

基于扫频滤波器线性调频信号的滤波算法

黄文玲¹, 杨 鹏²

(1. 海军工程大学 兵器工程系, 湖北 武汉 430033; 2. 海军兵种指挥学院 陆战岸防战术指挥系, 广东 广州 510430)

摘要: 研究了白噪声环境下线性调频信号的自适应滤波问题. 提出一种线性调频信号(LFM)自适应滤波算法. 该算法利用分数阶傅里叶变换将 LFM 信号转化为正弦信号, 在分数阶傅里叶域进行自适应滤波, 利用分数阶傅里叶反变换得到滤波后的时域信号. 分数阶的滤波器可以使用扫频滤波器替代. 性能分析表明, 该算法的滤波效果取决于自适应滤波器的效果, 在使用最小均方(LMS)算法时, 步长的选取决定了滤波器的性能, 在实际应用中必须按需选取. 仿真表明该算法效果明显, 计算方便.

关键词: 线性调频信号; 自适应滤波; 分数阶傅里叶变换; 扫频滤波器

中图分类号: TN 957.51

文献标识码: A

An Adaptive Filter Method of LFM Signal Based on Swept Filter

HUANG Wenling¹, YANG Peng²

(1. Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China; 2. Department of Marine and Coast Defense Tactics Command, Naval Arms Command Academy, Guangzhou 510430, China)

Abstract: An adaptive filter method of linear frequency modulation(LFM) signal in white noise is discussed, and a LFM signal is produced. The LFM signal is transformed to sinusoid signal by Fourier reverse transform(FRFT). The adaptive filter, which can be replaced by swept filter, is implemented in domain u , and the filtered signal is gained with the fractional FRFT. A detailed analysis of the method performance proves that the method performance depends on adaptive filter. When LMS algorithm is used, the performance of ALE is decided by step parameter, and the step parameter is selected in practice. At last, Simulation results show that this filtering algorithm is simple to computed and easy to implement.

Key words: linear frequency modulation(LFM) signal; adaptive filter; Fourier reverse transform(FRFT); swept filter

非平稳信号中, 线性调频(linear frequency modulation, LFM)信号广泛应用于雷达、声纳、通信等领域, 对它的处理在现代信号处理的理论与方法中占有重要的地位. 如何恢复被噪声污染的 LFM 信号, 则是其中一个关键性问题. 从本质上说, 这一问题可归结为含噪信号的滤波或波形估计. 白噪声中的正弦信号可以利用谱线增强技术来提高信噪比, 谱线增强技术的核心是自适应滤波器. 近年来, 分数阶傅里叶变换引起了信号处理界越来越多的关注. 1980 年, Namias V 首先从数学的角度提出了分数阶傅里叶变换的定义^[1]; Almeida L B 又将其解释为在时频平面的旋转算子, 并分析了它和 Wigner-Ville 分布的关系^[2], 阐明了分数阶傅里叶变换可用作一种时频平面的旋转工具, 这一特性决定了该变换特别适合于处理 LFM 信号. 文献[3]进一步提出了基于分数阶傅里叶变换的时变滤波(扫频滤波)的概念. 此后, 基于分数阶傅里叶域的滤波算法进一步完善^[4-5].

目前基于分数阶傅里叶变换的 LFM 滤波算法主要是将信号变换到最佳阶, 此时 LFM 信号在分数阶傅里叶域(简称 u 域)上表示为一个尖峰. 但是当信号的信噪比很低时, 尖峰难以识别. 因此, 本文提出了一种基于分数阶傅里叶变换(FRFT)的 LFM 信号的自适应滤波方法, 利用 FRFT 扫频滤波器结构将 LFM 信号转换为正弦信号. 这样就可以利用比较成熟的自适应滤波器算法实现对噪声的抑制.

1 分数阶傅里叶变换的定义

分数阶傅里叶变换是一种全新的信号分析和处理工具, 是傅里叶变换的一种广义形式^[6].

如果信号的傅里叶变换可看成将其由时间轴上逆时针旋转 90° 后到频率轴上的表示, 则 FRFT 可以看成将信号在时间轴上逆时针旋转角度 α 到 u 轴上

的表示,信号 $x(t)$ 的 FRFT 定义为

$$X_{\alpha}(u) = F^p[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_{\alpha}(t, u) dt \quad (1)$$

式中: t 为时间; p 为 FRFT 的阶,可以为任意实数; $\alpha = p\pi/2$, 为 FRFT 的算子符号; $K_{\alpha}(t, u)$ 为 FRFT 的变换核.

$$K_{\alpha}(t, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{2\pi}} \exp\left(j \frac{t^2 + u^2}{2} \cot \alpha - j t u \csc \alpha\right), & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t - u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t + u), & \alpha = (2n \pm 1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

FRFT 的逆变换为

$$x(t) = F^{-p}[X(u)] = \int_{-\infty}^{\infty} X(u) K_{-\alpha}(t, u) du \quad (3)$$

信号 $x(t)$ 可被分解为 u 域上一组正交 LFM 基的线性组合, u 域称为分数阶傅里叶域,而时域和频域则视为分数阶傅里叶域的特例.

2 自适应滤波算法的原理与步骤

设信号表示为

$$x(t) = s(t) + n(t) = a(t) \exp\left(j \frac{1}{2} \mu_0 t^2\right) + n(t) \quad (4)$$

一个线性调频信号在适当的分数阶傅里叶变换域中表现为一个冲激函数,即对于调频斜率一定的线性调频信号,存在一个分数阶使线性调频信号的能量聚集于一最大值,该分数阶称为与调频斜率相匹配的“最佳”分数阶数.理论上,调频斜率 μ_0 与最佳分数阶数 p_0 有如下确定的对应关系:

$$p_0 = (2/\pi) \operatorname{arccot} \mu_0 \quad (5)$$

冲激函数的傅立叶反变换是正弦信号,因此,对一个 LFM 信号进行 $p_0 - 1$ 阶的分数阶傅立叶变换,可以转化为一正弦信号.

白噪声信号的分数阶傅立叶变换仍然是白噪声信号^[7].这样,通过分数阶傅立叶变换可以将白噪声中调频信号自适应滤波问题转换为白噪声中正弦信号的自适应滤波问题.而后一个问题相对比较成熟,方法较多.

在以上分析的基础上,提出基于 FRFT 的 LFM 信号的自适应滤波算法(图 1).在信号调频率已知的

情况下,给出滤波算法如下:

- ① 计算信号的 $p_0 - 1$ 阶 FRFT, 得到旋转角度 $\alpha_0 - \pi/2$ 后的信号表示 $X_{p_0-1}(u)$;
- ② 在 u 域内自适应滤波算法进行信号增强, 这里采用 LMS(最下均方)算法;
- ③ 对滤波后的信号进行一次 $1 - p_0$ 阶的 FRFT, 将其反向旋回原来的时间域.

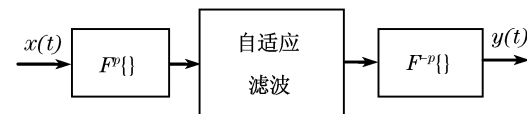


图 1 基于 FRFT 的自适应滤波算法

Fig.1 Adaptive filtering arithmetic based on FRFT

这种算法需要计算 2 次 FRFT, 计算量较大. 考虑到分数阶傅里叶域的滤波器可以使用扫频滤波器来实现. 扫频滤波器示意图如图 2 所示. 输入信号首先被线性变化的瞬时频率调制做下变频, 然后通过一个自适应线谱增强器 (adaptive line enhancer, ALE), 最后通过上变频还原.



图 2 基于扫频滤波器的自适应滤波算法

Fig.2 Adaptive filtering arithmetic based on swept filter

这里使用 ALE 方法进行正弦信号增强, 增强器结构如图 3 所示.

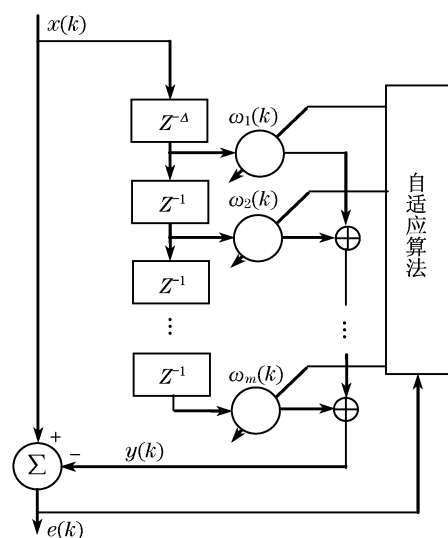


图 3 ALE 线谱增强器结构图

Fig.3 Structure Block of ALE

自适应线谱增强器是一个典型的闭环自适应,图 3 中, $x(k)$ 是采样数据,为基本输入; $\omega_i(k)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 是权系数; $y(k)$ 是实际输出; $e(k)$ 是实际输出与期望输出的差; Z^{-1} 代表一个采样间隔的延时; Δ 为延迟量,对基本输入 $x(k)$ 延迟 Δ 间隔后作为自适应算法的参考输入. 如果自适应算法使用 LMS 算法,权系数更新公式为

$$\boldsymbol{\omega}(k+1) = \boldsymbol{\omega}(k) + 2\mu e(k)x(k) \quad (6)$$

其中: μ 为步长; $\boldsymbol{\omega}(k)$ 是权向量,表示为

$$\boldsymbol{\omega}(k) = [\omega_1(k), \omega_2(k), \dots, \omega_m(k)]$$

ALE 的参考输入不是独立的,而是由基本输入经延时 Δ 个取样间隔而得到的. 在此,将 ALE 的基本原理简述如下: 设基本输入 $x = s + n$, s 表示信号,为 M 个正弦波, n 表示噪声. 假设噪声很强,而且是有色的,其相关时间为 N 个取样间隔. 因此,当延时量 $\Delta > N$ 时,参考输入中的噪声 $n(k - \Delta)$ 将与基本输入中的噪声 $n(k)$ 互不相关. 不相关的 $n(k - \Delta)$ 不可能构成对 $n(k)$ 的合理估计, $n(k - \Delta)$ 通过自适应滤波器只能使输出预估误差增大. 而延时 Δ 只在两输入端的正弦信号之间引入了简单的相移. 只要自适应滤波器参数能恰当地补偿这些相移,并保证增益接近于 1,则正弦信号就能被良好地估计.

3 仿真实例

为验证本文方法的实际效果,下面给出一个基于 Matlab 工具的仿真实例. 观测信号为一个离散 LFM 信号,长度为 2 000 点,频率变化范围为 10~20 Hz,采样率为 1 kHz;加性噪声为零均值的高斯白噪声,信噪比为 0 dB.

根据图 2,利用扫频滤波器实现了信号的分数阶傅里叶变换域自适应滤波,得到增强的 LFM 信号. 图 4 给出了自适应滤波前后的对比图.

使用 FRFT 变换将 LFM 信号转换为正弦信号后,可以利用现有自适应信号增强的算法,同时也可解决低信噪比 LFM 信号的滤波问题.

4 性能分析

FRFT 变换是完备的,满足帕塞瓦尔(Parseval)准则,即

$$\langle f(u), g(u) \rangle = \langle f_p(u_p), g_p(u_p) \rangle \quad (7)$$

具有能量守恒关系

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(u)|^2 du = \int_{-\infty}^{+\infty} |f_p(u_p)|^2 du \quad (8)$$

也就是说 FRFT 变换能够保持信号能量不变. 因此,本算法的信噪比增益主要在自适应滤波器. 本文使用的 ALE 算法的信噪比增益如下^[8]:

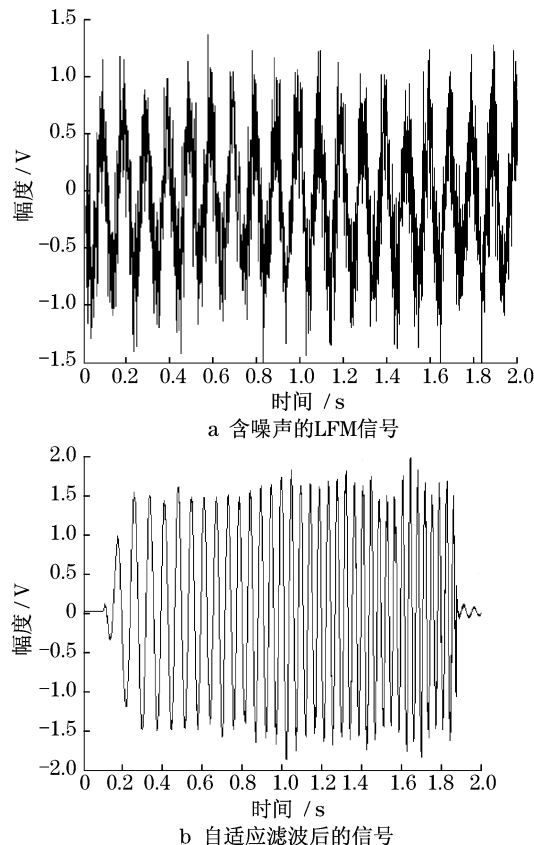


图 4 仿真实例

Fig.4 Instance of simulation

$$\Gamma = \frac{1}{\frac{2}{m} + M \left[1 + \frac{2}{m} \left(1 + \frac{2}{\rho_i} \right) + \frac{4}{m^2 \rho_i} \left(1 + \frac{1}{\rho_i} \right) \right]} \quad (9)$$

式中: m 为滤波器长度; ρ_i 为输入信噪比; M 为失调量,定义为 $M = \mu m \sigma_x^2 / (1 - \mu m \sigma_x^2)$; μ 表示自适应滤波器更新步长; σ_x^2 为滤波器输入 $x(n)$ 的方差.

当噪声为白噪声,信号为单个正弦信号时,输入信噪比定义为 $\rho_i = A^2 / 2\sigma_n^2$. 其中, A 为正弦信号振幅; σ_n^2 为白噪声方差.

若 $\rho_i = 1$ 且 $\sigma_n^2 = 1$ 时, ALE 的信噪比增益与滤波器长度的关系如图 5 所示.

自适应滤波的步长 μ 的选取需要根据实际情况确定. μ 越小,滤波器失调越小,稳态的增益越大,但是收敛慢.

(下转第 1674 页)