

城市轨道交通网络末班车衔接方案的综合优化

徐瑞华, 李璇

(同济大学 交通运输工程学院, 上海 201804)

摘要: 分析了城市轨道交通网络末班车衔接关系的复杂性及影响因素,建立了网络末班车衔接方案优化模型;设计了网络线路衔接关系的图形和矩阵表示法;基于线路衔接关系的矩阵表达,借鉴最小生成树 Kruskal 算法的基本思想,提出了考虑客流需求及运营者的特定衔接需求的网络末班车衔接方案优化算法,并给出了具体算例,表明该算法具有较强的适用性、易于计算机实现,可为城市轨道交通网络运营部门制订网络末班车衔接计划提供决策支持。

关键词: 城市轨道交通网络; 末班车; 衔接方案; 客流需求; 运营需求

中图分类号: U 239.5

文献标识码: A

Comprehensive Optimization for Connection Scheme of Last Trains in Urban Mass Transit Network

XU Ruihua, LI Xuan

(School of Transportation Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: This paper presents an analysis of the complexity and influencing factors of the connection relations among the last trains in urban mass transit network and a model built to optimize the connection scheme of the last trains. And then, this paper presents a design of the graph notation and matrix notation of connection relations among different lines. Based on the matrix notation of connection relations and the consideration of the passenger flow demand and operational demand, an algorithm is derived to optimize the connection scheme of the last trains with a reference to the Kruskal algorithm of minimum spanning tree. A numerical example is given to illustrate the feasibility of the developed algorithm. This algorithm can be easily realized by computer program, which provides a decision support to the operational department of urban mass transit in compiling the connection plan of the last trains of the whole network.

Key words: urban mass transit network; the last train; connection scheme; passenger flow demand; operational demand

经过多年的轨道交通建设,北京、上海、广州等大城市目前已进入轨道交通网络化运营的新阶段。网络化运营条件下,原本独立运营的各线路通过换乘站产生直接或间接的联系,轨道交通客流也通过换乘站实现在不同线路上的流动。由于各线路结束运营的时刻不同,网络上各车站之间的可达关系呈现出动态变化的特点,一条线路的末班车时刻不仅影响到本线乘客的出行,更大程度上通过到达换乘站的时刻将影响扩大到整个路网,末班车时刻制订的合理与否直接关系到乘客能否到达目的地,因此,根据客流流向和流量特点,对网络末班车计划进行协调编制,实现各线路末班车在换乘站的整体合理衔接非常重要。目前,国外涉及城市轨道交通换乘衔接优化的研究^[1-4]主要集中于常规公交与轨道交通列车时刻表的协调优化方面,尚无针对轨道交通系统内部各线路间的末班车衔接问题的研究,国内的研究也处于起步阶段,少数关于城轨末班车的研究^[5-6]存在衔接关系确定的主观性太强、未结合换乘客流特点等问题。

在列车区间运行时分、停站时分及各换乘站的换乘走行时间均已知的前提下,协调编制城市轨道交通网络末班车计划就是根据一定的线路衔接关系逐步推算各条线路上、下行方向的末班车在换乘站的到发时刻及始发时刻,由于网络化运营条件下,网络规模大、换乘站数量多、换乘关系复杂,列车在各换乘站的衔接关系存在相互制约、相互影响,因此制订面向全网络最合理的末班车衔接计划难度很大,而关键则是需要确定基于全网络整体优化的各换乘

收稿日期: 2011-09-06

基金项目: 国家自然科学基金(71071112)

第一作者: 徐瑞华(1963—),男,教授,工学博士,博士生导师,主要研究方向为运输组织现代化。E-mail: rhxu@tongji.edu.cn

通讯作者: 李璇(1985—),女,博士生,主要研究方向为运输规划与管理。E-mail: lixuan_423@126.com

站末班车的推算顺序及衔接关系,这里称为网络末班车衔接方案.本文通过分析确定衔接方案应考虑的因素,建立了网络末班车衔接方案优化模型,并借鉴最小生成树的 Kruskal 算法思想,综合考虑客流需求和运营者的特定衔接需求,提出了网络末班车衔接方案的优化算法.

1 网络末班车衔接关系分析

1.1 单个换乘站末班车衔接关系分析

两线换乘的条件下,末班车在换乘站的衔接具有以下 3 种情形:双方向衔接、单方向衔接和无方向衔接 3 种.其中,双方向衔接即两列末班车的乘客可以相互换乘,由于地铁换乘站大多设置换乘通道,换乘走行时间较长,而双方向衔接要求列车停站时间能够同时满足双向换乘的走行时间要求,实际中较难实现;单方向衔接是只有一列末班车的乘客可以换乘至另一列车,而反向无法换乘,这是最常见的一种衔接状态,也是进行末班车计划协调时重点考虑实现的状态;而无方向衔接即两列末班车的乘客无法相互换乘,此为最差衔接状态,是编制末班车计划时应尽量避免的.

多线换乘条件下,以某一个 N 线换乘站为例,若其中有 N_i 条线路通过此换乘站, N_e 条线路终止于此换乘站,在不考虑同一线路上、下行方向之间的换乘的前提下,该换乘站的末班车换乘衔接关系有 $(2N_i + N_e)^2 - (4N_i + N_e)$ 种,对该换乘站涉及的 $2N$ 列末班车进行到发时刻推算,需要选择其中的 $2N-1$ 个衔接关系作为推算基础,本文将它们称为“主动衔接关系”.

1.2 多个换乘站末班车衔接关系分析

对某一个由 N 条线路组成的城市轨道交通网络而言,路网规模越大,换乘站数量越多,末班车的换乘衔接关系越复杂,对路网中的 $2N$ 列末班车进行时刻推算,需要依据的主动衔接关系为 $2N-1$ 个,每个主动衔接关系都发生在某个换乘站内,将这些换乘站称为“主协调换乘站”.

由于路网中多个换乘站之间的衔接关系存在矛盾,一个换乘站内部的衔接关系之间也存在矛盾,主要表现在以下几个方面:同一个衔接关系不可能在两个换乘站同时实现;形成“回路”的衔接关系不能同时实现(如 LineA 上行→LineB 上行, LineB 上行→LineC 下行, LineC 下行→LineA 上行);两列末班车涉及的两个衔接关系不能同时实现(如 LineA 上

行→LineB 上行和 LineB 上行→LineA 上行).确定网络末班车衔接关系,就是需要从庞大的衔接关系集中选出彼此没有矛盾的主动衔接关系和主协调换乘站,形成一个衔接方案,这是编制网络末班车计划需要解决的关键问题.

2 网络末班车衔接方案优化模型

从城市轨道交通网络运营的基本要求来看,网络末班车衔接需要保证乘客能够到达目的地,即衔接方案优化的目标是使网络换乘站能够换乘到末班车的乘客数量最大化.同时,由于某些特殊的运营需求,运营者可能要求末班车衔接方案要实现某些特定的衔接关系,那么衔接方案优化需要将运营者对衔接关系的特定要求作为约束条件.因此,可建立如下的网络末班车衔接方案优化模型:

$$\max F(X) = \sum_{i=1}^m g_i(X)$$

$$\text{s. t. } X = (x_1, x_2, \dots, x_{2n-1}) \text{ 可行,}$$

$$\tilde{X} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_k),$$

$$\hat{X} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_j) \text{ 可行, } j \leq k \text{ 且 } \hat{X} \subseteq \tilde{X},$$

$$\hat{X} \subseteq X.$$

式中: X 是包含 $2n-1$ 个主动衔接关系的衔接方案,当这些衔接关系不存在矛盾时,称 X 为可行衔接方案, n 为路网的线路数; m 为路网的换乘站数; $g_i(X)$ 是衔接方案为 X 时,第 i 个换乘站内能够换乘至末班车的乘客数量; \tilde{X} 是运营者要求实现的特定衔接关系集合,包含 k 个衔接关系, \hat{X} 是 \tilde{X} 的子集;同时, $\hat{X} \subseteq X$ 保证衔接方案考虑了运营者对衔接关系的特殊需求,但衔接方案中包含的特定衔接关系彼此间不能存在矛盾,因此,第三个约束条件要求 \hat{X} 可行.

路网线路数量越多,可行衔接方案数也越多,即 X 的可行域越大,且可行衔接方案与路网结构相关,无法用数学公式将 X 的可行域表达出来,则无法通过对比不同可行解的目标函数值来找出最优解,因此用传统优化方法或启发式搜索算法均很难求解.本文放弃对比寻优的求解思路,直接以优化目标为导向,来确定能够使目标函数最大化的最优衔接方案,通过分析将其转化为最大生成树问题,借鉴 Kruskal 算法的基本思想,提出了基于乘客换乘需求和运营者的特定衔接需求的网络末班车衔接方案优化算法.

路网的线路衔接关系的赋权无向图。

3.3 线路衔接关系的矩阵表示法

上例中,路网的线路条数 $n=4$,线路两两相交的交点数 $k=6$,其对应的赋权有向图中的顶点数为 8,弧数为 24。而实际的城市轨道交通路网线路数更多,线路之间的关系更为复杂,对应的赋权无向图中的

元素数量将更大,下面考虑用矩阵的形式来表示赋权无向图包含的顶点与顶点及顶点与边的关联关系。

构造一个 $2n \times 2n$ 矩阵(n 为路网线路数) $B = (b_{ip,jq})_{2n \times 2n}$,行标号和列标号对应图 G 中的顶点下标($i, j \in \{1, 2, \dots, n\}, i \neq j; p, q \in \{1, 2\}$),其中,

表 1 图 1 路网的换乘客流量表

Tab.1 The volume of transfer passenger flow of Fig.1

	L_1 上	L_1 下	L_2 上	L_2 下	L_3 上	L_3 下	L_4 上	L_4 下
L_1 上			$a(23)$	$a(25)$	$a(18)$	$a(39)$	$c(15);g(20)$	$c(31);g(33)$
L_1 下			$a(40)$	$a(24)$	$a(74)$	$a(29)$	$c(21);g(27)$	$c(32);g(35)$
L_2 上	$a(66)$	$a(26)$			$a(19)$	$a(41)$	$b(44);e(50)$	$b(52);e(46)$
L_2 下	$a(54)$	$a(47)$			$a(22)$	$a(28)$	$b(51);e(30)$	$b(56);e(38)$
L_3 上	$a(36)$	$a(13)$	$a(34)$	$a(79)$			$d(57)$	$d(59)$
L_3 下	$a(22)$	$a(55)$	$a(17)$	$a(43)$			$d(58)$	$d(60)$
L_4 上	$c(16);g(10)$	$c(14);g(11)$	$b(62);e(63)$	$b(64);e(65)$	$d(71)$	$d(80)$		
L_4 下	$c(61);g(42)$	$c(73);g(68)$	$b(70);e(53)$	$b(83);e(90)$	$d(75)$	$d(37)$		

$$b_{ip,jq} = \begin{cases} \max_{m=1}^z \{w_{ip \rightarrow jq, m}\}, & \text{如果 } i \neq j \text{ 且 } \max_{m=1}^z \{w_{ip \rightarrow jq, m}\} \\ \max_{m=1}^z \{w_{ip \rightarrow jq, m} + w_{jq \rightarrow ip, m}\}, & \\ 0, & \text{否则.} \end{cases}$$

与上文相同, $w_{ip \rightarrow jq, m}$ 仍表示在换乘站 m 由线路 i 的 p 方向换乘至线路 j 的 q 方向的客流量。 B 中不为零的元素个数与图 G 中边集 E 的元素个数相同, 为 $4k$ (k 的意义同上)。在矩阵 B 外的左边一列及上方一行标出了图 G 的诸顶点(全文同), 分别表示衔接关系中的起线方向和到线方向, 如下侧矩阵所示。

$$B = \begin{matrix} & v_{11} & v_{12} & v_{21} & v_{22} & \dots & \dots & v_{n1} & v_{n2} \\ \begin{matrix} v_{11} \\ v_{12} \\ v_{21} \\ v_{22} \\ \vdots \\ \vdots \\ v_{n1} \\ v_{n2} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & b_{11,21} & b_{11,22} & \dots & \dots & b_{11,n1} & b_{11,n2} \\ 0 & 0 & b_{12,21} & b_{12,22} & \dots & \dots & b_{12,n1} & b_{12,n2} \\ b_{21,11} & b_{21,12} & 0 & 0 & \dots & \dots & b_{21,n1} & b_{21,n2} \\ b_{22,11} & b_{22,12} & 0 & 0 & \dots & \dots & b_{22,n1} & b_{22,n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_{41,11} & b_{41,12} & b_{41,21} & b_{41,22} & \dots & \dots & 0 & 0 \\ b_{42,11} & b_{42,12} & b_{42,21} & b_{42,22} & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

图 1 所示路网对应的矩阵如下侧矩阵所示。以 L_1 上行和 L_2 上行这一对线路为例, 它们涉及 2 个衔接关系, L_1 上行 $\rightarrow L_2$ 上行和 L_2 上行 $\rightarrow L_1$ 上行, 对照表 1 可知, 前者在换乘站 a 的换乘客流量为 23, 后者在换乘站 a 的换乘客流量为 66, 两者中较大者为 66, 根据对线路衔接关系矩阵的定义, $b_{11,21} = 0$ 且 $b_{21,11} = 66$ 。其他矩阵元素的确定方法同上, 由于换乘站与换乘客流量一一对应, 线路衔接关系的矩阵表达间接包含了线路衔接所在的换乘站的信息。

$$B = \begin{matrix} & v_{11} & v_{12} & v_{21} & v_{22} & v_{30} & v_{32} & v_{41} & v_{42} \\ \begin{matrix} v_{11} \\ v_{12} \\ v_{21} \\ v_{22} \\ v_{31} \\ v_{32} \\ v_{n1} \\ v_{n2} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 39 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 0 & 74 & 0 & 27 & 0 \\ 66 & 0 & 0 & 0 & 0 & 41 & 0 & 0 \\ 66 & 47 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 36 & 0 & 34 & 79 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 56 & 0 & 43 & 0 & 0 & 0 & 60 \\ 0 & 0 & 63 & 65 & 71 & 80 & 0 & 0 \\ 61 & 73 & 70 & 90 & 75 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

4 网络末班车衔接方案优化算法

求最小生成树的 Kruskal 算法是在给定图的基础上, 根据边的权值依次找出权值最小的边加入生成树, 直至生成树包含原图中的所有节点, 即形成最小生成树, 规定每次添加的边不能造成生成树有回路^[7]。该算法的思路和流程同样适用于求最大生成树, 如前所述, 网络末班车衔接方案优化问题可以转化为求连通赋权无向图的最大生成树的问题, 因此, 本文借鉴 Kruskal 算法的基本思想, 基于线路衔接关系的矩阵表示, 设计网络末班车衔接方案优化算法。

4.1 考虑乘客换乘需求的基本算法

根据“在无回路的条件下优先选取较大的元素”这一原则, 从矩阵 B 中逐个挑选出 $2n-1$ 个元素, 依次添加到主动衔接关系集合 E 中, 算法步骤如下:

(1) 取 $E = \emptyset$, E 中元素个数记为 $\text{card}(E) = 0$;

(2) 找出 B 中的最大元素 $\bar{b}_{ip,jq} = \max_{i,p,j,q} \{b_{ip,jq}\}$,

进行标记, 并添加到集合 E 中, $E = E \cup \{\bar{b}_{ip,jq}\}$, $\text{card}(E) = 1$ 。将该元素的行标和列标对应的 4 个顶

点 v_{ip} 和 v_{jq} 在矩阵外进行标记;

(3) 在矩阵 \mathbf{B} 未标记过的元素中寻找当前最大元素, 该元素须满足行标或列标对应的顶点已标记, 且为了避免形成回路, 该元素的行标和列标对应的顶点不能同时已标记, 即 $\bar{b}_{ip,jq} = \max_{i,p,j,q} \{b_{ip,jq} \mid b_{ip,jq} \notin E \text{ 且 } (v_{ip} \text{ 已标记且 } v_{jq} \text{ 未标记} \text{ 或 } v_{ip} \text{ 未标记且 } v_{jq} \text{ 已标记})\}$, 找出后将该元素进行标记, 并添加到集合 E 中, $E = E \cup \{\bar{b}_{ip,jq}\}$, $\text{card}(E) += 1$. 并将其行标和列标对应的顶点中未标记的 2 个进行标记;

(4) 判断是否所有的顶点都已标记且 $\text{card}(E) = 2n - 1$, 若是, 则算法终止, 得到最优的主动衔接关系集合 E^* . 由运营单位指定末班车时刻推算的起始线路方向, 即可以该线路方向为树根, 根据集合 E^* , 对照线路衔接关系矩阵, 绘制出各线路方向末班车时刻的推算关系图 T^* (如图 3 所示). T^* 是一个无圈连通图, 即为树, 并且 T^* 是无向图, 其各条边上的箭头仅表示边关联的两个顶点所代表的线路方向间的换乘衔接关系. 若否, 则转步骤(3).

4.2 满足特定衔接需求的改进算法

在实际运营中, 运营者可能对末班车的衔接关系有某些特定的要求, 如大型活动举办期间, 城市轨道交通作为大容量的公共交通工具, 将承担最主要的客流集散任务, 为了做好散场客流的运输, 保证乘客可以从直接服务于大型活动的线路换乘至其他线路到达目的地, 运营者将结合活动结束后时间及散场客流特点指定一些必须成立的末班车衔接关系, 此时就要在满足这些特定衔接需求的基础上进行网络末班车衔接关系优化, 下面给出具体的改进算法.

运营者指定多个换乘站的多个衔接关系必须实现, 它们构成基准衔接关系集 R , 记 R 中包含的带方向别的线路集为 $V_{\text{基准}}$ ($V_{\text{基准}} \in V$), 线路条数记为 s , 将推算算法分为三大步骤进行:

第一步, 确定属于 $V_{\text{基准}}$ 的线路推算关系. 首先, 用 3.1 节所述方法将 R 中衔接关系表示为一个有向图 $D_{\text{基准}}$, 判断 $D_{\text{基准}}$ 是否为连通图.

若 $D_{\text{基准}}$ 为连通图, 则按照以下步骤进行: (1) 构造基准衔接关系矩阵, 记为 $\mathbf{B}_{\text{基准}} = (b_{ip,jq})_{s \times s}$, 构造方法与线路衔接关系矩阵 \mathbf{B} 相同, 但只需将 R 中包含的衔接关系对应的换乘客流量表示在 $\mathbf{B}_{\text{基准}}$ 中的相应元素位置, 其余位置元素都为 0, 若 R 中针对一对带方向别的线路存在多于 1 个的衔接关系 (协调换乘站不同或衔接方向不同), 则取其中换乘客流量最大的一个填入矩阵中的相应位置; (2) 以 $\mathbf{B}_{\text{基准}}$ 为基础,

按照 3.1 节所述推算步骤, 可得到基准主动衔接关系集 $E_{\text{基准}}$.

若 $D_{\text{基准}}$ 为分离图, 则可将 $D_{\text{基准}}$ 分为若干个连通子图 (连通子图的数目记为 h), 对每个连通子图, 分别按照上述连通图的步骤进行推算. 对于只包含两个节点的连通子图, 无需推算, 其对应的基准主动衔接关系子集只包含一个元素, 即图中唯一弧的权值. 最终, 可得到 h 个基准主动衔接关系子集, $E_{\text{基准}} = E_{\text{基准}1} \cup E_{\text{基准}2} \cup \dots \cup E_{\text{基准}h}$.

第二步, 确定全路网分方向线路的推算关系. 首先, 构造全路网线路衔接关系矩阵 \mathbf{B} .

若 $D_{\text{基准}}$ 为连通图, 则将不属于 $V_{\text{基准}}$ 的线路与路网其他线路的衔接关系在 \mathbf{B} 中表示出来, 接着按照以下步骤进行: (1) 取 $E = E_{\text{基准}}$, $\text{card}(E) = \text{card}(E_{\text{基准}})$, 将属于 $V_{\text{基准}}$ 的顶点在矩阵 \mathbf{B} 外进行标记; (2) 在 \mathbf{B} 未标记过的元素中寻找最大元素, 该元素须满足行标或列标对应的顶点已标记, 且不能同时已标记, 即 $\bar{b}_{ip,jq} = \max_{i,p,j,q} \{b_{ip,jq} \mid b_{ip,jq} \notin E \text{ 且 } (v_{ip} \text{ 已标记且 } v_{jq} \text{ 未标记} \text{ 或 } v_{ip} \text{ 未标记且 } v_{jq} \text{ 已标记})\}$, 找出后将该元素进行标记, 并添加到集合 E 中, $E = E \cup \{\bar{b}_{ip,jq}\}$, $\text{card}(E) += 1$, 并将其行标和列标对应的顶点中未标记的 2 个进行标记; (3) 判断是否所有的顶点都已标记, 若是, 则算法终止. 若否, 则转步骤(2).

若 $D_{\text{基准}}$ 为分离图, 则在矩阵 \mathbf{B} 中, 表示出不属于 $V_{\text{基准}}$ 的线路与路网其他线路的衔接关系, 及分属于不同连通子图的线路间的衔接关系, 接着按照以下步骤进行: (1) 取 $E = E_{\text{基准}1}$, $\text{card}(E) = \text{card}(E_{\text{基准}1})$, 将属于 $V_{\text{基准}1}$ 的顶点在矩阵 \mathbf{B} 外进行标记; (2) 在 \mathbf{B} 未标记过的元素中寻找最大元素, 该元素须满足行标或列标对应的顶点已标记, 且不能同时已标记, 找出后将该元素进行标记, 并添加到集合 E 中, $E = E \cup \{\bar{b}_{ip,jq}\}$, $\text{card}(E) += 1$, 并将其行标和列标对应的顶点中未标记的 2 个进行标记, 若这 2 个顶点属于 $D_{\text{基准}}$ 的某个连通子图, 则将该连通子图对应的 $E_{\text{基准}i} \mid i \in \{2, 3, \dots, h\}$ 添加到 E 中, $E = E \cup E_{\text{基准}i}$, $\text{card}(E) += \text{card}(E_{\text{基准}i})$, 同时, 将属于 $V_{\text{基准}i}$ 的顶点在矩阵 \mathbf{B} 外进行标记; (3) 判断是否所有的顶点都已标记, 若是, 则算法终止. 若否, 则转步骤(2).

第三步, 根据最终得到的主动衔接关系集合 E^* , 绘制路网末班车时刻的推算关系图 T^* .

5 算例

以 2.2 节中路网为例, 结合对矩阵元素和顶点

的标记过程(以“□”作标记),来说明基本算法的步骤:a—b—c—d—e—f—g.

	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{30}	v_{32}	v_{41}	v_{42}
v_{11}	0	0	0	0	0	39	20	0
v_{12}	0	0	40	0	74	0	27	0
v_{21}	66	0	0	0	0	41	0	0
v_{22}	54	47	0	0	0	0	0	0
v_{31}	36	0	34	79	0	0	0	0
v_{32}	0	55	0	43	0	0	0	60
v_{41}	0	0	63	65	71	80	0	0
v_{42}	61	73	70	90	75	0	0	0

$$a E = \{90\}$$

	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{31}	v_{32}	v_{41}	v_{42}
v_{11}	0	0	0	0	0	39	20	0
v_{12}	0	0	40	0	74	0	27	0
v_{21}	66	0	0	0	0	41	0	0
v_{22}	54	47	0	0	0	0	0	0
v_{31}	36	0	34	79	0	0	0	0
v_{32}	0	55	0	43	0	0	0	60
v_{41}	0	0	63	65	71	80	0	0
v_{42}	61	73	70	90	75	0	0	0

$$b E = \{90, 79\}$$

	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{30}	v_{32}	v_{41}	v_{42}
v_{11}	0	0	0	0	0	39	20	0
v_{12}	0	0	40	0	74	0	27	0
v_{21}	66	0	0	0	0	41	0	0
v_{22}	54	47	0	0	0	0	0	0
v_{31}	36	0	34	79	0	0	0	0
v_{32}	0	55	0	43	0	0	0	60
v_{41}	0	0	63	65	71	80	0	0
v_{42}	61	73	70	90	75	0	0	0

$$c E = \{90, 79, 74\}$$

	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{30}	v_{32}	v_{41}	v_{42}
v_{11}	0	0	0	0	0	39	20	0
v_{12}	0	0	40	0	74	0	27	0
v_{21}	66	0	0	0	0	41	0	0
v_{22}	54	47	0	0	0	0	0	0
v_{31}	36	0	34	79	0	0	0	0
v_{32}	0	55	0	43	0	0	0	60
v_{41}	0	0	63	65	71	80	0	0
v_{42}	61	73	70	90	75	0	0	0

$$d E = \{90, 79, 74, 71\}$$

	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{30}	v_{32}	v_{41}	v_{42}
v_{11}	0	0	0	0	0	39	20	0
v_{12}	0	0	40	0	74	0	27	0
v_{21}	66	0	0	0	0	41	0	0
v_{22}	54	47	0	0	0	0	0	0
v_{31}	36	0	34	79	0	0	0	0
v_{32}	0	55	0	43	0	0	0	60
v_{41}	0	0	63	65	71	80	0	0
v_{42}	61	73	70	90	75	0	0	0

$$e E = \{90, 79, 74, 71, 80\}$$

	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{31}	v_{32}	v_{41}	v_{42}
v_{11}	0	0	0	0	0	39	20	0
v_{12}	0	0	40	0	74	0	27	0
v_{21}	66	0	0	0	0	41	0	0
v_{22}	54	47	0	0	0	0	0	0
v_{31}	36	0	34	79	0	0	0	0
v_{32}	0	55	0	43	0	0	0	60
v_{41}	0	0	63	65	71	80	0	0
v_{42}	61	73	70	90	75	0	0	0

$$f E = \{90, 79, 74, 71, 80, 70\}$$

	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{31}	v_{32}	v_{41}	v_{42}
v_{11}	0	0	0	0	0	39	20	0
v_{12}	0	0	40	0	74	0	27	0
v_{21}	66	0	0	0	0	41	0	0
v_{22}	54	47	0	0	0	0	0	0
v_{31}	36	0	34	79	0	0	0	0
v_{32}	0	55	0	43	0	0	0	60
v_{41}	0	0	63	65	71	80	0	0
v_{42}	61	73	70	90	75	0	0	0

$$g E^* = \{90, 79, 74, 71, 80, 70, 66\}$$

设 L_4 下行方向为起始线路方向,那么根据 E^* 和线路衔接关系矩阵,可得到以 v_{42} 为树根的路网末班车时刻推算关系图 T^* ,如图 3a 所示.由于换乘客流量数值彼此不同,线路衔接关系与换乘客流量是一一对应的,所以根据 E^* 和 T^* ,对照换乘客流量表,可得到表 2 所示的路网末班车时刻推算关系表.

若运营者指定衔接关系{换乘站 d 的 L_4 上行 \rightarrow L_3 下行,换乘站 a 的 L_3 下行 \rightarrow L_1 下行}必须成立,那么利用改进算法可得到主动衔接关系集 $E'^* = \{80, 55, 74, 79, 90, 70, 66\}$,及图 3b 所示的最优生成树 T'^* .

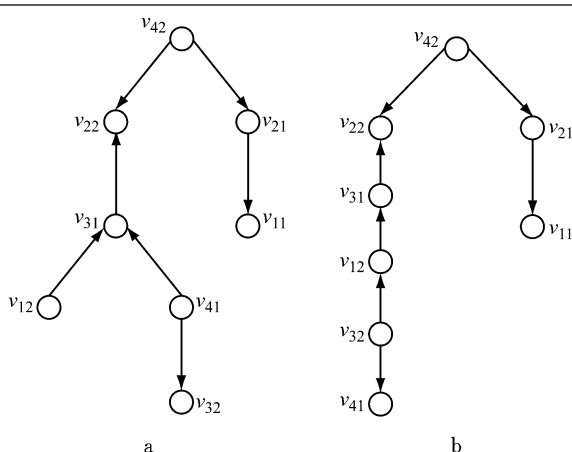


图 3 路网末班车时刻的推算关系图

Fig.3 The calculation relationship graph of the last trains in urban mass transit network

表 2 路网各线路方向的末班车时刻推算关系表

Tab.2 The calculation relationship table of all the last trains in urban mass transit network

序号	推算关系	主动衔接关系	主协调换乘站
1	L_4 下行 $\Rightarrow L_2$ 下行	L_4 下行换乘至 L_2 下行	e
2	L_2 下行 $\Rightarrow L_3$ 上行	L_3 上行换乘至 L_2 下行	a
3	L_3 上行 $\Rightarrow L_1$ 下行	L_1 下行换乘至 L_3 上行	a
4	L_3 上行 $\Rightarrow L_4$ 上行	L_4 上行换乘至 L_3 上行	d
5	L_4 上行 $\Rightarrow L_3$ 下行	L_4 上行换乘至 L_3 下行	d
6	L_4 下行 $\Rightarrow L_2$ 上行	L_4 下行换乘至 L_2 上行	b
7	L_2 上行 $\Rightarrow L_1$ 上行	L_2 上行换乘至 L_1 上行	a

6 结语

为了提高网络化运营条件下城市轨道交通客运服务水平,运营管理部门应在准确把握路网客流特点的基础上,协调优化网络末班车计划,促成各线末班车在换乘站的合理衔接.本文基于乘客的换乘需求及运营者的特定衔接需求,提出了网络末班车衔接方案优化模型和算法,通过该算法可最终得到以某个指定起始线路方向为基础的网络末班车时刻推算关系表,基于该推算关系表,设定起始线路方向的

末班车始发时刻,依据列车区间运行时分、停站时分、换乘衔接时间,可逐步推算其余各线路方向的末班车在主协调换乘站的到发时刻,继而计算出末班车的始发时刻及在所有车站的到发时刻,则最终得到基于网络整体优化的末班车衔接时刻表.本算法的适用性强,可以辅助城市轨道交通网络的末班车计划编制.

参考文献:

- [1] Younan B J. Improving transit service connectivity: the application of operations planning and operations control strategies [D]. Cambridge: Department of Civil and Environmental Engineering of Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- [2] Lee K T. Optimization of timed transfers in transit terminals [D]. College Park: University of Maryland, 1993.
- [3] Ting C J. Transfer coordination in transit network [D]. College Park: University of Maryland, 1997.
- [4] Chung E H. Transfer coordination model and real-time strategy for inter-modal transit services [D]. Toronto: Department of Civil Engineering of University of Toronto, 2009.
- [5] 徐瑞华, 张铭, 江志彬. 基于线网运营协调的城市轨道交通首末班列车发车时间域研究[J]. 铁道学报, 2008, 30(2): 7.
XU Ruihua, ZHANG Ming, JIANG Zhibin. Study on departure time domain of the first and last trains of urban mass transit network based on operation coordination [J]. Journal of the China Railway Society, 2008, 30(2): 7.
- [6] 罗钦, 徐瑞华, 江志彬, 等. 基于运行图的轨道交通网络动态可达性研究[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38(1): 72.
LUO Qin, XU Ruihua, JIANG Zhibin, et al. Dynamic accessibility of urban mass transit network based on train diagram [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(1): 72.
- [7] 龚劬. 图论与网络最优化算法[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 2009.
GONG Xun. Graph theory and network optimization algorithm [M]. Chongqing: Chongqing University Press, 2009.