

间断型三向 TMD 桥梁颤振控制

徐家云¹, 赵 勇³, 王雄江², 陈 吉¹

(1. 武汉理工大学 道路桥梁与结构工程湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430070;

2. 武汉理工大学 土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070;

3. 湖北省建筑科学研究设计院, 湖北 武汉 430071)

摘要: 为了控制桥梁结构风致振动, 提出了间断型三向调谐质量阻尼器(TMD)的概念, 旨在提高桥梁结构的颤振临界风速, 并提出了间断型三向 TMD 控制系统及其相应的理论和计算方法. 间断型三向 TMD 能同时控制桥梁结构横向、竖向和扭转三个方向的风致振动. 通过最优控制理论计算得出系统的最优参数, 通过风洞试验和 Ansys 软件模拟计算, 得到重要结论: 参数合理的间断型三向 TMD 系统能显著提高桥梁结构颤振临界风速.

关键词: 间断型调谐质量阻尼器; 三向控制; 桥梁抗风; 颤振; Ansys 软件

中图分类号: TU312

文献标识码: A

Discrete Three-direction Tuned Mass Damper-based Control of Bridge Flutter

XU Jiayun¹, ZHAO Yong³, WANG Xiongjiang², CHEN Ji¹

(1. Hubei Key Laboratory of Road Bridge & Structure Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China; 2. Department of Civil Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China; 3. Hubei Institute of Building Research & Design, Wuhan 430071, China)

Abstract: To control the wind-induced vibration of the bridge structure, the paper presents a discrete three-direction tuned mass damper (TMD) control system to increase the flutter critical wind speed, and correspondingly, the theory and the calculation method. The horizontal, vertical vibration and torsional vibration can be well controlled with the system. Based on optimal control theory, the optimal parameters of the system are obtained. Wind tunnel test and the ansys simulation reveal that with the discrete three-direction TMD control system, the flutter critical wind speed of bridges improves significantly.

Key words: discrete tuned mass damper; three-direction control; wind-resistance of bridge; flutter; Ansys software

随着大跨轻柔桥梁结构的快速发展, 桥梁风致振动的问题日益突出. 为提高桥梁结构的安全性和稳定性, 国内外的学者采取了许多有效的控制措施来控制桥梁振动, 这些措施包括在主梁上增设减小涡振振幅的抑流板, 提高颤振临界风速的裙板、导流板, 降低驰振响应的转向装置, 改变气动力的主梁开槽方案等气动措施^[1-2], 还包括调谐质量阻尼器(tuned mass damper, TMD)^[3]、调谐液体阻尼器(tuned liquid damper, TLD)^[4]、粘滞阻尼器^[5]、磁流变(MR)阻尼器^[6]等机械措施, 其中 TMD 应用较为广泛. 单个 TMD 减小结构的第一阶模态振动有明显的效果, 但对高阶模态振动的效果不很明显^[7]; 沿全桥布置的多个 TMD 即多重调谐质量阻尼器(multiple tuned mass dampers, MTMD)理论上能取得较好的效果, 但是这种 MTMD 的布置、维修和经济问题都是其广泛推广的障碍^[8], MTMD 无控制扭转作用.

鉴于此, 提出能同时控制桥梁横向、竖向和扭转三个方向振动的间断型三向 TMD, 间断型三向 TMD 就是分区布置的多个三向 TMD 或分区连续布置的三向 TMD, 前者与 MTMD 类似, 后者为分区连续型三向 TMD, 并且提出与其相应的理论和计算方法, 同时结合风洞试验和 Ansys 软件模拟来验证间断型三向 TMD 的控制效果.

1 间断型 TMD 控制桥梁风致振动计算模型

间断型三向 TMD 在桥梁结构断面中的布置如图 1 所示, 在保证桥梁其他功能设施不受影响的情况下(如桥梁检修通道), 将沿桥方向有针对性地间

断布置在桥梁箱梁内,如布置在桥梁跨中或跨中一段范围内.规定桥梁横截面竖向振动向上为正(y),

横向振动向右为正(z),轴沿桥长方向,指向纸内(x),扭转振动以顺时针为正.

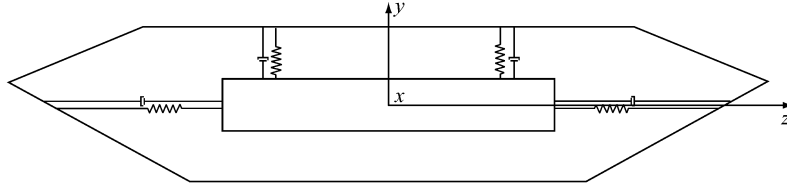


图 1 桥梁与 TMD 模型

Fig.1 Model of the bridge-TMD system

在建立桥梁主结构体系风致振动的简化模型时,据文献[9],假定主梁是平直等截面梁,质量均匀分布,而且每个断面都有相同的气动性能,即具有相同的颤振导数曲线^[10].另外,还假定风场特性沿桥长方向保持不变,来流风的方向总与桥梁轴线垂直,一般情况下这是最不利情况.根据桥梁模型得出模

型的振动方程如式(1).

此种 TMD 安装方式能同时控制桥梁结构三个方向的振动,两排竖向弹簧控制桥梁结构竖向振动,同时能控制风作用下的扭转振动.两横向弹簧控制桥梁横向振动.

$$\begin{cases} \bar{m}\ddot{y}(x,t) + \bar{c}_y\dot{y}(x,t) + EI_z \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \sum_{i=1}^n m\ddot{y}_i\delta(x-x_i) = L \\ \bar{m}\ddot{z}(x,t) + \bar{c}_z\dot{z}(x,t) + EI_y \frac{\partial^4 z(x,t)}{\partial x^4} + \sum_{i=1}^n m\ddot{z}_i\delta(x-x_i) = D \\ \bar{I}\ddot{\theta}(x,t) + \bar{c}_\theta\dot{\theta}(x,t) + E_1 I_\omega \frac{\partial^4 \theta(x,t)}{\partial x^4} - GJ_p \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} + \sum_{i=1}^n I\ddot{\theta}_i\delta(x-x_i) = M \\ m\ddot{y}_i + 2c\dot{y}_i + 2ky_i = 2c\dot{y}(x_i,t) + 2ky(x_i,t) \\ m\ddot{z}_i + 2c\dot{z}_i + 2kz_i = 2c\dot{z}(x_i,t) + 2kz(x_i,t) \\ I\ddot{\theta}_i + 2cd^2\dot{\theta}_i + 2kd^2\theta_i = 2cd^2\dot{\theta}(x_i,t) + 2kd^2\theta(x_i,t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: \bar{m}, \bar{I} 分别为桥梁单位长度的质量和截面转动惯量; I_z, I_y 分别为桥梁断面 x 和 y 方向的惯性矩; $E_1 I_\omega, GJ_p$ 分别为桥梁断面约束扭转刚度和自由扭转刚度; m, I 分别为单位长度内质量块的质量和截面转动惯量; $\bar{c}_y, \bar{c}_z, \bar{c}_\theta$ 分别为桥梁各相应方向振动阻尼; k, c 分别为质量块弹簧刚度和阻尼; d 为竖向弹簧到纵轴 y 的距离; $\dot{y}(x,t), \dot{z}(x,t), \dot{\theta}(x,t)$ 分别

为桥梁各相应方向的振动速度; $\ddot{y}(x,t), \ddot{z}(x,t), \ddot{\theta}(x,t)$ 分别为桥梁各相应方向的振动加速度; $y(x,t), z(x,t), \theta(x,t)$ 分别为桥梁各相应方向振动位移; y_i, z_i, θ_i 分别为 i 位置处质量块各方向的振动位移; δ 为狄拉克函数;沿全桥共有 n 个 TMD; L, D, M 分别是气动升力、气动阻力和气动扭矩,表达式如式(2).

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[KH_1^* \frac{\dot{y}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\theta}}{U} + K^2 H_3^* \theta + K^2 H_4^* \frac{y}{B} + KH_5^* \frac{\dot{z}}{U} + K^2 H_6^* \frac{z}{B} \right] \\ D = \frac{1}{2}\rho U^2 B \left[KP_1^* \frac{\dot{z}}{U} + KP_2^* \frac{B\dot{\theta}}{U} + K^2 P_3^* \theta + K^2 P_4^* \frac{z}{B} + KP_5^* \frac{\dot{y}}{U} + K^2 P_6^* \frac{y}{B} \right] \\ M = \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \left[KA_1^* \frac{\dot{y}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\theta}}{U} + K^2 A_3^* \theta + K^2 A_4^* \frac{y}{B} + KA_5^* \frac{\dot{z}}{U} + K^2 A_6^* \frac{z}{B} \right] \end{cases} \quad (2)$$

式中: ρ 为空气密度; U 为风速; B 为桥宽; $K = \omega B/U$, ω 为桥梁振动频率; $H_i^*, P_i^*, A_i^* (i=1, 2, \dots, 6)$ 为颤振导数.

在计算桥梁结构颤振临界风速时,桥梁结构的不稳定状态(发散振动)是一种大变形运动,属于非

线性振动的范畴,但是仍可以应用线性振动理论来计算颤振临界风速.

在结构动力学理论中,线性弹性体系的小幅振动可以分解成一系列基本振型的组合,因此在计算桥梁结构颤振临界风速时,结构振动三个方向的位

移相应可以写成式(3)的形式.

取前 n 个模态,采用振型分解法可设:

$$\begin{cases} y(x,t) = \sum_{r=1}^n q_{yr}(t) \varphi_r(x) \\ z(x,t) = \sum_{r=1}^n q_{zr}(t) \varphi_r(x) \\ \theta(x,t) = \sum_{r=1}^n q_{\theta r}(t) \varphi_r(x) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $q_{yr}, q_{zr}, q_{\theta r}$ 分别为第 r 振型下竖向、横向及沿桥纵轴转动方向的广义坐标; $\varphi_r(x)$ 为第 r 振型下桥梁主梁单元的位移函数.

经过最优控制理论整理可得:

$$\{\lambda^2 \mathbf{E} + \lambda \mathbf{C}_j + \mathbf{D}_j\} \begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_z \\ Q_\theta \end{Bmatrix} e^{\lambda t} = \mathbf{0} \quad (4)$$

式中: Q_y, Q_z, Q_θ 分别为广义坐标 $q_{yr}, q_{zr}, q_{\theta r}$ 组成的向量; C_j, D_j 均是 m, k, c 和风速 U 的函数矩阵. 只有当方程左端的矩阵为非奇异时,方程(4)才有解.

式(4)实际上就是个二次特征值问题,求解该方程将得到 $2n$ 个特征值和相应的特征向量. 当求解的 λ 的实部为零时,就标志着结构颤振失稳的发生,这样颤振临界风速就是当一对特征值的实部等于零的最低风速.

令 λ 实部为零,因为 λ 实部是 m, k, c 和风速 U 的函数,那么风速 U 是 m, k, c 的函数,为求最大的临界风速(若 m 已知),则分别对 k, c 求导,求出 U 的极值及相应的 k, c ,如此反复计算,即可得出最优的 k, c 和临界风速.

2 实桥模型风洞试验及 Ansys 软件模拟

本文以国内某长江公路大桥为背景,大桥主跨为 926 m 的钢-混凝土混合梁斜拉桥,主梁断面采用分离双箱断面(亦称 P-K 断面),边跨主梁为混凝土,主跨主梁为钢. 这种分离双箱主梁断面应用在千米级斜拉桥上还是第一次,其抗风性能如何是大桥设计最为关注的问题之一. 为此,本文研究选取该桥为背景工程进行研究.

桥梁结构安装间断型三向 TMD 后,桥梁断面图如图 2 所示,结构的动力计算模型如式(5),式(5)的计算方法与式(1)的计算方法类似,这里不再赘述. 与式(1)最大的不同是三向调谐质量阻尼器放在 P-K 断面两箱内能充分发挥其抗扭作用,式(5)第 3

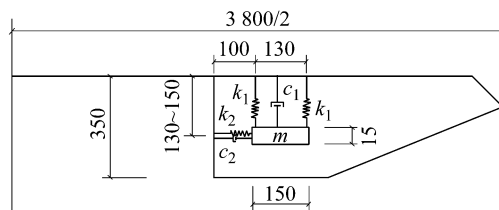


图 2 实桥安装 TMD 后断面图(左右对称)(单位:cm)

Fig.2 Bridge section after the installation of TMD (symmetrical) (unit: cm)

个式子从理论上阐述了此问题.

该桥的风洞试验在湖南大学风洞试验室进行,采用节段模型,测试其三分力系数、颤振导数和无控制状态下的颤振临界风速等,其中采用强迫振动法来识别节段模型的颤振导数.

利用风洞试验得到的颤振导数,对全桥做 Ansys 软件模拟,Ansys 模拟用单梁模型,主梁用 Beam188 和 Beam4 单元,刚性横梁用 Beam4 单元,桥塔用 Beam4 单元,斜拉索用 Link10 单元,调谐质量阻尼器控制器中质量块采用 Mass21 单元,弹簧和阻尼器采用 Combin14 单元.

桥面受到的气动自激力采用 Ansys 中的自定义单元 Matrix27 来模拟. Matrix27 是 Ansys 中功能很强大的一种单元,该单元具有两个节点,每个节点都有 6 个自由度,它没有固定不变的几何形状,可以通过实常数的方式输入对称或不对称的质量、刚度或阻尼矩阵,每个桥梁节点上都有两个 Matrix27 单元(一个气动刚度单元和一个气动阻尼单元),每个单元都有一个节点为桥梁节点,另外一个节点固定不动,详见图 3. 图中: e 为桥梁截面单元, e_1 和 e_3, e_2 和 e_4 分别是桥梁截面两端气动刚度单元和气动阻尼单元,均为 Ansys 软件中的 Matrix27 单元, k, l 两节点固定不动.

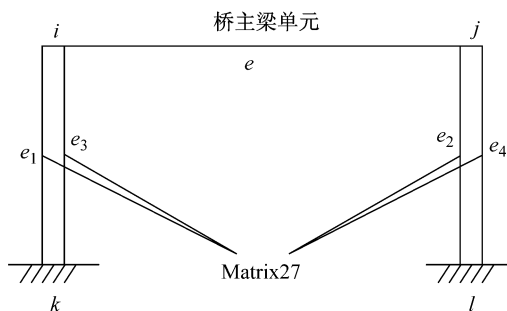


图 3 Matrix 27 单元布置详图

Fig.3 The layout of the matrix 27 elements

$$\begin{cases}
 \bar{m}\ddot{y}(x,t) + \bar{c}_y\dot{y}(x,t) + \bar{k}_y y(x,t) + \sum_{i=1}^n (m_1\ddot{y}_{1i} + m_2\ddot{y}_{2i})\delta(x-x_i) = L \\
 \bar{m}\ddot{z}(x,t) + \bar{c}_z\dot{z}(x,t) + \bar{k}_z z(x,t) + \sum_{i=1}^n (m_1\ddot{z}_{1i} + m_2\ddot{z}_{2i})\delta(x-x_i) = D \\
 \bar{I}\ddot{\theta}(x,t) + \bar{c}_\theta\dot{\theta}(x,t) + \bar{k}_\theta\theta(x,t) + \sum_{i=1}^n \left(I_1\ddot{\theta}_{1i} + I_2\ddot{\theta}_{2i} + m_1\ddot{y}_{1i} \cdot \frac{b}{2} - m_2\ddot{y}_{2i} \cdot \frac{b}{2} + m_1\ddot{z}_{1i}h + \right. \\
 \left. m_2\ddot{z}_{2i}h \right) \delta(x-x_i) = M \\
 m_1\ddot{y}_{1i} + 2c_1\dot{y}_{1i} + 2k_1y_{1i} = 2c_1\left[\dot{y}(x_i,t) + \frac{b}{2}\dot{\theta}(x_i,t)\right] + 2k_1\left[y(x_i,t) + \frac{b}{2}\theta(x_i,t)\right] \\
 m_1\ddot{z}_{1i} + 2c_2\dot{z}_{1i} + 2k_2z_{1i} = 2c_2\dot{z}(x_i,t) + 2k_2z(x_i,t) \\
 I_1\ddot{\theta}_{1i} + 2cd^2\dot{\theta}_{1i} + 2kd^2\theta_{1i} = 2k_1d^2\theta(x_i,t) + 2c_1d^2\dot{\theta}(x_i,t) \\
 m_2\ddot{y}_{2i} + 2c_1\dot{y}_{2i} + 2k_1y_{2i} = 2c_1\left[\dot{y}(x_i,t) - \frac{b}{2}\dot{\theta}(x_i,t)\right] + 2k_1\left[y(x_i,t) - \frac{b}{2}\theta(x_i,t)\right] \\
 m_2\ddot{z}_{2i} + 2c_2\dot{z}_{2i} + 2k_2z_{2i} = 2c_2\dot{z}(x_i,t) + 2k_2z(x_i,t) \\
 I_2\ddot{\theta}_{2i} + 2cd^2\dot{\theta}_{2i} + 2kd^2\theta_{2i} = 2k_1d^2\theta(x_i,t) + 2c_1d^2\dot{\theta}(x_i,t)
 \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\bar{k}_y, \bar{k}_z, \bar{k}_\theta$ 分别为桥梁单元的竖向刚度、横向刚度、扭转刚度; k_1, k_2 分别为竖向和横向弹簧刚度; c_1, c_2 分别是竖向和横向阻尼的阻尼系数; I_1, I_2 分别为图 2 中左、右 TMD 系统的转动惯量。

根据气动力学原理可导出这 4 个 Matrix27 单元的气动刚度或气动阻尼矩阵并组成单元气动力矩阵后就可得到总体气动力矩阵:

$$\mathbf{F}_{ae} = \mathbf{K}_{ae}\mathbf{X} + \mathbf{C}_{ae}\dot{\mathbf{X}} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{F}_{ae}, \mathbf{K}_{ae}, \mathbf{C}_{ae}$ 分别代表总体气动力向量、气动刚度矩阵、气动阻尼矩阵。

将式(6)代入到整个桥梁与 TMD 系统中得:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + (\mathbf{C} - \mathbf{C}_{ae})\dot{\mathbf{X}} + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_{ae})\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 分别为桥梁的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; 式(7)描述了风、桥梁结构和 TMD 系统的运动方程, 其中风速和振动频率为系统参数, 整个系统中共有 n 对共轭特征值 $\lambda_j = \sigma_j \pm i\omega_j$, 如果所有特征值的实部 σ 小于 0, 则系统是稳定的; 如果至少有一对特征值的实部大于 0, 则结构颤振失稳发生。颤振临界风速就是当一对特征值的实部等于 0 的最低风速。无控制器的颤振临界风速 v_{cr} 为 $109 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (图 4)。

桥梁模型加上 TMD 后, TMD 布置在桥梁中跨一段距离内, 每个三向 TMD 的参数都一致, 竖向弹簧刚度为 k_1 , 横向弹簧刚度为 k_2 (k_1, k_2 均为布置范围内单位长度的弹簧刚度), 据文献[11], TMD 系统两个方向的阻尼比都是 0.07。

针对不同的 k_1 ($k_2 = 80 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ 不变, 总质量 $m = 500 \text{ t}$ 不变, 这为主跨总质量的 3.0% 左右), 做

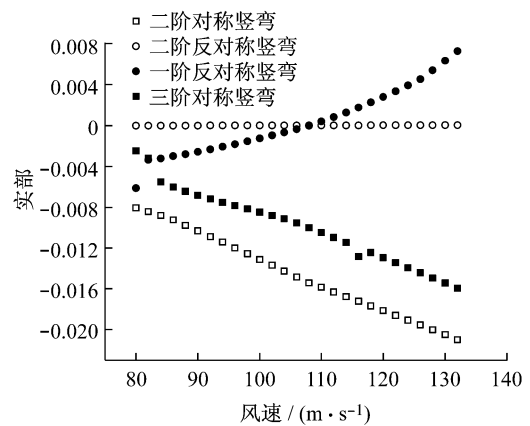


图 4 无 TMD 时的颤振临界风速

Fig. 4 Flutter critical wind speed without TMD

了若干工况的 Ansys 计算, 在计算过程中着重考虑了桥梁和 TMD 组合结构的前二十阶模态。通过大量计算可知: k_2 的取值大小对颤振临界风速影响极小, 故取 $k_2 = 80 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ (此值为控制抖振所用); 当 k_1, k_2 一定时, 特征值 $\lambda_j = \sigma_j \pm i\omega_j$ 的实部随风速的变化而变化, 最重要的几阶复特征值的实部随风速的变化而变化的情况如图 5~图 8 所示 (只包括四个重要复特征值), 图 5~图 8 中各工况的颤振临界风速 v_{cr} 分别为 125, 137, 123, 137 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。复特征值 $\lambda_j = \sigma_j \pm i\omega_j$ 的实部和虚部分别对应着结构振动的阻尼和频率, 当 σ_j 为趋于零时, 说明桥梁振动开始发散, 对应的风速即为颤振临界风速。

三向 TMD 在桥梁上布置分为两种情况: 一种三向 TMD 布置在桥跨中央 12m 范围内, 简称为“布置一”; 另一种三向 TMD 布置在桥跨中央 72 m 范

围内,简称为“布置二”.两种布置中,颤振临界风速随 k_1 的变化而变化的情况见表1~表2.计算时单个 TMD 质量取到 300t,这还不到主跨质量的 2%,此时颤振临界风速只有 $112 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,仅提高 2.7%,又

因桥横截面及检修通道的限制,单个 TMD 的质量就不可能很大,故单个 TMD 对大跨桥梁控制效果不理想.

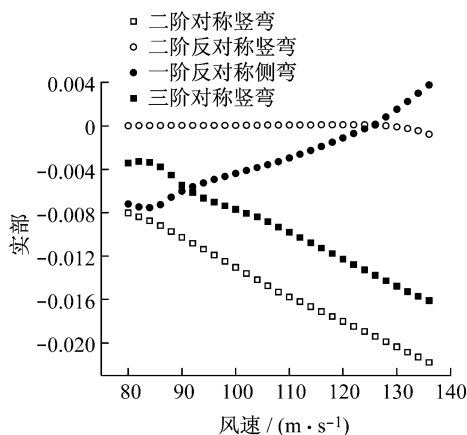
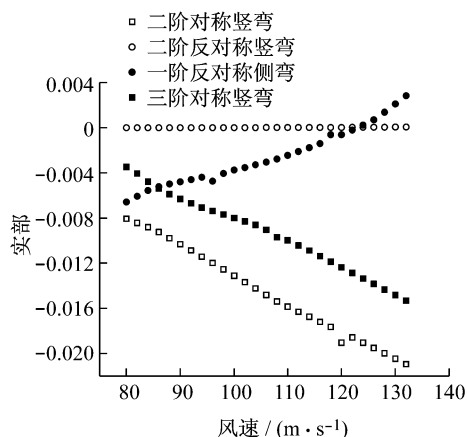
图5 布置二 $k_1 = 100 \text{ kN}$ Fig.5 Layout 2 $k_1 = 100 \text{ kN}$ 图7 布置一 $k_1 = 500 \text{ kN}$ Fig.7 Layout 1 $k_1 = 500 \text{ kN}$

表1 布置一颤振临界风速变化情况

Tab.1 Flutter critical wind speed in Layout 1

k_1/kN	k_2/kN	临界风速/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	提高率/%
0	0	109	0
500	80	123	12.8
750	80	129	18.3
1 000	80	133	22.0
1 100	80	135	23.9
1 250	80	137	25.7

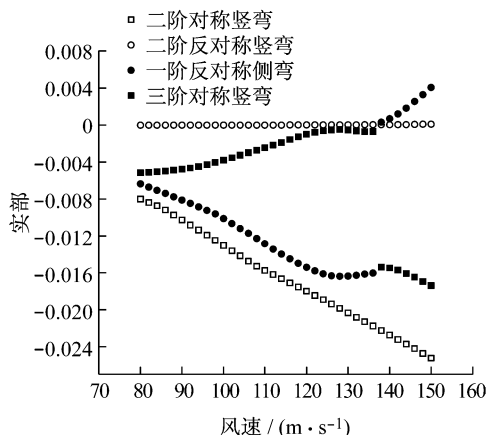
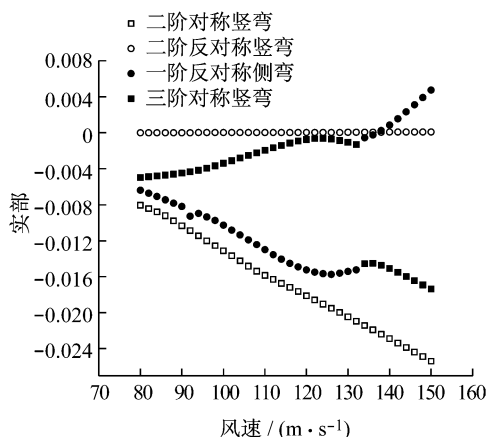
图6 布置二 $k_1 = 225 \text{ kN}$ Fig.6 Layout 2 $k_1 = 225 \text{ kN}$ 图8 布置一 $k_1 = 1\,250 \text{ kN}$ Fig.8 Layout 1 $k_1 = 1\,250 \text{ kN}$

表2 布置二颤振临界风速变化情况

Tab.2 Flutter critical wind speed in Layout 2

k_1/kN	k_2/kN	临界风速/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	提高率/%
0	0	109	0
100	80	125	14.7
150	80	131	20.2
185	80	135	23.9
200	80	137	25.7
225	80	137	25.7

3 结论

本文为提高桥梁结构的颤振临界风速,采用间断三向 TMD 对其进行控制.通过风洞试验和 Ansys 软件模拟,主要对桥梁结构的颤振临界风速做了分

析研究,得出以下结论:

(1) 本文提出了“间断型控制”概念,针对桥梁单个 TMD 或 MTMD 不足,对桥梁风致振动采用间断型 TMD 控制;

(2) 根据桥梁振动控制要求,提出了风致振动三向控制器,使其既能控制桥梁横向、竖向振动,同

时又能控制桥梁结构扭转振动;

(3) 间断型三向 TMD 能有效提高桥梁结构的颤振临界风速,当三向 TMD 布置在桥梁跨中一段范围内,桥梁颤振临界风速能提高约 13%~25%;单个 TMD 的控制效果不理想;

(4) 间断型三向 TMD 布置较为灵活,能根据不同的需要,不同的经济条件,按照要求对桥梁结构进行针对性较强的控制。

参考文献:

- [1] 宋锦忠,林志兴,徐建英. 桥梁抗风气动措施的研究及应用[J]. 同济大学学报:自然科学版,2002,30(5):618.
SONG Jinzhong, LIN Zhixing, XU Jianying. Research and appliance of aerodynamic measures about wind- resistance of bridges [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2002, 30(5): 618.
- [2] 林志兴,葛耀君,曹丰产,等. 钢箱梁桥的抗风问题及其对策研究[J]. 同济大学学报:自然科学版,2002,30(5):614.
LIN Zhixing, GE Yaojun, CAO Fengchan, et al. Wind resistant study and prevention research of steel box girders [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2002, 30(5):614.
- [3] Chang C C, ASCE M, Gu M, et al. Tuned mass dampers for dual-mode buffeting control of bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 2003, 8(4): 237.
- [4] Xue S D, Ko J M, Xu Y L. Wind-induced vibration control of bridges using liquid column damper [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2002, 1(2): 271.
- [5] 梁剑青,欧进萍. 大跨斜拉桥桥面风致抖振的粘滞阻尼控制分析[J]. 地震工程与工程振动,2006,26(1):139.
LIANG Jianqing, OU Jinping. Lateral buffeting control of long span cable stayed bridge deck by viscous dampers [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, 26(1): 139.
- [6] 姜天华,霍凯成,瞿伟廉. 天兴洲长江大桥风致抖振反应的控制[J]. 武汉理工大学学报,2007,29(1):121.
JIANG Tianhua, HUO Kaicheng, QU Weilian. Control of wind induced lateral buffeting responses of tianxingzhou bridge [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2007, 29(1): 121.
- [7] 曾宪武,韩大建. 多重双频率调谐质量阻尼器制振性能及对桥梁抖振的控制[J]. 工程力学,2006,23(1):74.
ZENG Xianwu, HAN Dajian. Vibration suppression characteristics of multiple tuned mass dampers with dual frequencies and its application to buffeting control of bridges [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(1): 74.
- [8] 李春祥,余琼,王肇民. 大跨桥梁结构扭转振动的 MTMD 控制研究[J]. 特种结构,2002,19(4):66.
LI Chunxiang, YU Qiong, WANG Zhaomin. Torsional vibration control of large span bridges using multiple tuned mass dampers [J]. Special Structure, 2002, 19(4): 66.
- [9] 项海帆. 现代桥梁抗风理论与实践[M]. 北京:人民交通出版社,2005.
XIANG Haifan. Theory and practice of the modern bridges [M]. Beijing: China Communications Press, 2005.
- [10] 陈政清. 桥梁风工程[M]. 北京:人民交通出版社,2005.
CHEN Zhengqing. Wind engineering of bridges [M]. Beijing: China Communications Press, 2005.
- [11] 徐家云,刘科,常英,等. 桥梁连续型控制颤振理论研究[J]. 华中科技大学学报,2011,39(5):55.
XU Jiayun, LIU Ke, CHANG Ying, et al. Continuous controlling flutter theory of the bridges structures [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2011, 39(5):55.