

基于板底脱空的水泥混凝土道面结构理论分析

张 宏^{1,2}, 凌建明¹, 袁 捷¹, 钱劲松¹

(1. 同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804; 2. 内蒙古大学 交通学院, 内蒙古 呼和浩特 010070)

摘要: 地基的不均匀沉降将使水泥混凝土道面处于不利受力状态, 当板下产生脱空时, 板在自重作用下将产生相当于恒载的附加应力, 影响道面结构的疲劳寿命. 针对盾构穿越机场水泥混凝土道面导致板底脱空的现象, 构建了自重作用下水泥混凝土道面板底脱空的力学模型, 并利用板壳力学有关理论推演了面层板的应力和挠度公式

关键词: 脱空; 水泥混凝土道面; 不均匀沉降; 应力; 挠度
中图分类号: U416.2 **文献标识码:** A

Theory Analysis of Cement Concrete Pavement Structure Based on Existence of Disengaging Under Slab

ZHANG Hong^{1,2}, LING Jianming¹, YUAN Jie¹, QIAN Jingsong¹

(1. Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Transportation Institute of Inner Mongolia University, Huhehaote 010070, China)

Abstract: Differential settlement of foundation will result in adverse state of cement concrete pavement, additional force is induced by self weight while existing disengaging under slab and fatigue life of pavement is affected. Mechanical model of existence of disengaging under slab is established under self weight and formula of stress and deflection of slab are derived by related theory of plate and shells based on existence of disengaging under slab induced by the shield driving method.

Key words: disengaging; cement concrete pavement; differential settlement; stress; deflection

水泥混凝土道面与其他材料铺筑而成的道面相比, 具有强度高、刚度大、板体性好及扩散荷载能力强的特点, 因此路面结构的承载能力主要由面层提

供, 传到基层与地基顶面的荷载应力很小, 水泥混凝土道面对面层下的基层与土基不要求强度高或承载力大, 而需要能够为面层提供稳定、均匀、平整的支承^[1].

然而, 当地基出现不均匀沉降变形时, 特别是当差异沉降程度比较严重时, 面层板无法跟随地基变形, 道面与地基不能协同工作, 面层板内将产生比较可观的附加应力, 使其处于不利受力状态. 在荷载、温度及湿度变化所产生的应力的反复作用下, 影响其疲劳寿命, 加速道面的疲劳破坏, 导致相关病害发生^[2].

周虎鑫^[3-5]、刘银生^[6]、孙德志^[7]、凌建明^[8]等学者利用有限元数值模拟方法研究了常见的软弱地基不均匀沉降、填挖交替或新老填土交替、季节性冰冻地区的不均匀冻胀等对上承道面结构的影响. 对于地下工程活动引致的地基不均匀沉降形成的水泥混凝土道面板底脱空的结构响应分析并不多见. 本文主要从理论上推演盾构穿越水泥混凝土道面导致板底脱空状态下水泥混凝土道面的应力和挠度方程.

1 力学模型

盾构周围土体不可避免地将受到盾构施工扰动作用的影响, 其原有的自然状态被破坏, 盾构通过后在原有地层形成圆形孔洞, 造成一定的地层损失, 改变了土层的物理力学状态, 从而导致周围土层变位、地面发生沉降变形. 当盾构施工引致的不均匀沉降使得水泥混凝土道面无法跟随地基变形时, 则面层板与地基发生脱空, 根据其物理模型可抽象简化为一承受均匀载荷(面层板自重)和轴向力作用下的简支矩形板, 如图 1 所示.

由图 1 可见, 在自重作用下, 水泥混凝土道面板由于地基的不均匀沉降而发生局部脱空的道面结构

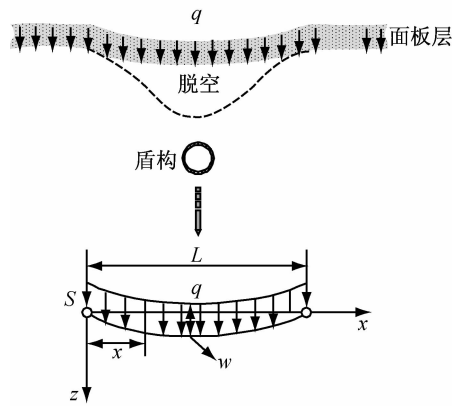


图 1 承受均匀荷载 q 和轴向力 S 作用下简支矩形板示意图

Fig.1 Schematic diagram of simply supported rectangular plate under uniform load q and axial force S

可转化为一在均布荷载(自重)作用下的长矩形板,在弯曲时其两边可以自由转动,但不能彼此相向移动.由板上截取相距为一单位长并与板长相垂直的两平行面的一单元条进行分析.单元条受均布自重荷载 q 和轴向力 S 作用,轴力 S 的大小应足以阻止单元条的两端在 x 轴向方向的相对移动.

上述单元条的挠度曲线方程为

$$\begin{cases} D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \\ D \frac{d^2y}{dx^2} = -M \end{cases} \tag{1}$$

式中: D 为抗弯刚度; E 为弹性模量; h 为板厚; μ 为泊松比; M 为弯矩.

单元条在任何横截面上的弯矩为

$$M = \frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2} - Sw \tag{2}$$

将式(1)代入式(2),可得

$$\frac{d^2w}{dx^2} - \frac{Sw}{D} = -\frac{qL}{2D} + \frac{qx^2}{2D} \tag{3}$$

令 $u^2 = \frac{SL^2}{D^2}$, 则方程(3)的通解为

$$w = C_1 \sinh \frac{2ux}{L} + C_2 \cosh \frac{2ux}{L} + \frac{qL^3x}{8u^2D} - \frac{qL^2x^2}{8u^2D} - \frac{qL^4}{16u^4D} \tag{4}$$

由边界条件可知

$$\begin{cases} x = 0 & w = 0 \\ x = L & w = 0 \end{cases} \tag{5}$$

代入式(4)可得

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{qL^4}{16u^4D} \frac{1 - \cosh 2u}{\sinh 2u} \\ C_2 &= -\frac{qL^4}{16u^4D} \end{aligned} \tag{6}$$

则将式(6)代入式(4)得

$$w = \frac{qL^4}{16u^4D} \left(\frac{1 - \cosh 2u}{\sinh 2u} \sinh \frac{2ux}{L} + \cosh \frac{2ux}{L} - 1 \right) + \frac{qL^3x}{8u^2D} - \frac{qL^2x^2}{8u^2D} \tag{7}$$

利用 $\cosh 2u = \cosh^2 u + \sinh^2 u$, $\sinh 2u = 2\sinh u \cosh u$, $\cosh^2 u = 1 + \sinh^2 u$ 之间的转化关系,将式(7)化简为

$$w = \frac{qL^4}{16u^4D} \left(\frac{-\sinh u \sinh \frac{2ux}{L} + \cosh u \cosh \frac{2ux}{L}}{\cosh u} - 1 \right) + \frac{qL^2x}{8u^2D}(L-x) =$$

$$\frac{qL^4}{16u^4D} \left[\frac{\cosh u(1 - \frac{2x}{L})}{\cosh u} - 1 \right] + \frac{qL^2x}{8u^2D}(L-x) \tag{8}$$

从式(8)可见,挠度 w 随参数 u 而变化,而参数 u 的值又是轴向力 S 的函数.力 S 可由单元条两端沿 x 轴方向不能移动这一边界条件决定.所以轴向力 S 使单元条产生的长度变化等于挠度曲线与原长 L 之差,即

$$\Delta L = \int_0^L (ds - dx) = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \tag{9}$$

式中: s 为弧度.

由于单元条两侧面为其相邻部分所限制,同时为了保持板在弯曲时的连续性,板在 y 方向侧向应变为零,由此可得

$$\Delta L = \frac{S(1-\mu^2)L}{hE} = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \tag{10}$$

将式(8)代入式(10)并进行积分,则可得如下计算轴向力 S 的方程:

$$\begin{aligned} \frac{S(1-\mu^2)L}{hE} &= \frac{q^2L^7}{D^2} \left(\frac{5}{256} \frac{\tanh u}{u^7} + \frac{1}{256} \frac{\tanh^2 u}{u^6} - \frac{5}{256u^6} + \frac{1}{384u^4} \right) \end{aligned} \tag{11}$$

由 $u^2 = \frac{SL^2}{D^2}$, 可得

$$S = 4u^2D/L^2 \tag{12}$$

将式(12)及板的抗弯刚度 D 的表达式代入式(11),最终可得方程

$$\begin{aligned} \frac{E^2h^8}{(1-\mu^2)^2qL^8} &= \frac{135}{16} \frac{\tanh u}{u^9} + \frac{27}{16} \frac{\tanh^2 u}{u^8} - \frac{135}{16u^8} + \frac{9}{8u^6} \end{aligned} \tag{13}$$

从式(13)不难发现,如果材料及比值 h/L 和载荷 q 都已给定,方程的左边可以立刻计算出来,而满足方程的 u 值,可通过试验校正法求得,进而可求得轴向力 S .

单元条的任意横截面上的总应力由弯曲应力 σ_{2x} 和拉应力 σ_{1x} 组成. 弯曲应力 σ_{2x} 与弯矩 M 成正比, 拉应力 $\sigma_{1x}=S/h$,沿单元条长度方向为常数,最大应力发生在单元条的中间,因为中间的弯矩最大. 同时,由于水泥混凝土路面板所能承受的弯拉应力有一定的限制,即存在容许弯拉应力 $[\sigma_{x\max}]$,因此道面的脱空挠度受到面层板材料容许弯拉应力 $[\delta_{x\max}]$ 的限制. 据此,可推得在总应力(拉应力 σ_{1x} 与弯曲应力 $\delta_{2x\max}$ 之和)小于材料容许弯拉应力 $[\delta_{x\max}]$ 的限制条件下,与不同挠度 w 对应的最大弯拉应力 σ_{2x} .

由式(1)单元条的挠度曲线方程可得最大弯矩为

$$M_{\max}=-D(\frac{d^2w}{dx^2})_{x=L/2}$$

(14)

根据式(2)单元条在任何截面上的弯矩表达式可得

$$M_{\max}|_{x=L/2}=\frac{qL}{2}x-\frac{qx^2}{2}-Sw\Big|_{x=L/2}=\frac{qL^2}{8}-Sw\Big|_{x=L/2}$$

(15)

弯曲拉应力 σ_{2x} 为

$$\sigma_{2x}=-\frac{Ez}{1-\mu^2}\cdot\frac{d^2w}{dx^2}$$

(16)

将式(1)单元条的挠度曲线方程代入式(16)可得

$$\begin{aligned}\sigma_{2x} &= -\frac{Ez}{1-\mu^2}\frac{d^2w}{dx^2} = \\ &= -\frac{Ez}{1-\mu^2}\left(-\frac{M}{D}\right) = \\ &= \frac{Ez}{1-\mu^2}\frac{12(1-\mu^2)}{Eh^3}M = \\ &= \frac{12z}{h^3}M\end{aligned}$$

(17)

则当 $z=h/2,M=M_{\max}$ 时,弯拉应力 σ_{2x} 可取得最大最值,即

$$\sigma_{2x\max}=\frac{12z}{h^3}M\Big|_{z=h/2,M=M_{\max}}=\frac{6}{h^2}M_{\max}$$

(18)

将式(2)代入式(18)可得

$$\sigma_{2x\max}=\frac{6}{h^2}(\frac{qL^2}{8}-Sw)\Big|_{x=L/2}$$

(19)

将根据总应力(拉应力 σ_{1x} 与弯曲应力 $\delta_{2x\max}$ 之和)小于材料容许弯拉应力 $[\delta_{x\max}]$ 的限制条件可得

$$\sigma_{2x\max}+\sigma_{1x}\leqslant[\sigma_{x\max}]\Rightarrow$$

$$\frac{S}{h}+\frac{6}{h^2}(\frac{qL^2}{8}-Sw)\Big|_{x=L/2}\leqslant[\sigma_{x\max}]$$

(20)

将挠度 w 表达式(8)代入式(20)可得

$$\begin{aligned}\frac{S}{h}+\frac{6}{h^2}\Big\{\frac{qL^2}{8}-S\Big\{\frac{qL^4}{16u^4D}\Big[\frac{\cosh u(1-\frac{2x}{L})}{\cosh u}-1\Big]+\frac{qL^2x}{8u^2D}(L-x)\Big\}\Big\}\Big|_{x=L/2} &= \frac{S}{h}+\frac{6}{h^2}\Big\{\frac{qL^2}{8}-S\Big\{\frac{qL^4}{16u^4D}\Big[\frac{\cosh u(1-\frac{2(L/2)}{L})}{\cosh u}-1\Big]+\frac{qL^2(L/2)}{8u^2D}(L-\frac{L}{2})\Big\}\Big\} \\ &= \frac{S}{h}+\frac{6qL^2}{8h^2}-\frac{6S}{h^2}\frac{qL^4}{16u^4D}\Big[\frac{1-\cosh u}{\cosh u}\Big]+\frac{6S}{h^2}\frac{qL^4}{32u^2D}\leqslant[\sigma_{x\max}]\end{aligned}$$

(21)

将 $u^2=\frac{SL^2}{D^4}$ 代入式(21)得

$$\begin{aligned}\frac{S}{h}+\frac{6qL^2}{8h^2}-\frac{6}{h^2}\frac{qD}{S}\Big[\frac{1-\cosh(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{S}{D}})}{\cosh(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{S}{D}})}\Big]+\\ \frac{3}{h^2}\frac{qL^2}{4}\leqslant[\sigma_{x\max}]\end{aligned}$$

(22)

可见,当材料的容许弯拉应力 $[\sigma_{x\max}]$ 、面层板厚度 h 、板的抗弯刚度 D 、脱空区域 L 及均布荷载 q 都已给定,则可根据方程(16)求得脱空条件下水泥混凝土受自重应力不被弯拉应力损坏时的轴向力 S ,将轴向力 S 代入挠度公式(8),则可求得脱空条件下相应的最大允许挠度.

2 结语

对道面结构受力状态产生不利影响的地基不均匀沉降常见于软弱地基不均匀沉降、填挖交替或新老填土交替、季节性冰冻地区的不均匀冻胀等. 但随着城市地下工程项目的日益增多,由地下工程(如顶管法、盾构法等暗挖法)引起的不均匀沉降对上承道面产生的不利影响逐渐得到重视. 根据地下工程活动引致地面沉陷造成水泥混凝土道面脱空的现象,构建了力学模型,推演并求解了脱空条件下水泥混凝土道面的应力和挠度方程. 根据此公式可为各有关设计、盾构法施工参数指标的控制提供依据.