

低矮房屋风压时程的概率分布

陶 玲, 黄 鹏, 顾 明, 全 涌

(同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘要: 对一低坡度的低矮房屋进行刚性模型测压试验, 首先对其屋面的偏度分布进行了分析, 进而利用概率图相关系数 (PPCC) 方法, 对不同区域的测点风压系数时程和面积平均后的风压系数时程概率分布用 Gamma 分布、广义极值 (GEV) 分布及对数正态 (Lognorm) 分布进行拟合比较. 试验结果表明: 屋面在斜风向下各区域的偏度差别较大, 其锥形涡的涡轴上偏度较小, 小于 0.50, 而两翼偏度均大于 1.50, 最大的已超过 3.00; 偏度较小 (小于 0.80) 的时程与对数正态分布吻合得最好, 偏度较大 (大于 0.80) 的时程与广义极值分布吻合得最好; 随着偏度的增大 (达到 1.50 以后), 这三种分布和原始时程的概率分布误差越来越大; 面积平均后的时程偏度都在 0.50~1.50, 和三种分布吻合得都很好.

关键词: 偏度; Gamma 分布; 广义极值分布; 对数正态分布; 概率图相关系数 (PPCC) 法

中图分类号: TU352

文献标志码: A

Probability Density Distribution of Wind Pressure Time Series of Low-rise Buildings

TAO Ling, HUANG Peng, GU Ming, QUAN Yong

(State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The rigid model measurement experiment of low-rise buildings with low pitch was conducted. First, the skewness distribution of the roof was analyzed, then the probability distribution of pressure coefficient time series of the single tap and area-average of several taps in different regions was compared among the Gamma, generalized extreme value (GEV) and Lognorm probability density distributions by probability plot correlation coefficient (PPCC) method. The results show that when the wind blows oblique to the roof, the skewness of each region is different. The skewness of the conical vortex axis is small while that of the two wings exceeds 1.50, where the largest value is up to 3.00. The time series with small skewness (less than 0.80)

is fitted best with the Lognorm distribution. The time series with large skewness (larger than 0.80) is fitted best with the GEV distribution. And when the skewness is larger than 1.50, the deviation between the original probability distribution of the time series and any of the distribution is getting more large. The skewness of the area-average time series is between 0.50 and 1.50, and the probability distribution is fitted well with any of the three kinds of distribution.

Key words: skewness; Gamma distribution; generalized extreme value (GEV) distribution; Lognorm distribution; probability plot correlation coefficient (PPCC) method

低矮房屋的风荷载与风压有关, 且低矮房屋的风压脉动性很大, 其极值的大小和出现的频率决定了房屋围护结构的抗风能力. 风压时程的概率分布是研究极值风压特性的首要条件, 也是风工程研究者一直关注的问题. 早在 20 世纪 60 年代, Davenport^[1]就提出脉动风压服从正态 (Normal) 分布的假设. 1980 年, Stathopoulos^[2]通过对一系列低矮房屋的风洞试验, 得出峰值因子小的风压时程符合正态分布, 峰值因子较大的风压时程不太符合正态分布, 而是较符合 Weibull 分布, 但是 Weibull 分布的参数较难确定. 到了 2002 年, Sadek 等^[3]则通过概率图相关系数 (probability plot correlation coefficient, PPCC) 方法^[4]对各种可能的概率分布进行了比较, 最终筛选出极值 I 型 (Gumbel) 分布、正态分布和 Gamma 分布, 又对该三种分布进行比较, 得出概率分布的低端符合正态分布, 而整个风压时程则和 Gamma 分布很吻合. 2007 年, Tieleman 等^[5]再次验证了风压时程和 Gamma 分布吻合得很好, 且给出了 Gamma 分布三参数的矩估计方法, 大大简化了 Gamma 分布参数的估计过程. 但是 Sadek 等^[3]和 Tieleman 等^[5]关于 Gamma 分布的分析都基于风压

收稿日期: 2011-11-18

基金项目: 国家自然科学基金 (51178352); 中央高校基本科研业务费专项资金

第一作者: 陶 玲 (1980—), 女, 博士生, 主要研究方向为低矮房屋抗风. E-mail: tl800425@126.com

通讯作者: 黄 鹏 (1974—), 男, 副研究员, 工学博士, 主要研究方向为结构风工程研究. E-mail: huangtju@tongji.edu.cn

时程偏度都较小(在 1.20 以下)的情况,而实际的时程偏度有时会较大。

本文对一低坡度低矮房屋进行了刚性模型测压试验,通过引进广义极值(GEV)分布、对数正态(Lognorm)分布和 Gamma 分布,将偏度从 0.20~2.90 的时程用该三种分布进行拟合比较,发现对于偏度较小的时程,对数正态分布拟合得最好,偏度较大的时程,广义极值分布拟合得最好。最后对面积平均后的时程进行了概率分布分析。

1 试验概况

本次试验是在同济大学 TJ-2 风洞完成的。选取低矮房屋的长度、宽度和高度分别为 21.6 m, 12.0 m 和 6.6 m, 屋面坡度为 4.8° , 其测压试验模型为刚性模型(见图 1), 用有机玻璃板和 ABS 板制成, 具有足够的刚度和强度, 使得在参考高度 1 m 处的试验风速达 $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时模型不会发生变形, 也不会出现明显的振动现象, 以保证测压试验的精度。模型的几何缩尺比为 1/40, 与实物在外形上保持几何相似, 风速比设为 1/3, 则相应的时间比为 3/40。试验时将模型放置在转盘中心, 通过旋转转盘模拟不同风向, 本次采样的风向角为 0° 和 45° 。为了和低矮房屋的环境相对应, 试验的大气边界层流场模拟为 B 类地貌风场^[6], 风场模拟结果如图 2 所示, 平均风速剖面指数 $\alpha=0.16$, 模型顶部(对应实际 6.6 m)紊流度约为 24%。试验中扫描阀扫描频率设置为 312.5 Hz, 一次采样 57.6 s(对应实际 12.6 min)。整个屋面布点 357 个, 本文要讨论的屋面测点分成三个区域, 每个区域的 5 个测点及 A 和 B 区域用于面积平均的测点如图 3 所示。

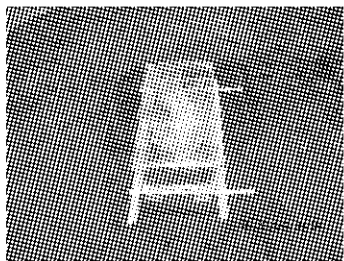


图 1 测压试验中的刚性模型

Fig. 1 Rigid pressure measurement model

2 数据处理方法

2.1 风压时程概率分布

由于 Sadek 等^[3]已经验证了对于较小偏度的风压时程概率分布和 Gamma 分布较接近, 因此本文先

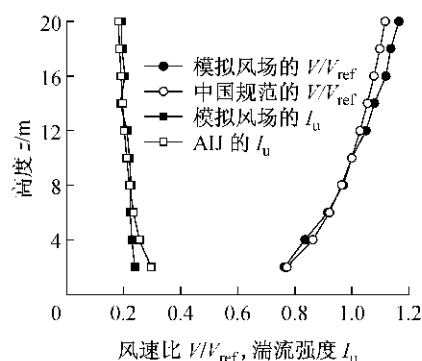


图 2 风场模拟结果

Fig. 2 Parameters of the simulated wind field

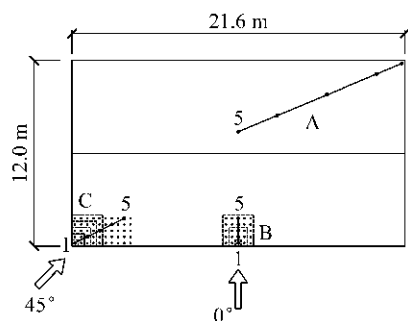


图 3 模型的布点

Fig. 3 Layout of the pressure taps of the model

探讨 Gamma 分布, 然后引进广义极值分布和对数正态分布进行讨论。

(1) Gamma 分布

基于风压时程的非正态性, Sadek 等^[3]通过 PPCC 方法对多种分布函数进行了测试, 确定了低矮建筑表面不同区域风压时程的最优概率分布为三参数 Gamma 分布, 而低端较适合正态分布。其三参数 Gamma 分布函数为

$$f(x) = [(x-\mu)/a]^\gamma \exp[-(x-\mu)/a] / (a\Gamma(\gamma)), \quad x > \mu \quad (1)$$

式中: μ , a , γ 分别为位置参数、比例参数及形状参数, Γ 为 Gamma 函数。 $x > \mu$ 表示分离区域的吸力必须乘以 -1。Tieleman 等^[5]给出了 Gamma 分布三参数的矩估计为

$$\mu = X - 2\sigma/S \quad (2a)$$

$$a = \sigma S/2 \quad (2b)$$

$$\gamma = (2/S)^2 \quad (2c)$$

式中: X , σ 和 S 分别为风压时程的均值、标准差和偏度。这里注意 S 始终为正值, 当风压系数位于吸力区域, 偏度 S 为负时, 须乘以 -1, 来得到正值, 当偏度 S 太小时, 形状参数 γ 就会过大, Γ 函数就会趋于无穷大。这种情况下, 矩估计的方法就失效, 只有用

PPCC方法.而时程的概率分布也很符合正态分布,可以用正态分布去拟合.

(2) 广义极值分布

由于Sadek等^[3]验证了极值I型分布和风压时程概率分布拟合得不是很好,但极值I型分布是广义极值的特殊形式,故而本文尝试了广义极值分布,其概率密度函数为

$$f(x) = a^{-1} \exp\{-[1 - \gamma(x - \mu)/a]^{\frac{1}{\gamma}}\} [1 - \gamma(x - \mu)/a]^{\frac{1}{\gamma} - 1} \quad (3)$$

式中: γ 是形状参数, μ 是位置参数, a 是比例参数,可采用以下概率权重矩方法^[7]得到.值得注意的是,当 $\gamma=0$ 时,该分布即为极值I型分布,当 $\gamma<0$ 时,该分布为极值II型分布,极值I型分布和极值II型分布均为无极限分布.当 $\gamma>0$ 时,该分布为极值III型分布,也是Weibull分布的一种形式,这种分布是有极限的.样本 x 的分布函数 $F(x)=P(X\leq x)$ 的概率权重矩可表示为

$$M_{i,j,k} = E[X^i F^j (1-F)^k] = \int_0^1 [x(F)^i F^j (1-F)^k] dF \quad (4)$$

式中: i, j, k 均为实数,当 j 和 k 均为0时,上式即为普通的 x 的 i 阶原点矩, E 表示数学期望. $M_{i,j,k}$ 是用来估计分布参数的常用形式,其中又有 $M_{1,0,k}$ 和 $M_{1,j,0}$ 两种方法.本文采用 $M_{1,j,0}$ 的方法,则对于广义极值分布,有

$$\gamma = 7.8590c + 2.9554c^2 \quad (4a)$$

$$a = \frac{(2M_{1,1,0} - M_{1,0,0})\gamma}{\Gamma(1+\gamma)(1-2^{-\gamma})} \quad (5b)$$

$$\mu = M_{1,0,0} + a \frac{\Gamma(1+\gamma) - 1}{\gamma} \quad (5c)$$

其中,

$$M_{1,0,0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$M_{1,1,0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(x_i \frac{i-1}{n-1} \right)$$

$$M_{1,2,0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[x_i \frac{(i-1)(i-2)}{(n-1)(n-2)} \right]$$

$$c = \frac{2M_{1,1,0} - M_{1,0,0}}{3M_{1,2,0} - M_{1,0,0}} - \frac{\ln 2}{\ln 3} x_i$$

为极值样本序列,求极大值时,按照从小到大排列.

(3) 对数正态分布

对于两参数的对数正态分布,Sadek等^[3]经过测试,发现其和风压时程的概率分布吻合得不好,但是陈斌^[8]通过L矩方法估计参数证明三参数的对数正态分布却吻合得较好.其概率密度函数为

$$f(x) = \exp[-(\ln(x-\mu) - \gamma)^2 / 2a^2] /$$

$$(x-\mu)a\sqrt{2\pi}, \quad \infty > x > \mu \quad (6)$$

式中: a 为比例参数, μ 为位置参数, γ 在下文的PPCC比较中,按照形状参数处理.其参数可以通过L矩方法^[9]估计.

$$\lambda_1 = M_{1,0,0}$$

$$\lambda_2 = 2M_{1,1,0} - M_{1,0,0}$$

$$\lambda_3 = 6M_{1,2,0} - 6M_{1,1,0} + M_{1,0,0}$$

$$\tau_3 = \lambda_3 / \lambda_2$$

$$a = \tau_3 (E_0 + E_1 \tau_3^2 + E_2 \tau_3^4 + E_3 \tau_3^6) /$$

$$(1 + F_1 \tau_3^2 + F_2 \tau_3^4 + F_3 \tau_3^6)$$

$$\gamma = \log[-\lambda_2 \exp(-a^2/2) / (1 - 2\Phi(a/\sqrt{2}))]$$

$$\mu = \lambda_1 - \exp(\gamma + a^2/2)$$

式中: $M_{1,0,0}$, $M_{1,1,0}$ 和 $M_{1,2,0}$ 为0阶、1阶和2阶概率权重矩,计算式同上文; $E_0 = 2.046\ 653\ 40$, $E_1 = -3.654\ 437\ 10$, $E_2 = 1.839\ 673\ 30$, $E_3 = -0.203\ 602\ 44$, $F_1 = -2.018\ 217\ 3$, $F_2 = 1.242\ 040\ 1$, $F_3 = -0.217\ 480\ 1$; $\Phi(X)$ 表示标准正态分布(高斯分布) $x \leq X$ 的概率.这种方法只有在 $\tau_3 \leq 0.93$ 时才有效.

2.2 比较方法

PPCC^[3]是用拟合的值和原始时程之间的相关性来估计分布参数.相关系数的定义如下:

$$\rho_{x,y} = \frac{E[(x-E(x))(y-E(y))]}{\sigma_x \sigma_y} \quad (7)$$

式中: σ_x 和 σ_y 分别表示变量 x 和 y 的标准差.相关系数是用最小二乘法分析两个变量之间关系的紧密程度,取值在0~1之间,当它达到1时,表示两个变量之间最紧密,成线性关系.

对于三参数分布,给定若干个形状参数,其中PPCC达到最大的值即为该分布的最优形状参数,广义极值分布的形状参数选取如图4所示.当选定了

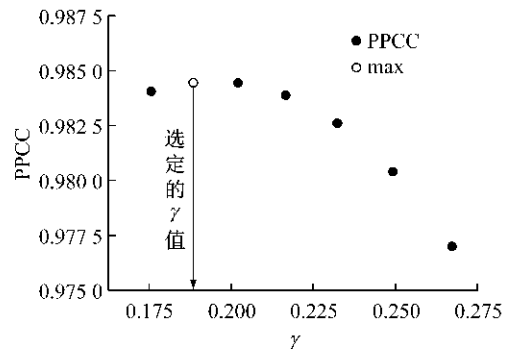


图4 GEV分布的PPCC随形状参数的变化

Fig. 4 Variation of the PPCC of GEV distribution with the shape parameters

形状参数,位置参数和比例参数通过最小二乘法可以确定.该最大值 PPCC 也为该分布和原始时程之间的相关性衡量指标.

3 数据处理结果分析

3.1 测点的各种分布比较

屋面在 45° 风向角下的偏度分布如图 5 所示,可以看出偏度都是负值,而偏度的正负值仅表示偏的方向,下文仅讨论它的大小.从图中可知,在 45° 风向角下,平屋面的屋角出现了锥形涡,锥形涡的两翼偏度较大,最大达到 3.00 以上,而沿着涡轴上的偏度最小,在 0.50 以下,所以屋面的不同区域偏度分布差异较大. 0° 风向角下的偏度分布要均匀些,都是小于 2.00 的,限于篇幅,图示没有给出.考虑到不同风向角下可能会产生的差别,根据屋面的偏度分布图选取了 45° 风向角下的屋面较小偏度区域(A)和较大偏度区域(C)以及 0° 风向角下的中等偏度区域(B)(见图 3),对其时程的各种概率分布进行比较.各区域 PPCC 的比较如表 1 所示.先看 A 区域的各测点,其偏度都在 0.50 以下,这三种分布的 PPCC 都在 0.990 00 以上,可以说吻合得很好,通过图 6a 则可以更清楚地看出,对数正态分布和 Gamma 分布更好,其 PPCC 始终是大于 0.997 00 的.再看 B 区域的各测点,注意这是在 0° 风向角下,但是其偏度的大小是和 45° 风向角下几乎相同,为 0.50~1.50.对于该区域的各点,这三种分布的 PPCC 也均较好.通过图 6b 可知广义极值分布和对数正态分布略好,这两种分布的 PPCC 均都是在 0.998 00 以上的. C 区域的各测点偏度越来越大,当偏度超过 2.00 时,三种

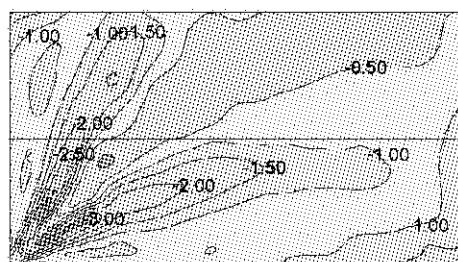


图 5 屋面的偏度分布图(45° 风向角)

Fig.5 Skewness distribution over the roof
(45° wind direction angle)

分布的 PPCC 均小于 0.990 00 了.从图 6c 也能清楚地看出当偏度超过 1.50 时,原始时程的概率分布和三种分布的相关性均急剧下滑,相比较而言,广义极值分布占有优势.这样就不难得出,当偏度较小时,对数正态分布拟合得最好.当偏度很大时,这三种分布都不能很好地拟合时程的概率分布,广义极值分布要好些,且随着偏度的增大,广义极值分布的优势更明显.为了更清楚地看出这三种分布的优劣,图 7 给出了各区域的代表测点风压时程各种分布的概率密度比较及原始时程和拟合值的比较.文中的风压系数大多是负值,为了方便比较,全部转为相反数.图中的结论和上文的分析是一致的,值得注意的是,从图 7e 中可以看出,原始风压时程的概率密度轮廓参差不齐,这就意味着不可能找到一条完美的曲线和它拟合.

3.2 面积平均后风压时程的概率分布

对于 B 区和 C 区不同面积的时程进行即时平均,得到其面积平均后的风压时程,对其概率分布也进行了比较,如表 2 所示.从表中可知,B 区面积平均后的时程偏度变化不是很大,与单个测点一样,和

表 1 单个测点风压系数时程的 PPCC 比较

Tab.1 PPCC comparison of single tap pressure coefficient time series

区域	测点编号	X	σ	S	PPCC		
					Gamma	GEV	Lognorm
A 区 45° 风向角	1	0.21	0.13	0.44	0.997 32	0.996 06	0.997 57
	2	0.20	0.11	0.25	0.998 50	0.996 85	0.998 55
	3	0.22	0.10	0.31	0.997 68	0.995 91	0.997 76
	4	0.34	0.11	0.35	0.998 48	0.997 21	0.998 60
	5	0.26	0.11	0.26	0.999 10	0.997 84	0.999 14
B 区 0° 风向角	1	1.31	0.45	1.02	0.999 58	0.999 78	0.999 67
	2	1.21	0.48	1.09	0.998 62	0.999 65	0.999 49
	3	1.33	0.49	1.03	0.998 37	0.999 36	0.999 19
	4	1.24	0.48	0.87	0.998 60	0.999 33	0.999 24
	5	1.29	0.46	0.80	0.998 57	0.999 06	0.999 19
C 区 45° 风向角	1	1.01	0.53	1.71	0.989 63	0.996 83	0.995 02
	2	0.48	0.41	2.74	0.973 30	0.989 77	0.982 55
	3	0.44	0.38	2.90	0.968 85	0.984 50	0.975 84
	4	0.34	0.36	2.71	0.974 29	0.984 93	0.982 82
	5	0.44	0.33	2.65	0.975 92	0.986 30	0.983 45

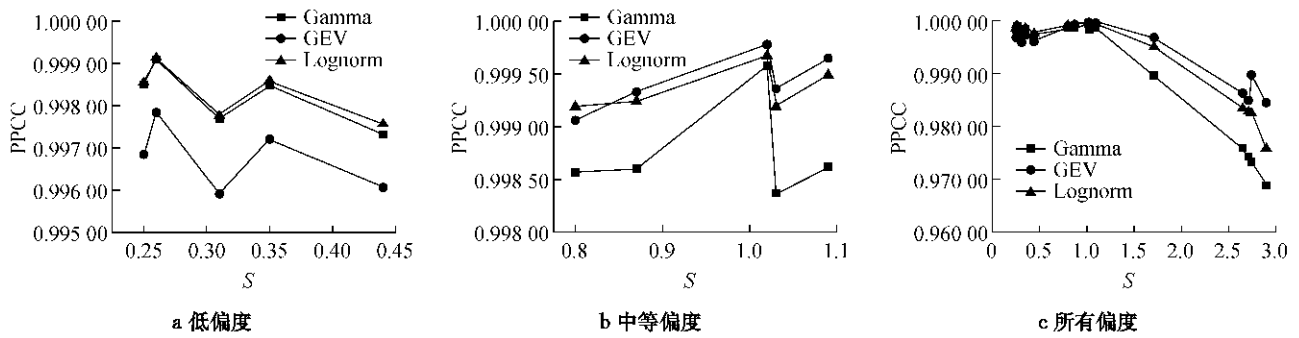


图6 PPCC随偏度的变化曲线
Fig.6 Plot of PPCC with skewness

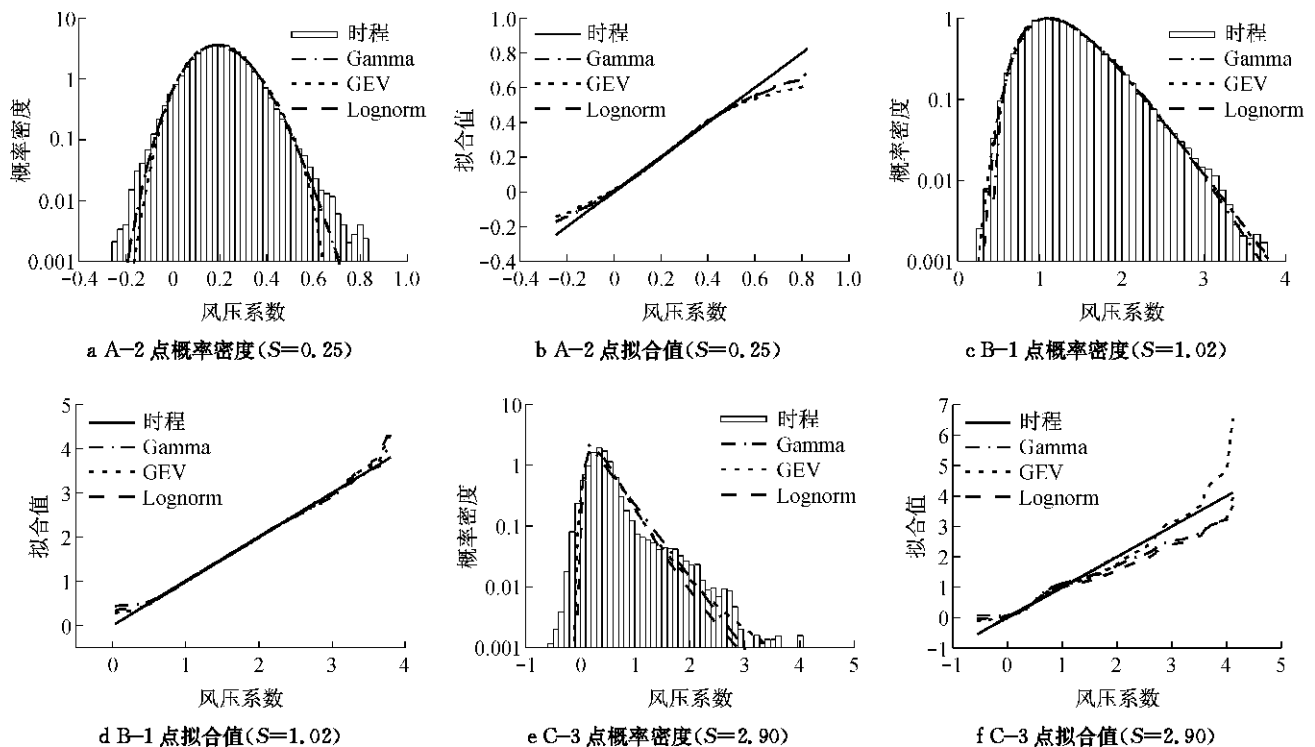


图7 各区域测点时程的各种分布概率密度及拟合值比较

Fig.7 Comparison of probability density and the fitted value among different distribution of different regions of taps

表2 面积平均后时程的PPCC比较

Tab.2 PPCC comparison of area-average pressure coefficient time series

区域	测点数	X	σ	S	PPCC		
					Gamma	GEV	Lognorm
B区 0°风向角	1	1.31	0.45	1.02	0.999 58	0.999 78	0.999 67
	9	1.28	0.45	1.02	0.999 31	0.999 77	0.999 63
	25	1.27	0.43	0.91	0.999 08	0.999 57	0.999 39
C区 45°风向角	1	1.01	0.53	1.71	0.989 63	0.996 83	0.995 02
	4	1.24	0.65	1.03	0.998 39	0.999 44	0.999 41
	9	1.22	0.57	0.89	0.998 25	0.999 02	0.999 12
	16	1.09	0.50	0.84	0.998 30	0.998 88	0.999 06
	25	1.03	0.46	0.77	0.998 52	0.998 80	0.999 11

三种分布吻合得均很好。值得一提的是,45°风向角下的C区单个测点的时程大多偏度较大(见表1),而面积平均后时程的偏度大大减小,为0.70~1.20,不同

的测点数面积平均后的时程,和三种分布吻合得均很好,PPCC均在0.990 00以上。其中9个测点面积平均后的时程概率密度比较、原始时程和拟合值的比较及

累计概率比较如图 8 所示,从图中可见,这三种分布 和面积平均后的时程概率密度均拟合得较好。

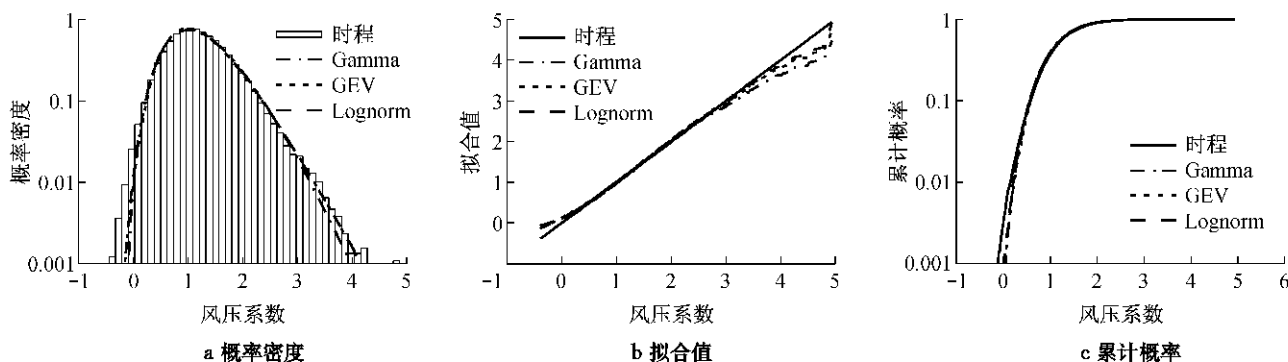


图 8 C 区域 45° 风向角下 9 个测点面积平均后时程的各种分布概率密度及累计概率比较 ($S = 0.89$)

Fig.8 Comparison of probability density and accumulative probability among different distribution of 9 taps area-average time series of C region at 45° wind direction angle ($S = 0.89$)

4 结论

(1) 对于斜风向下的屋面, 偏度分布很不均匀, 锥形涡轴上的偏度较小, 为 0.50 以下, 而两翼的偏度较大, 达到 3.00 以上。

(2) 偏度较小的时程和 Gamma 分布、广义极值分布及对数正态分布均吻合得较好, 当偏度增大到 1.50 以上时, 这三种分布和风压时程本身的概率分布误差较大, 且随着偏度的增大, 误差也增大。偏度小于 0.80 时, 对数正态分布拟合得最好。偏度大于 0.80 时, 广义极值分布拟合得最好。

(3) 面积平均后的时程偏度都不是很大 (小于 1.50), 与 Gamma 分布、广义极值分布及对数正态分布都吻合得较好。

(4) 不同区域在相同风向角下偏度不同, 相同区域在不同风向角下偏度也会不同, 而风压时程的概率分布和偏度紧密相关, 故而风压时程的概率分布是不能以区域划分的。

参考文献:

[1] Davenport A G. Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading[J]. Journal

Institution of Civil Engineering, 1964, 24: 187.

- [2] Stathopoulos T. PDF of wind pressures on low-rise buildings [J]. Journal of the Structural Division, 1980, 106(5): 973.
- [3] Sadek F, ASCE M, Simiu E. Peak non-Gaussian wind effects for database-assisted low-rise building design [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2002, 128(5): 530.
- [4] Filliben J J. The probability plot correlation coefficient test for normality [J]. Technometrics, 1975, 17(1): 111.
- [5] Tieleman H W, GE Zhongfu, Haji M R, et al. Theoretically estimated peak wind loads [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2007, 95: 113.
- [6] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB 50009—2001 建筑结构荷载规范 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
Ministry of Housing and Urban-Rural Devepment of P R China. GB 50009—2001 Load code for the design of building structures [S]. Beijing: China Architecture Industry Press, 2002.
- [7] Hosking J R M, Wallis J R, Wood E F. Estimation of the generalized extreme value distribution by the method of probability weighted moments [J]. Technometrics, 1985, 27 (3): 251.
- [8] 陈斌. 典型低矮建筑屋面风压的概率统计分析 & 极值研究 [D]. 上海: 同济大学土木工程学院, 2008.
CHEN Bin. Probability characteristics and extreme values of wind pressure on roofs of typical low-rise buildings [D]. Shanghai: College of Civil Engineering of Tongji University, 2008.
- [9] CHEN Yuanfang. Study on L-moment estimation for Log-normal distributions with historical [J]. GIS & RS in Hydrology, Water Resources and Environment, 2003, 1: 107.