

# 上海长江隧道冻土帷幕温度场动态演化机理

李攀<sup>1,2</sup>, 谢雄耀<sup>1,2</sup>, 季倩倩<sup>3</sup>

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092;

3. 上海长江隧桥建设发展有限公司, 上海 201209)

**摘要:** 研究了上海长江隧道联络通道冻土帷幕温度动态演化过程. 运用 ANSYS 有限元软件建立了较为符合实际工程的三维实体模型, 考虑了管片散热、冷排管等影响, 用比焓值随温度的变化来反应相变潜热的动态变化过程. 研究和总结了冻土帷幕温度动态演化机理, 包括冻土帷幕发展规律、交圈规律、平均温度发展规律及冻土帷幕有效厚度发展规律. 研究表明, 冻土帷幕温度场的形成是一个有规律可循的连续性发展过程. 有限元分析的冻土帷幕交圈时间、平均温度和冻土帷幕有效厚度与工程实测数据比较吻合.

**关键词:** 联络通道; 有限元; 冻结法; 冻土帷幕

**中图分类号:** X705

**文献标志码:** A

## Dynamic Evolution Analysis on Frozen Wall Temperature of Cross Passage of Shanghai Yangtze River Tunnel

LI Pan<sup>1,2</sup>, XIE Xiongyao<sup>1,2</sup>, JI Qianqian<sup>3</sup>

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Shanghai Yangtze River Tunnel Bridge Construction Development Co. Ltd., Shanghai 201209, China)

**Abstract:** The dynamic evolution process of frozen wall temperature in construction of Shanghai Yangtze River Tunnel is studied by finite element method. With a consideration of the effect of heat radiation of tunnel lining and refrigerate battery, a three-dimensional solid element modal is built to simulate the construction process, in which the latent heat of phase change is indicated by way of Enthalpy application. The law of frozen wall development, frozen wall closure, average temperature and effective thickness is summed up. Research demonstrates that the forming process of the frozen wall is successive and follows rules. The time of the frozen wall closure, the average temperature and the thickness agree well

with the on-site test data, which validates the numerical results.

**Key words:** cross-passage; finite element method; artificial freezing method; frozen wall

人工地层冻结法被广泛应用于城市轨道交通中的盾构进出洞、联络通道加固等重大关键工程中, 以确保施工的顺利进行. 该施工工艺比较成熟, 对冻结法施工力学行为的研究较多<sup>[1-3]</sup>. 但上海轨道交通 4 号线董家渡段基坑坍塌及南京轨道交通 2 号线中元站段基坑坍塌等事故表明, 对冻土帷幕发展规律的认识亟待进一步加深.

目前, 对人工地层冻土法应用的研究主要有解析几何法<sup>[4-6]</sup>、监测数据分析法和有限元数值分析 3 种. 以理论为基础的解析几何法和以现场监测为依据的监测数据分析法, 均可以计算空间内某一点或几点的温度值, 但用这种以“点到面, 再由面到体”的方法来推断冻土帷幕温度场的演化机理, 比较片面.

数值模拟可以较好地解决这个问题. 武亚军<sup>[7]</sup>采用 FLAC3D 软件对于某冻结法施工的隧道进行了数值仿真模拟. 李磊<sup>[8]</sup>对上海市复兴东路隧道联络通道进行了三维温度场模拟, 分析了冷媒温度、冻结时间和冻结壁厚度的关系, 但未考虑管片散热等边界条件. 王效宾<sup>[9]</sup>等对某地铁区间隧道盾构出洞水平冻结工程融化温度场进行了三维数值模拟, 研究了土体导热系数、比热容、含水率和环境温度等因素变化对人工冻土融化温度场的影响, 但其对冻结帷幕直接按杯形设计建模.

对计算模型、边界条件、物理参数、相变过程等的简化处理, 可以节省有限元计算时间, 提高计算速率, 但是不利于对冻土帷幕温度场动态演化过程的

收稿日期: 2011-12-13

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展计划(2011CB013800); 上海市科委重点项目(10231203300); 中央高校基本科研业务费专项资金

第一作者: 李攀(1981—), 男, 博士生, 主要研究方向为隧道地下工程设计、施工、检测. E-mail: 10yongpanli@tongji.edu.cn

研究,由此指导施工,增加了工程事故风险概率。

本文依托上海长江隧道工程,采用 ANSYS 有限元软件建立较为切合工程实际的三维全实体模型;以试验为基础计算选取有限元分析所需的参数;通过比焓值随温度的变化来模拟相变潜热的动态变化过程;结合温度荷载与时间的关系,建立未冻水含量-相变潜热-温度-时间的关系;综合密度、导热系数、比热等试验参数的影响,及空气热对流、冷排管、钢管片与砼管片的散热性不同,模拟了上海长江隧道联络通道双排管的冻结过程,深入研究了冻土帷幕发展的机理,包括冻土帷幕发展的整体情况;冻土帷幕交圈规律;冻土帷幕平均温度发展规律;冻土帷幕有效厚度发展规律。

## 1 工程背景

上海长江隧道南自浦东新区外高桥以东的五号沟,向北穿越长江南港直至长兴岛南岸新开河以西约 400 m 处,全长约 8.955 km,其中盾构隧道段长约 7.47 km,隧道外径 15.43 m,管片厚 650 mm。在长江隧道两个工作井之间设计 8 条联络通道(间距约 830 m),联络通道内径 1.970 m,加固采用人工地层冻结法。

根据有关资料<sup>[10]</sup>,隧道所在地层自上而下依次为①<sub>2</sub> 江底淤泥层、④ 灰色淤泥质粘土层、⑤<sub>1</sub> 灰色粘土层、⑤<sub>2</sub> 灰色粘质粉土层、⑦<sub>1</sub> 灰色粘质粉土层。上海长江隧道的 8 条联络通道在范围 -27.53 ~ -42.53 m 内,均处于⑤<sub>1</sub>、⑤<sub>2</sub>、⑤<sub>3</sub> 土层。本文研究 1 号联络通道,该通道掘进过程所遇土层为⑤<sub>2</sub>。

## 2 冻结设计

结构设计要求冻土帷幕的抗压强度安全系数不小于 2.0,弯折系数不小于 3.0,抗剪系数不小于 2.0,据此计算得冻土帷幕有效厚度最小厚度为 1.8 m,冻土帷幕平均温度不得小于 -13 °C,以保证冻土帷幕的封水性能和结构强度。

根据结构设计要求进行冻结设计。为了减少冻结管开孔过于集中对隧道管片的破坏,上海长江隧道联络通道冻结工程由两套冻结系统组成,即上行线冻结系统和下行线冻结系统,设有内外两圈冻结管,冻结管直径 108 mm。其中上行线冻结系统供应内圈 22 根冻结管。如图 1 所示,冻结管 N1~N22 破除上行线钢管片,水平延伸至上行线隧道管片外。下行线冻结系统供应外圈 18 根冻结管。如图 1 所示,冻结管 W1~W18 破除下行线钢管片,水平延伸至上行线隧道管片外。由于打孔施工工艺的问题,在下行线开孔距离过大的部位补打 3 根冻结管, B1~B3 下行线共 21 根冻结管。冻结管实际长度 15.822 ~ 19.511 m。冻结管口实际布置情况如图 1 和图 2 所示。

行线冻结系统供应外圈 18 根冻结管。如图 1 所示,冻结管 W1~W18 破除下行线钢管片,水平延伸至上行线隧道管片外。由于打孔施工工艺的问题,在下行线开孔距离过大的部位补打 3 根冻结管, B1~B3 下行线共 21 根冻结管。冻结管实际长度 15.822 ~ 19.511 m。冻结管口实际布置情况如图 1 和图 2 所示。

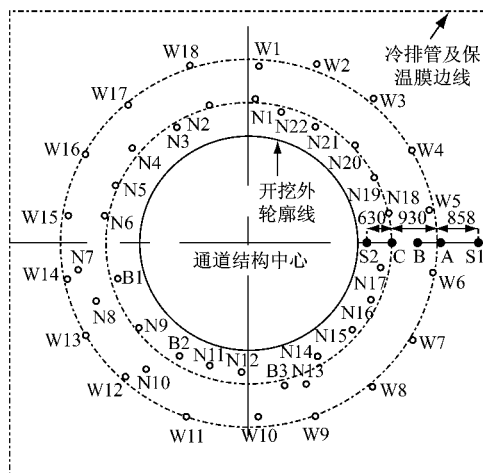


图 1 冻结设计横截面(单位: mm)

Fig.1 Cross-section of artificial ground freezing design(unit: mm)

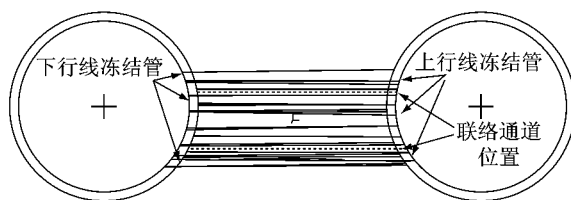


图 2 冻结设计纵剖面

Fig.2 Vertical section of artificial ground freezing design

另外,在喇叭口一定范围内布置了冷排管,并铺设了保温膜,以弱化该部位的空气对流热交换影响。

冻结期间温度荷载如表 1 所示。设计要求积极冻结期内的盐水温度 7 d 内要迅速下降至 -18 °C 以下,15 d 后盐水的温度维持在 -28 ~ -30 °C。

表 1 盐水温度荷载计划

Tab.1 Load plan of brine temperatures

时间/d	1	7	15	20	30	≥40
温度/°C	18	-18	-28	-30	-30	-30

表 2 为上海长江口⑤<sub>2</sub> 层土的冻结试验抗压及抗拉强度值。

试验结果表明,冻土的单轴抗压和抗拉强度与温度的关系具有很好的线性规律。

表2 上海长江隧道⑤<sub>2</sub>层土的单轴抗压和抗拉强度Tab.2 Uniaxial compressive and tension strength of ⑤<sub>2</sub> soil in Shanghai Yangtze Tunnel

温度/℃	抗拉强度/MPa	单轴抗压强度/MPa
-8	1.04	3.07
-13	1.17	3.70
-15	1.22	3.95
-20	1.65	5.16
-25	2.18	6.60

### 3 冻结温度场计算

#### 3.1 计算模型

采用 ANSYS 有限元软件建立三维实体模型。因研究的结构、受力状况、开挖情况均为对称问题,取 1/4 进行建模,如图 3 所示。取竖直向上为  $y$  轴的正向,水平向右为  $x$  轴的正向,盾构推进方向为  $z$  轴

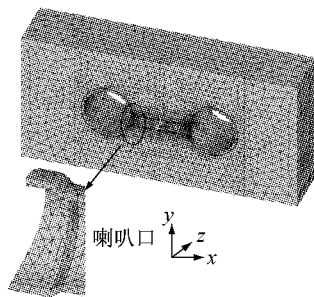


图3 整体模型剖面

Fig.3 Whole finite element model

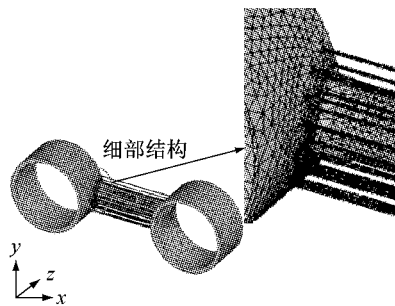


图4 盾构隧道与联络通道、冻结管空间交叉图

Fig.4 Cross-section of shield tunnels, cross-passage and frozen pipes

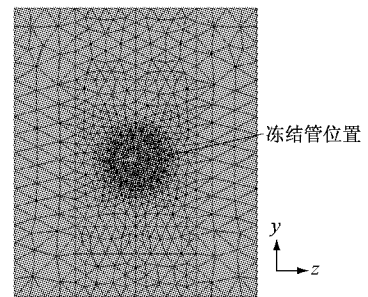


图5 联络通道横截面

Fig.5 Cross-section of cross-passages

表3 上海长江隧道⑤<sub>2</sub>层土物理参数Tab.3 Physical parameters of ⑤<sub>2</sub> soil in Shanghai Yangtze Tunnel

密度/ (kg · m <sup>-3</sup> )	含水量/%	导热系数/(kJ · (m · d · °C) <sup>-1</sup> )		比热/(kJ · (kg · °C) <sup>-1</sup> )
		未冻土	冻土	
1 870	31.8	1.47	1.68	1.69

#### 3.3 上海长江隧道⑤<sub>2</sub>层土比焓值与温度变化关系

根据试验所得含水量得到未冻水含量与温度的动态变化关系,然后计算随温度变化的相变潜热值,最终以比焓值随温度的变化来反映相变潜热的动态变化过程,从而将温度-未冻水含量-相变潜热-比焓值的动态变化关系应用到有限元热分析中,来模拟土体的冻结过程

根据未冻水含量与负温始终保持动态平衡关系<sup>[10]</sup>,可得不同温度下未冻水含量。

负向。研究土体的区域取约 3 倍联络通道范围。模型深度  $y$  轴方向 37.9 m,  $x$  轴方向 40.0 m,  $z$  轴方向 16.0 m。采用 10 节点三维四面体热实体单元 solid87,所有结构体均为三维实体模型。总共得到 91 685 个单元。有限元实体模型结构见图 3~图 5。

#### 3.2 参数的选取及假设

假设工程所在位置的土体为各向同性体;冻结中不存在水分的迁移;盐水荷载简化为冻结管柱实体荷载;实测冻结初始状态土体温度均为 23.1 °C;结构对称面做绝热处理;钢管片位置设置了冷排管及保温膜,其导热系数根据经验可取为  $4.15 \times 10^6 \text{ J} \cdot (\text{m} \cdot \text{d} \cdot \text{°C})^{-1}$ ,冷排管温度取为 25 °C;混凝土管片导热系数为  $1.50 \times 10^7 \text{ J} \cdot (\text{m} \cdot \text{d} \cdot \text{°C})^{-1}$ ,空气对流系数根据经验取  $2.35 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$ 。

对上海⑤<sub>2</sub>层土进行冻融循环试验,其基本物理参数见表 3。

$$w_u = AT_f^{-B} \quad (1)$$

$$A = w_L T_L^B \quad (2)$$

$$B = \frac{\ln w_L - \ln w_p}{\ln T_p - \ln T_L} \quad (3)$$

式(1)~(3)中: $w_u$  为未冻含水量; $w_p$  为塑限含水量; $w_L$  为液限含水量; $T_f$  为温度绝对值; $T_p$  为塑限时的冻结温度绝对值; $T_L$  为液限时的冻结温度绝对值。

土的相变潜热可按式<sup>[11]</sup>(4)计算

$$Q = Lr_d(w - w_u) \quad (4)$$

$$r_d = \frac{d_s r_w}{1 + d_s w} \quad (5)$$

式(4),(5)中: $Q$  为相变热; $L$  为水的结晶或融化潜热,工程中一般取  $334.56 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ;  $w$  为土的总含水量; $w_u$  冻土中的未冻含水量; $r_d$  为土的干密度; $d_s$  为相对密度; $r_w$  为水的密度。

本工程冻结范围内土层可视为饱和土,上海⑤<sub>2</sub>土的  $d_s=2.72$ ,水的密度取  $1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,结合式(5)计算出该层土的干密度  $\rho_d=1.458\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

上海⑤<sub>2</sub>层土相变潜热随温度的变化关系,如图6所示.

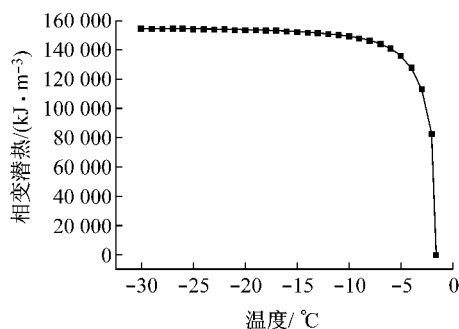


图6 上海⑤<sub>2</sub>层土相变潜热与温度的关系

Fig.6 Relationship between latent heat of phase change and temperature

焓与热力学能一样,其绝对值至今尚无法确定.有限元计算通过定义材料焓计入潜热.

### 3.4 有限元计算的过程与监测对比

为了验证有限元计算过程及其结果的正确性,选取联络通道横截面上两个测温点 S1, S2 的有限元计算数据与实际监测数据来对比分析. S1, S2 位置如图1所示. S1点位于通道横截面上的外排冻结管圈外 858 mm 处, S2点位于通道横截面上的内排冻结管圈内 630 mm 处.

图7为 S1 位置点的有限元计算温度值与监测数据对比情况. 图8为 S2 位置点的有限元计算温度值与监测数据对比情况.

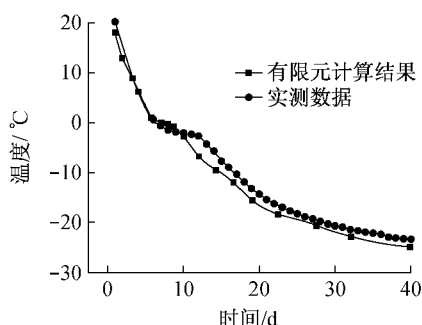


图7 S1点有限元计算温度值与监测数据对比

Fig.7 Comparison of S1 point temperature between FEM and the measured value

通过比较,可以看出相同位置点有限元计算的温度值与监测值随时间的下降趋势是基本相同的,而且数值相差不大.因此,有限元法可以较为真实地反应出冻土帷幕温度动态演化过程.

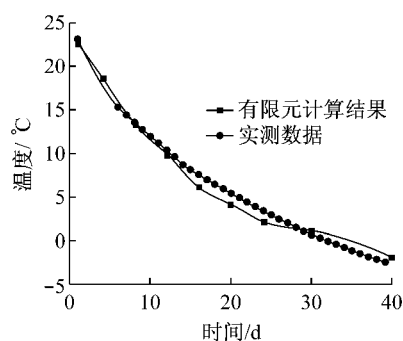


图8 S2点有限元计算温度值与监测数据对比

Fig.8 Comparison of S2 point temperature between FEM and the measured value

## 4 冻土帷幕温度场动态演化机理

### 4.1 冻土区温度变化特征

根据冻土区的温度发展变化情况,可以得出温度场变化特征.图9为第30 d冻土温度.

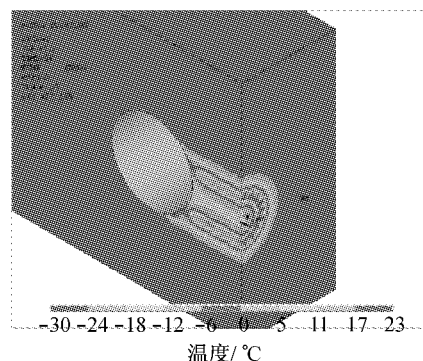


图9 第30 d冻土区温度进展

Fig.9 Temperature development of frozen zone on 30th day

(1)靠近冻结管的土体温度下降速度较快.与冻结管距离增大,温度逐渐降低.

(2)较外排冻结管圈外情况,冻结管圈内土的温度下降比较快.

(3)从空间各个方向看,冻土帷幕的形成是一个连续的、稳定的发展过程.最终形成了一个连续性较强的冻土帷幕.

### 4.2 冻土帷幕发展变化分析

冻土帷幕指冻土区扣除联络通道开挖范围的冻土.联络通道外轮廓半径为 1.970 m.为了研究冻土帷幕发展变化过程,本文选取了第3 d、第7 d、第18 d、第40 d的冻土帷幕剖面,见图10.

冻结首先会先在冻结管周围形成冻土柱(图10a);随着时间的推移,冻土柱逐渐增大(图10b);然后冻土柱增大到“交圈”形成帷幕(图10c),这个时期

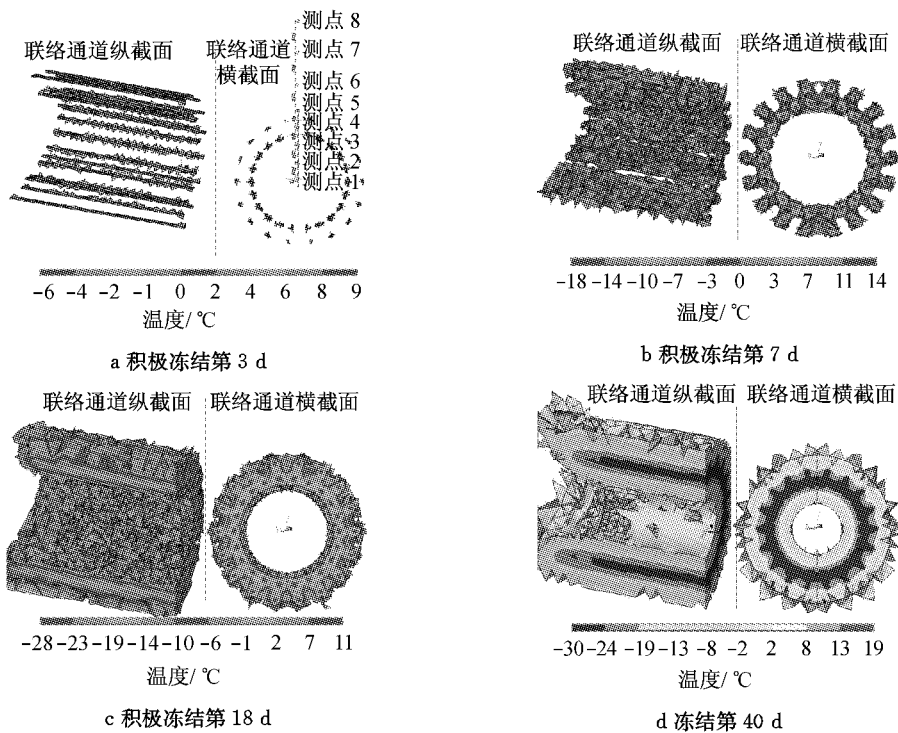


图10 冻土帷幕剖面

Fig.10 Cross-section of the frozen wall on 40th day

的冻土帷幕已经具有可靠的封水性能,但强度(平均温度)和厚度都不够,且连续性较差;随着冻结的进行,冻土帷幕发展在厚度和平均温度上逐渐稳定;维护冻结结束后,形成一个性能稳定的冻土帷幕(图10d)。

#### 4.3 冻土帷幕交圈分析

选取外排冻结管中间的A点,内外排管中间的B点,内排冻结管中间的C点,来研究冻土帷幕交圈情况(各点位置示意如图1中所示)。图11为A,B,C处温度随时间的变化曲线,得出以下规律:

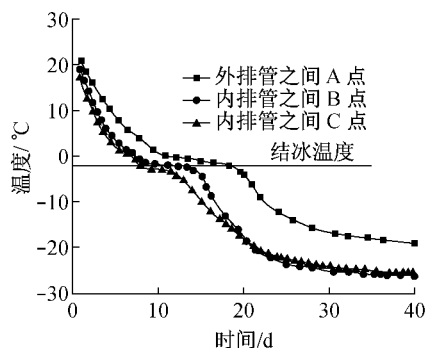


图11 冻土帷幕交圈时程

Fig.11 Closure-time of the frozen wall

(1)随着时间的推移,各点的温度均是逐渐降低。冻结前7 d冻土各点温度下降较快。

(2)分析A点曲线,可知外排冻结管之间的土体

在经历约10 d的温度快速下降后,进入一个温度相对稳定过程,一直到交圈后(曲线与结冰温度交点),冻土帷幕温度才开始缓慢下降。该曲线表示虽然A点温度一直下降,但斜率相对较小,说明了外排冻结管提供的冷量稍大于外界热源。

(3)从B点、C点曲线可以看出,由于外排冻结管的“保护作用”——阻挡了外界热源的交换,使得B,C点土相当于在封闭系统中冻结,温度下降较快。

(4)从曲线与结冰温度线相交情况,得出内排冻结管间的帷幕交圈在第7 d,内外冻结管之间的帷幕交圈在第8 d,外排冻结管间帷幕交圈在18 d。

#### 4.4 冻土帷幕平均温度分析

选择不同时期,计算冻土帷幕平均温度。图12所示冻土帷幕区土体平均温度随时间的变化曲线。

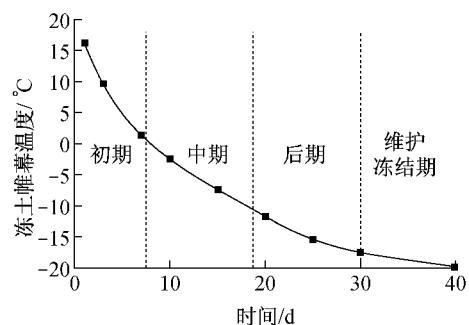


图12 冻土帷幕平均温度随时间发展变化

Fig.12 Variation curves of average temperature with time

由图 12 可知,平均温度一直持续降低,大体可以分为 4 个阶段:冻结初期温度下降快,中期下降慢,后期下降较慢,维护冻结期下降非常慢,最终达到了 $-13^{\circ}\text{C}$ 的设计要求。

#### 4.5 冻土帷幕厚度分析

对冻土帷幕厚度的分析,首先看冻土温度随时间变化的情况。如图 12 所示,在联络通道径向选择了 8 个特征点。从图 13 中可以看出,联络通道冻结管周围的测点 3,4 的降温趋势比较大,而距离冻结管较远的点 1,2,5,6,7,8 降温比较缓慢。

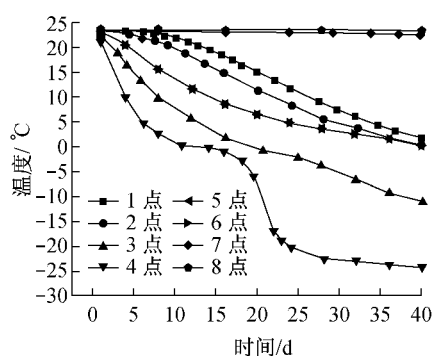


图 13 联络通道径向各点随时间降温情况

Fig. 13 Temperature of different points on the radial direction of cross passage

进一步分析可得测点 7,8 的降温比测点 1,2 更慢,这是因为测点 7,8 在外排冻结管圈外处于冻结开放系统,而测点 1,2 在内排冻结管内处于封闭系统。由于距离冻结管过远,内排管圈内测点 1,2 位置及外排管圈外测点 7,8 位置最终都没有形成冻土。

工程中较为关心联络通道开挖前的冻土帷幕厚度,即维护冻结结束第 40 d 冻土帷幕厚度。图 14 为冻结第 40 d 联络通道横截面上径向温度分布情况。

横坐标以联络通道中心为零点,可以看到温度路径以通道中心为轴对称分布。两个温度最低点为双排冻结管的位置,双排管之前的温度高点显示通道中心未冻结,此时开挖通道会有水流出现象,在工程中得到了验证。

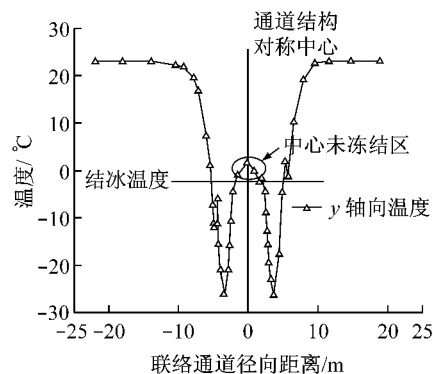


图 14 积极冻结第 40 d,冻土帷幕厚度径向分布

Fig. 14 Thickness of the frozen wall on the radial direction on 40th day

结冰温度线与曲线交点为通道横截面上冻土帷幕总厚度,减去联络通道开挖直径,其差值一半即为冻土帷幕有效厚度。计算可得联络通道横截面上冻土帷幕半径为 3.13 m,达到了冻土帷幕厚度设计最低值 1.80 m 的要求。

## 5 有限元计算结果与监测对比

工程中对于冻土帷幕性状的分析主要依据 3 个参数,一是冻土帷幕交圈时间,二是冻土帷幕有效厚度,三是冻土帷幕平均温度。表 4 为有限元计算结果与监测数据结果的对比情况。

表 4 冻土帷幕有限元计算结果与监测数据对比

Tab. 4 Difference between FEM results and the monitoring data calculation

数据来源	交圈时间/d			平均温度/ $^{\circ}\text{C}$	有效厚度/m
	内排之间	内、外排之间	外排之间		
有限元结果计算	7	8	18	19.79	3.13
监测数据	6	7	19	18.50	2.89
误差/%	16.70	14.29	5.26	6.97	8.30

由表 4 可以看出,有限元计算结果与监测数据计算结果相差不大。交圈时间相差 1 d,平均温度误差在  $1.35^{\circ}\text{C}$  内。冻土帷幕有效厚度的计算误差在 5% 左右。冻土帷幕平均温度满足设计要求的  $-13^{\circ}\text{C}$  的要求,冻土帷幕有效厚度达到设计要求 1.80 m。

## 6 结论

通过对上海长江隧道联络通道人工地层冻结法施工全过程的研究分析,得到了冻结温度场动态演化机理。

(1)人工地层冻结法的土体冻结是一个动态演化过程.在这个过程中产生相变潜热,相变潜热主要发生在结冰温度时,但结冰温度后仍然有相变潜热.不能忽略对温度场发展的影响.

(2)冻土帷幕温度场的演化是一个连续的、稳定的发展过程.冻土帷幕形成后,空间各处的厚度、温度呈现规律性的连续梯度变化,不存在“奇点”——厚度极小或极大、温度极高或极低.

(3)冻土帷幕平均温度随时间逐渐降低.冻结初期平均温度下降快,中期下降慢,后期下降较慢.交圈后,平均温度下降速度开始的较慢.进入维护冻结后,平均温度发展接近平稳.

(4)冻土帷幕有效厚度随着温度的降低逐渐增长.交圈后冻土帷幕厚度增长缓慢.维护冻结期,有效厚度基本不增长.

(5)从经济效益和安全角度出发,联络通道开挖可以选在积极冻结结束后(进入维护冻结前),因为此时冻土帷幕已经交圈,其平均温度及有效厚度增长极度缓慢;若工程中只考虑采用冻土帷幕的封水性能,那么在交圈后即可进行其他工况的施工.

(6)对于会与外界产生空气对流交换的冻结薄弱部位——联络通道喇叭口,采取冷排管加强冻结和保温膜等措施十分必要.

上海长江隧道已经开通运营.工程实践证明,三维有限元可以较为真实地模拟隧道联络通道冻土帷幕温度场动态演化过程.有限元热分析计算所得的内排管交圈、外排交圈、内外排交圈及积极冻结所需要时间、冻土帷幕厚度及平均温度等数值与工程实测能够较好地吻合.为类似工程的施工提供了参考.

## 参考文献:

- [1] 李大勇,赵少飞,胡向东. 越江隧道泵房冻结施工三维数值模拟[J]. 岩土力学, 2004, 25(增刊): 67.  
LI Dayong, ZHAO Shaofei, HU Xiangdong. 3D numerical simulation of freezing method for pump room of tunnel through the bottom of the Huangpu River[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(Supplement): 67.
- [2] 张志强,何川. 用冻结法修建地铁联络通道施工力学研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(18): 3211.  
ZHANG Zhiqiang, HE Chuan. Study on construction of cross connection of shield unnel and connecting aisle by freezing method [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(18): 3211.
- [3] 张明,林鸿苞,周秀忠,等. 越江隧道水平冻结法冻结壁设计计算[J]. 冰川冻土, 2010, 32(8): 773.  
ZHANG Ming, LIN Hongbao, ZHOU Xiuzhong, et al. Design and calculation of the frozen wall of a river-crossing tunnel by means of horizontal freezing[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2010, 32(8): 773.
- [4] 胡向东,白楠,余锋. 单排管冻结温度场 ТРУТІАК 和 БАХОЛДИН 公式的适用性[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2008, 36(7): 906.  
HU Xiangdong, BAI Nan, YU Feng. Analysis of trupak and bakholdin formulas for temperature field of single-row-pipe frozen soil wall [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2008, 36(7): 906.
- [5] 胡向东,赵俊杰. 人工冻结温度场巴霍尔金模型准确性研究[J]. 地下空间与工程学报, 2010, 6(1): 99.  
HU Xiangdong, ZHAO Junjie. Research on precision of bakholdin model for temperature field of artificial ground freezing [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2010, 6(1): 99.
- [6] 胡向东. 直线形单排管冻土帷幕平均温度计算方法[J]. 冰川冻土, 2010, 32(4): 778.  
HU Xiangdong. Average temperature calculation for the straight singe-row-pipe frozen soil wall [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2010, 32(4): 778.
- [7] 武亚军,李大勇,杨敏. 冻结法隧道施工数值仿真模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(2): 5851.  
WU Yajun, LI Dayong, YANG Min. Numerical simulation of tunnel with freezing method construction[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(2): 5851.
- [8] 李磊,郭红波,丁季华. 地铁隧道联络通道冻结法施工三维温度场及性状分析[J]. 上海大学学报: 自然科学版, 2006, 12(6): 641.  
LI Lei, GUO Hongbo, DING Jihua, et al. Three 2D temperature field and behavior analysis of freezing method applied to connecting passage of metro tunnel[J]. Journal of Shanghai University: Natural Science, 2006, 12(6): 641.
- [9] 王效宾,杨平,张婷,等. 盾构出洞水平冻结解冻温度场三维有限元分析[J]. 解放军理工大学学报: 自然科学版, 2009, 10(6): 590.  
WANG Xiaobin, YANG Ping, ZHANG Ting, et al. 32D finite element analysis of melting temperature field in hield tunneling horizontal freezing reinforcing engineering[J]. Journal of PLA University Science and Technology: Natural Science Edition 590.
- [10] 徐学祖. 冻土物理学[M]. 北京: 科学出版社, 1985.  
XU Xuezu. Frozen soil physics [M]. Beijing: Science Press, 1985.
- [11] 李攀. 超大盾构隧道双线同推与联络通道同步施工力学行为研究 [D]. 上海: 同济大学土木工程学院, 2009.  
Research on mechanical behavior of construction of ultra-large shield two-tube tunnel and cross passage[D]. Shanghai: College of Civil Engineering of Tongji University, 2009.