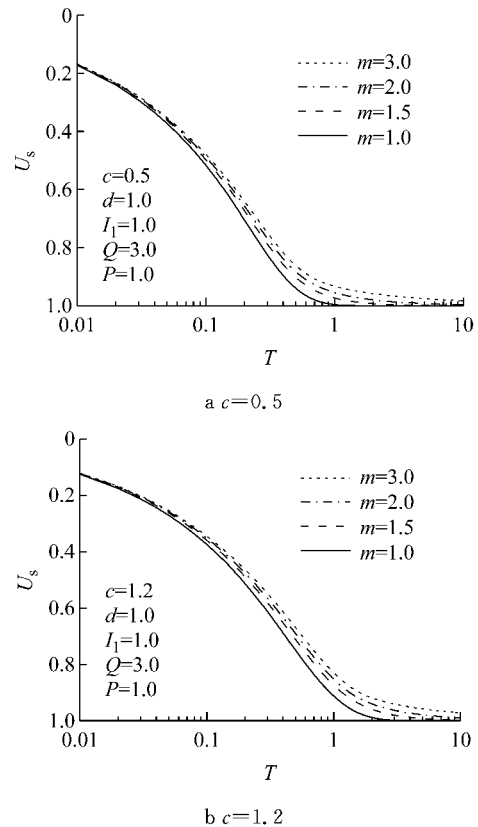
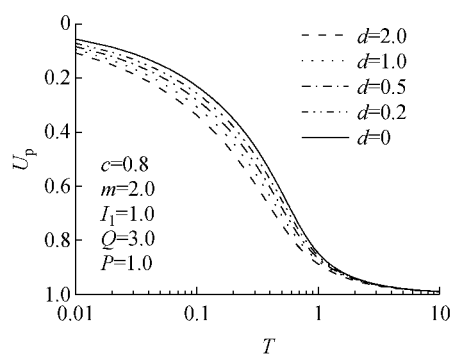
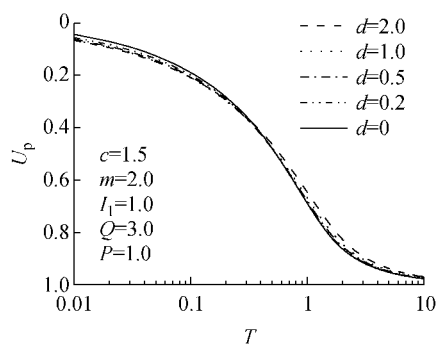
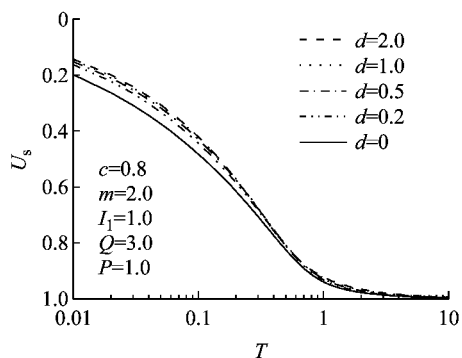
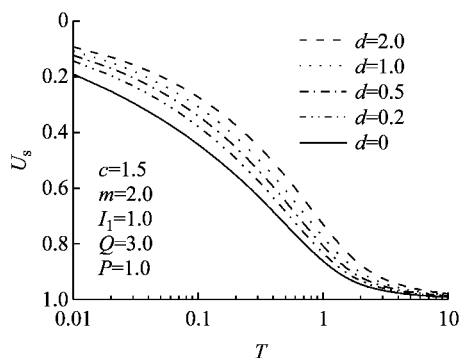
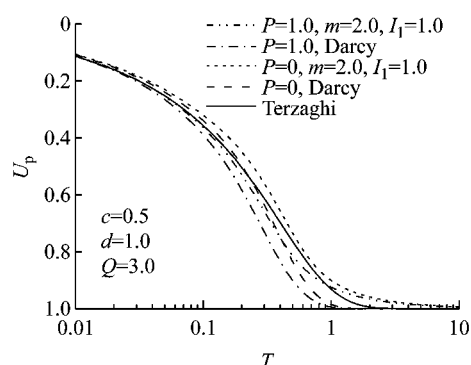
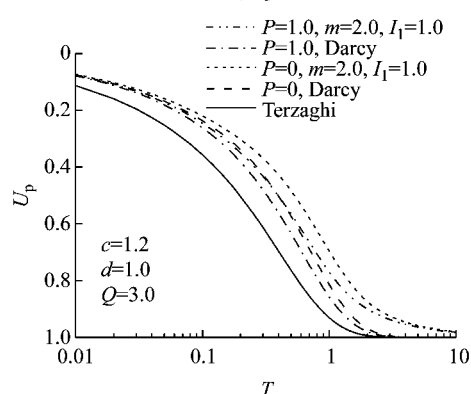
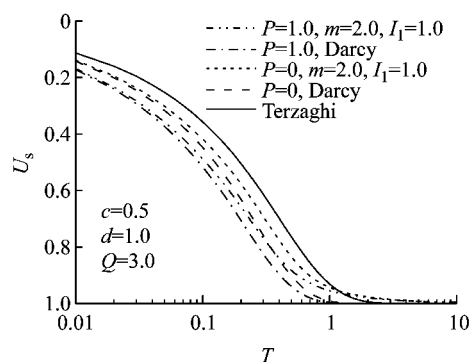
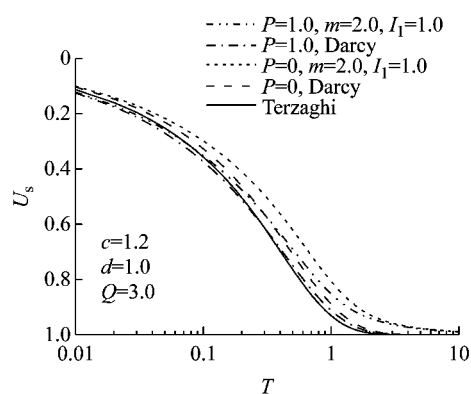


图6  $m$  值对平均变形固结度  $U_s$  的影响  
Fig.6 Influence of  $m$  on degree of consolidation  $U_s$

#### 4.3 土体自重及非 Darcy 渗流特性对土体固结的影响

为了系统探讨土体变形的非线性、土体自重应力、土体渗流的非 Darcy 特性等对孔压消散和地基沉降的影响,图 9 和图 10 分别给出了  $c=0.5$  和  $c=1.2$  时基于 Darcy 渗流或非 Darcy 渗流、考虑土体自重应力与不考虑土体自重应力时的孔压消散曲线和地基沉降曲线。

从图中可以看出,不论是否考虑非 Darcy 渗流,考虑土体自重应力时的孔压消散速率和地基沉降速率都要大于不考虑土体自重时的情况,这与文献[7]的结论相似。另外,不论是否考虑土体自重应力,土

a  $c=0.8$ b  $c=1.5$ 图 7 非 Darcy 渗流情况下埋深对平均孔压固结度  $U_p$  的影响Fig.7 Influence of buried depth on degree of consolidation  $U_p$  based on non-Darcy flowa  $c=0.8$ b  $c=1.5$ 图 8 非 Darcy 渗流情况下埋深对平均变形固结度  $U_s$  的影响Fig.8 Influence of buried depth on degree of consolidation  $U_s$  based on non-Darcy flowa  $c=0.5, Q=3.0$ b  $c=1.2, Q=3.0$ 图 9 平均孔压固结度  $U_p$  与时间因数  $T$  关系曲线  
Fig.9 Relationship between  $U_p$  and  $T$ a  $c=0.5, Q=3.0$ b  $c=1.2, Q=3.0$ 图 10 平均变形固结度  $U_s$  与时间因数  $T$  关系曲线  
Fig.10 Relationship between  $U_s$  and  $T$

体渗流的非 Darcy 特性都延缓了孔压消散速率和地基沉降速率,这与文献[18-21]相似.但综合考虑土体自重应力和非 Darcy 渗流特性的影响时,这里得出了与上述结论都有所不同的结果.由图 10 可以看出,在固结的前期,考虑非 Darcy 渗流且考虑土体自重(图中  $P=1.0, m=2.0, I_1=1.0$  的曲线)的地基沉降速率要快于考虑 Darcy 渗流且不考虑土体自重(图中  $P=0$ , Darcy 的曲线)的地基沉降速率,但在固结后期则出现相反的情况,即考虑非 Darcy 渗流且考虑土体自重的孔压消散速率逐渐开始慢于考虑 Darcy 渗流但不考虑土体自重的地基沉降速率.同时,图 9 所示的孔压消散速率的规律与之相似.因此不考虑渗流非 Darcy 特性和土体自重的固结分析在土体固结的前期低估了孔压消散速率和地基沉降速率,而在固结后期则正好相反.

由图 9 可以看出,土体自重对固结前期的孔压消散无明显的影响,但随着时间的发展考虑土体自重的孔压消散逐渐快于不考虑土体自重的情形,但到固结的后期,基于 Darcy 渗流考虑或不考虑土体自重的孔压消散曲线逐渐趋于一致,基于非 Darcy 渗流时也是如此,因此可以认为,土体自重对孔压消散的影响主要表现在固结的中期,而对前期和后期无明显影响,而土体渗流的非 Darcy 特性对孔压消散的影响主要表现在中后期,对前期无明显影响.

由图 10 可以看出,考虑土体自重时的地基沉降速率一开始就明显快于不考虑土体自重时的地基沉降速率,但到固结的后期二者逐渐趋于一致.因此可以认为,土体自重对地基沉降的影响主要表现在前期和中期,而对后期的影响较小;土体渗流的非 Darcy 特性对地基沉降的影响主要表现在中后期,而对前期的影响较小.

#### 4.4 和 Terzaghi 解的对比

为了和 Terzaghi 解进行对比,图 9 和图 10 中以实线标出了 Terzaghi 解的固结曲线. Gibson 等<sup>[5]</sup>认为考虑自重应力所得出的土体的固结速率快于 Terzaghi 理论值,但这里通过综合考虑非达西渗流、土体自重应力和土体非线性变形时得出了与此不同的结论.由图 9 可以看出,当  $c$  值较小时(例如  $c=0.5$ ),在考虑土体自重的情况下,基于 Darcy 渗流(图中  $P=1.0$ , Darcy 的曲线)的孔压消散速率快于 Terzaghi 解,这点与文献[5]相同;但基于非 Darcy 渗流(图中  $P=1.0, m=2.0, I_1=1.0$  的曲线)的解答,则可能出现在固结的中期孔压消散速率快于 Terzaghi 解,而在固结后期,由于非 Darcy 特性的影

响其孔压消散速率慢于 Terzaghi 解的情况.当  $c$  值较大时(例如  $c=1.2$ ),在考虑土体自重的情况下基于 Darcy 或非 Darcy 渗流的孔压消散速率都要慢于 Terzaghi 解.

对比图 9 和 10 可以看出地基沉降速率和孔压消散速率有着不同的情况.当  $c$  值较小时(例如  $c=0.5$ ),基于 Darcy 渗流考虑土体自重和不考虑土体自重时的地基沉降速率要明显快于 Terzaghi 解,基于非 Darcy 渗流时由于非 Darcy 特性的影响只在固结快要完成的时候出现了固结沉降速率慢于 Terzaghi 解的情况.当  $c$  值较大时(例如  $c=1.2$ ),考虑土体自重应力时的地基沉降速率和 Terzaghi 解相对比则可能出现前期快而后期慢的相反情况.

## 5 结论

本文在考虑土体变形非线性的基础上引入 Hansbo 渗流模型,并同时考虑土体自重和埋深的影响,以有效应力为求解对象,推导了饱和黏土的 1 维固结方程,并给出了隐式有限差分格式.数值分析结果表明了分析饱和黏土非线性固结时,考虑渗流非 Darcy 特性且同时考虑土体自重和埋深影响的必要性,并得出下列结论:

(1) 无论是基于 Darcy 还是基于非 Darcy 渗流,考虑土体自重应力时的孔压消散速率和地基沉降速率都要大于不考虑土体自重时的情况.无论是考虑或不考虑土体自重应力,土体渗流的非 Darcy 特性都延缓了孔压消散速率和地基沉降速率.

(2) 土体自重对孔压消散的影响主要表现在固结的中期,而对前期和后期无明显影响;对地基沉降的影响主要表现在前期和中期,而对后期的影响较小.土体渗流的非 Darcy 特性对地基沉降和孔压消散的影响相似,主要表现为在中后期影响较大而对前期的影响较小.

(3) 当  $c$  值较小时(例如  $c=0.5$ ),在考虑土体自重的情况下,基于 Darcy 渗流的孔压消散速率快于 Terzaghi 解;但基于非 Darcy 渗流的解答,则可能出现在固结的中期孔压消散速率快于 Terzaghi 解,而在固结后期,由于非 Darcy 特性的影响其孔压消散速率慢于 Terzaghi 解的情况.

(4) 当  $c$  值较大时(例如  $c=1.2$ ),在考虑土体自重的情况下,基于 Darcy 或非 Darcy 渗流孔压消散速率都要慢于 Terzaghi 解.但考虑土体自重应力时的地基沉降速率和 Terzaghi 解相对比则可能出现前

期快而后期慢的相反情况。

## 参考文献:

- [1] Davis E H, Raymond G P. A non-linear theory of consolidation [J]. *Geotechnique*, 1965, 15(2): 161.
- [2] Xie K H, Xie X Y, Jiang W. A study on one-dimensional nonlinear of consolidation of double-layered soil [J]. *Computers and Geotechnics*, 2002, 29: 151.
- [3] Chen R P, Zhou W H, Wang H Z, et al. One-dimensional nonlinear consolidation of multi-layered soil by differential quadrature method [J]. *Computers and Geotechnics*, 2005, 32: 358.
- [4] Abbasi N, Rahimi H, Javadi A A, et al. Finite difference approach for consolidation with variable compressibility and permeability [J]. *Computers and Geotechnics*, 2007, 34(1): 41.
- [5] Gibson R E, Schiffman R L, Cargill K W. The theory of one-dimensional of saturated clay. II: finite non-linear consolidation of thick homogeneous layers [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1981, 18: 280.
- [6] 丁洲祥, 龚晓南, 李义云, 等. 割线模量法在沉降计算中存在的问题及改进探讨[J]. *岩土工程学报*, 2005, 27(3): 313.  
DING Zhouxiang, GONG Xiaonan, LI Youyun. Study on some problems of settlement calculation with secant modulus method and its modification [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2005, 27(3): 313.
- [7] 窦宜, 蔡正银. 自重应力作用下饱和黏土的固结变形特性[J]. *岩土工程学报*, 1992, 14(6): 29.  
DOU Yi, CAI Zhengyin, SHENG Shuxin. Consolidation Characteristics of Saturated Clays [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1992, 14(6): 29.
- [8] 李冰河, 谢康和, 应宏伟, 等. 初始有效应力沿深度变化的非线性一维固结半解析解[J]. *土木工程学报*, 1999, 32(6): 47.  
LI Binghe, XIE Kanghe, YING Hongwei, et al. Semi-analytical solution of 1-D nonlinear consolidation considering the initial effective stress distribution [J]. *China Civil Engineering Journal*, 1999, 32(6): 47.
- [9] 马崇武, 刘忠玉. 考虑饱和黏土埋深影响的一维非线性固结[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(增 2): 4372.  
MA Chongwu, LIU Zhongyu. One-dimensional nonlinear consolidation considering the buried depth of saturated clay layer[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(S2): 4372.
- [10] Gibson R E, England G L, Hussey M J L. The theory of one dimensional consolidation of saturated clays. I: finite non-linear consolidation of thin homogeneous layers [J]. *Geotechnique*, 1967, 17: 261.
- [11] 王秀艳, 刘长礼. 对黏性土孔隙水渗流规律本质的新认识[J]. *地球学报*, 2003, 24(1): 91.  
WANG Xiuyan, LIU Changli. New understanding of the regularity of water seepage in cohesive soil [J]. *Acta Geoscientica Sinica*, 2003, 24(1): 91.
- [12] 齐添, 谢康和, 胡安峰, 等. 萧山黏土非达西渗流性状的试验研究[J]. *浙江大学学报: 自然科学版*, 2007, 41(6): 1023.  
QI Tian, XIE Kanghe, HU Anfeng, et al. Laboratorial study on non-Darcy seepage in Xiaoshan clay [J]. *Journal of Zhejiang University: Engineering Science*, 2007, 41(6): 1023.
- [13] Deng Y E, Xie H P, Huang R Q, et al. Law of nonlinear flow in saturated clays and radial consolidation [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2007, 28(11): 1427-1436.
- [14] Hansbo S. Consolidation of clay with special reference to influence of vertical sand drains [J]. *Swedish Geotechnical Institute*, 1960, 18: 45.
- [15] Law K T, Lee C F. Initial gradient in a dense glacial till [C]// *Proc 10th Int Conf on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Stockholm: [s. n.], 1981, 441-446.
- [16] 刘忠玉, 刘忠广, 马崇武. 考虑起始水力梯度时饱和黏土的一维固结[J]. *郑州大学学报: 工学版*, 2006, 27(3): 21.  
LIU Zhongyu, LIU Zhongguang, MA Chongwu. One-dimensional consolidation of saturated clays considering initial hydraulic gradient [J]. *Journal of Zhengzhou University: Engineering Science*, 2006, 27(3): 21.
- [17] 刘忠玉, 张天航, 马崇武. 起始水力梯度对饱和黏土一维固结的影响[J]. *岩土力学*, 2007, 29(3): 467.  
LIU Zhongyu, ZHANG Tianhang, MA Chongwu. Effect of initial hydraulic gradient on one-dimensional consolidation of saturated clays [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2007, 29(3): 467.
- [18] 谢海澜, 武强, 赵增敏, 等. 考虑非达西流的弱透水层固结计算[J]. *岩土力学*, 2007, 28(5): 1061.  
XIE Hailan, WU Qiang, ZHAO Zengmin, et al. Consolidation computation of aquitard considering non-Darcy flow [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2007, 28(5): 1061.
- [19] 刘忠玉, 孙丽云, 乐金朝, 等. 基于非 Darcy 渗流的饱和黏土一维固结理论[J]. *岩石力学与工程学报*, 2009, 28(5): 973.  
LIU Zhongyu, SUN Liyun, YUE Jinchao, et al. One-dimensional consolidation theory of saturated clay based on non-Darcy flow [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, 28(5): 973.
- [20] 鄂建, 陈刚, 孙爱荣. 考虑低速非 Darcy 渗流的饱和黏土一维固结分析[J]. *岩土工程学报*, 2009, 31(7): 1115.  
E Jian, CHEN Gang, SUN Airong. One-dimensional consolidation of saturated cohesive soil considering non-Darcy flows [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 31(7): 1115.
- [21] 刘忠玉, 纠永志, 乐金朝, 等. 基于非 Darcy 渗流的饱和黏土一维非线性固结分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2010, 29(11): 2348.  
LIU Zhongyu, JIU Yongzhi, YUE Jinchao, et al. One-dimensional nonlinear consolidation of saturated clay based on non-Darcy flow [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, 29(11): 2348.