

# 基于台风“梅花”的近地层湍流积分尺度实测分析

王旭, 黄鹏, 顾明

(同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 基于10, 20和40 m高度处台风“梅花”影响下的上海浦东地区近地风现场实测数据, 分析了湍流积分尺度随平均风速、观测高度及平均时距的变化规律. 结果表明: 湍流积分尺度  $L_u^x$ ,  $L_v^x$  和  $L_w^x$  会随平均风速和实测高度的增大而增大; 10, 20和40 m高度处, 湍流积分尺度均值  $\overline{L_u^x}$ :  $\overline{L_v^x}$ :  $\overline{L_w^x}$  分别为  $1:0.54:0.07$ ,  $1:0.65:0.11$  和  $1:0.73:0.1$ ; 相同高度处,  $\overline{L_u^x}$  和  $\overline{L_v^x}$  随平均时距的增大而增大, 而  $\overline{L_w^x}$  受平均时距的影响较小; 湍流积分尺度  $L_w^x$  在不同高度之间的相关系数整体上较  $L_u^x$  和  $L_v^x$  偏小.

**关键词:** 台风“梅花”; 现场实测; 湍流积分尺度; 平均时距; 相关系数

**中图分类号:** TU317.2; TU312.1

**文献标识码:** A

## Field Measurements About Integral Scales of Near-ground Turbulence During Typhoon ‘Muifa’

WANG Xu, HUANG Peng, GU Ming

(State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Variation of turbulence integral scales with mean wind speed, observation height and average time interval are analyzed based on the long time field measured data recorded respectively at 10, 20 and 40 meters above the ground in Pudong New Area of Shanghai during typhoon ‘Muifa’. The results show that turbulence integral scales  $L_u^x$ ,  $L_v^x$  and  $L_w^x$  increase with mean wind speed and observation height. The ratios of the turbulence scale among the turbulence components averaged for all 10 min data are  $1:0.54:0.07$ ,  $1:0.65:0.11$  and  $1:0.73:0.1$  respectively at 10 m, 20 m and 40 m. At the same level, both of  $\overline{L_u^x}$  and  $\overline{L_v^x}$  increase with average time interval, but  $\overline{L_w^x}$  almost remains constant. The correlation coefficients of the vertical scales at two levels are much lower than those of the horizontal scales.

**Key words:** typhoon ‘Muifa’; field measurement; turbulence

integral scale; average time interval; correlation coefficient

台风灾害是我国的主要灾害, 每年带来严重的经济损失和人员伤亡, 威胁到沿海区域的可持续发展. 由于台风的特殊性, 很难在试验室进行模拟, 因此现场实测成为现阶段最为有效的研究手段, 也日益成为结构抗风研究中非常重要的基础性和长期性的方向<sup>[1]</sup>. 发达国家开展强风特性实测研究起步较早, 积累了大量数据资料, 并将部分研究成果应用于规范之中<sup>[2]</sup>, 其中某些国家已经建立了本地区的风特性数据库, 在时间或空间上通过大规模的观测工作得到了比较完整的分析结果. 我国风特性实测研究虽然起步晚, 但发展迅速, 近些年也取得了一些研究成果<sup>[3-4]</sup>. 为掌握我国东南沿海地区结构风荷载作用机理, 同时为建筑抗风设计提供依据, 本课题组在上海浦东近海岸边建造了一座足尺低矮建筑及一座40 m高的测风塔, 用于对该地区强风作用下近地风场特性以及结构屋盖风压特性进行研究.

湍流积分尺度表征各种湍流涡旋中最常出现并起主导作用的涡旋的大小, 是脉动风中湍流涡旋平均尺寸的量度, 同时也是反映风场特性的一项重要指标. 湍流积分尺度在结构风荷载分析中具有不可忽略的意义, 可以反映脉动风速或风压的空间相关性, 其大小决定了脉动风对结构的影响范围. Kato等<sup>[5]</sup>基于台风“8922”和“9011”对东京市区56和86 m高度处的湍流积分尺度进行了分析. Cao等<sup>[6]</sup>对10 m高度处台风“Maemi”作用下的近地湍流特性进行了详细研究, 并重点对湍流积分尺度进行了分析. 肖仪清等<sup>[7]</sup>基于安装在香港中国银行大厦和深圳地王大厦大楼顶部的螺旋桨式风速仪采集到的台风数据, 对5种湍流积分尺度计算方法进行了对比分析, 并发现台风过程中湍流积分长度的变异非常大. 虽

收稿日期: 2012-01-03

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划重点项目(90715040); 国家自然科学基金面上项目(51178352)

第一作者: 王旭(1982—), 男, 博士生. 主要研究方向为结构抗风. E-mail: wx00012224@163.com

通讯作者: 黄鹏(1974—), 男, 副研究员, 工学博士. 主要研究方向为结构风工程. E-mail: huangtju@tongji.edu.cn

已有众多研究成果,但国内基于近地层台风实测数据的相关研究还相对比较欠缺.因此,利用我国沿海地区台风实测数据对湍流积分尺度进行分析是十分必要的.本文基于 40 m 测风塔上 10,20 和 40 m 高度处的风速仪记录的台风“梅花”实测数据,研究了近地层湍流积分尺度特性,研究成果将为今后东南沿海地区结构抗强风设计提供参考.

## 1 现场实测概况

### 1.1 台风“梅花”介绍

2011 年第 9 号热带风暴“梅花”(‘Muifa’)于 7 月 28 日 14 时在西北太平洋洋面上生成,随后两度升级为超强台风,并于 8 月 6 日 15 时减弱成台风.

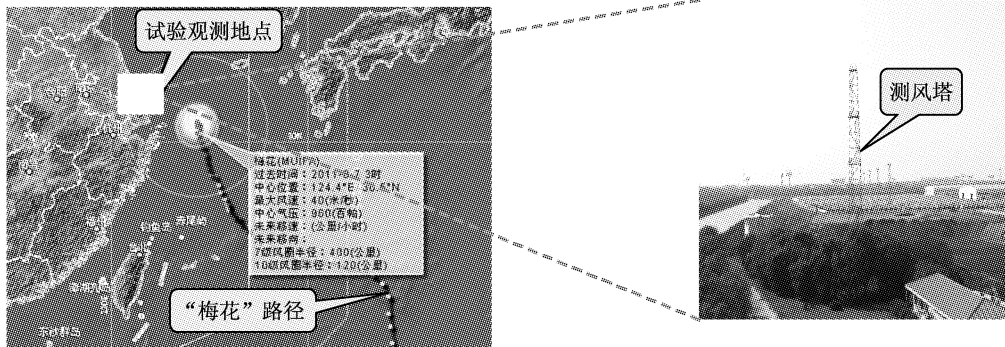


图 1 台风“梅花”路径及测风塔实物图

Fig.1 Track of typhoon ‘Muifa’ and photo of tower

## 2 湍流积分尺度

### 2.1 定义

湍流是一个三维空间结构,对应于纵向  $u$ 、横向  $v$  及竖向  $w$  的脉动风速分量有关的涡旋 3 个方向,共 9 个参量<sup>[8]</sup>.例如  $L_u^x, L_u^y$  和  $L_u^z$  分别表示与纵向脉动速度有关的涡旋在纵向、横向和垂直方向的平均尺寸.在数学上  $L_i^x$  定义为

$$L_i^x = \frac{1}{\sigma_i^2} \int_0^\infty R_{i_1 i_2}(x) dx, \quad i = u, v, w \quad (1)$$

式中:  $L_i^x$  为湍流积分尺度;  $R_{i_1 i_2}(x)$  为两个  $i$  方向脉动分量的互相关函数;  $\sigma_i$  为  $i$  向脉动风速分量标准差.

### 2.2 计算方法

由于空间多点同步测量往往难以实现,因此需要利用 Taylor 假设将空间相关转化为时间相关进行处理.对于脉动风引起的纵向湍流尺度的计算,国内外学者进行了详细的对比分析. Flay 等<sup>[9]</sup>通过对

台风路径和观测地点及测风塔实物如图 1 所示.

### 1.2 试验仪器及设备

测风塔位于北纬  $31^\circ 11' 46.36''$ ; 东经  $121^\circ 47' 8.29''$ , 紧邻临海泵站入海口处, 风速仪实物及布置如图 2 所示. 根据试验目的, 将 R M Young 81000 型、R M Young 85106 型超声波和 R M Young 05305V 型螺旋桨式风速仪分别安装于 10, 20, 30 及 40 m 高度处, 用以采集来流风速数据. 风速仪向正南安装, 风向角定义北风为  $0^\circ$ , 按俯视顺时针增大. 由于三维超声风速仪可以记录三维脉动风速的变化, 因此只选用 10, 20 和 40 m 高度处三维超声风速仪所采集数据进行分析, 其他类型风速仪所记录数据只做相应的补充与校对.

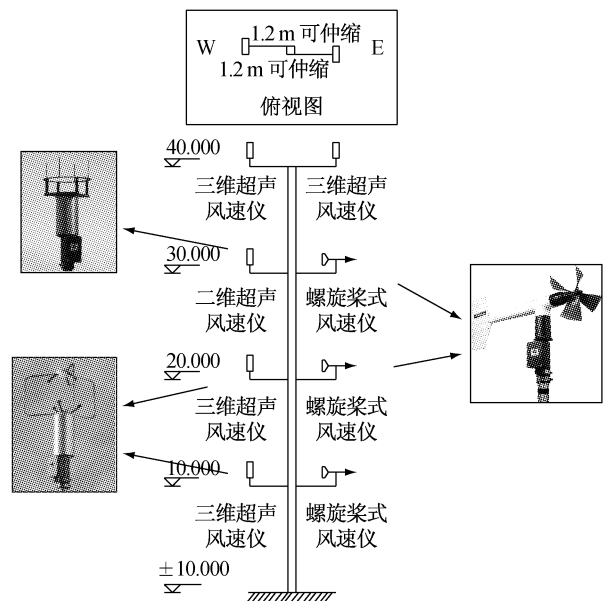


图 2 测风装置实物及分布图(单位:m)

Fig.2 The arrangements of anemometers(unit:m)

某地区 20 m 以下高度处强风特性的分析后发现, 利用自相关函数积分法得到的湍流积分尺度较为稳

定. 庞加斌等<sup>[10]</sup>通过风洞模拟湍流的多点及单点测量分析,证明了 Taylor 假设在大气边界层中是合理的,并认为采用自相关函数直接积分的方法计算湍流积分尺度简便可靠. 因此,本文采用基于 Taylor 假设的自相关函数积分法进行计算,设相关函数为  $R(\tau)$ ,则:

$$L_i^x = \frac{U}{\sigma_i^2} \int_0^\alpha R(\tau) d\tau, \quad i = u, v, w \quad (2)$$

式中,  $\alpha$  表示自相关系数下降至 0.05 时对应的自变量<sup>[9]</sup>.

### 3 实测数据分析

#### 3.1 10 min 平均时距湍流积分尺度

将实测数据按 10 min 平均时距 ( $T=10$  min) 分

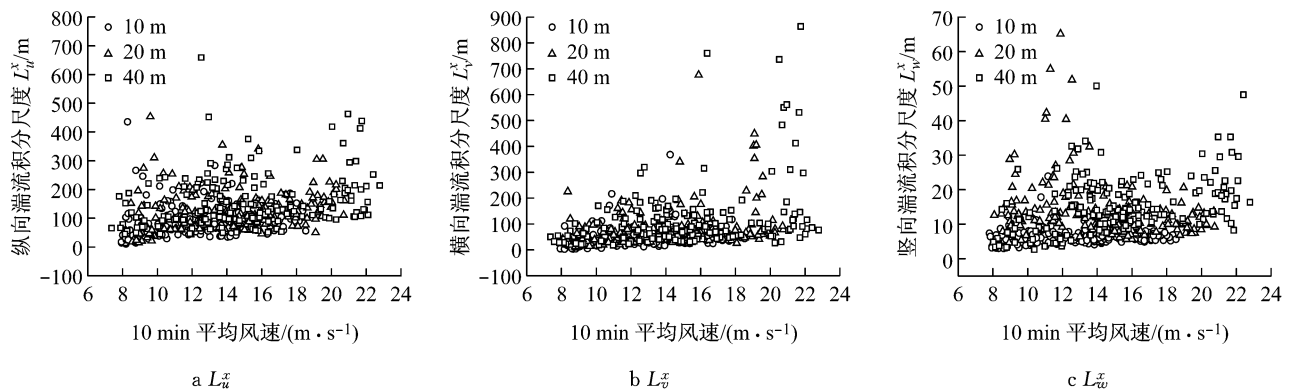


图 3 湍流积分尺度随风速的变化

Fig.3 Variation of turbulence integral scales with mean wind speed

表 1 10 min 时距湍流积分尺度

Tab.1 Turbulence integral scales for T=10 min

统计参数	高度/m			
	10	20	40	
$L_u^x$	平均值/m	84.17	111.57	150.31
	最大值/m	435.53	453.30	658.88
	变异系数	0.68	0.64	0.63
$L_v^x$	平均值/m	45.82	72.16	110.24
	最大值/m	368.66	676.04	864.02
	变异系数	0.96	1.09	1.16
$L_w^x$	平均值/m	5.87	12.44	14.94
	最大值/m	23.89	65.11	50.07
	变异系数	0.44	0.65	0.57

经计算得到了湍流积分尺度  $L_u^x$ ,  $L_v^x$  和  $L_w^x$  均值之间的比值,并将它们与其他研究成果进行了对比,见表 2. 从表中可知,本文实测的湍流积分尺度  $L_v^x$  与  $L_u^x$  的比值较 Kato<sup>[5]</sup>、Li<sup>[11]</sup>、Cao<sup>[6]</sup> 以及 Hui<sup>[12]</sup> 的结果稍大,但明显小于顾明等<sup>[3]</sup> 得到的结果,这可能是

割成独立的子样本进行分析,利用式(2)分别计算了 10、20 和 40 m 高度处湍流积分尺度,其随 10 min 平均风速的变化关系如图 3 所示. 可以看出,湍流积分尺度  $L_u^x$ ,  $L_v^x$  和  $L_w^x$  均有随平均风速的增大而增大的趋势,并且发现随着平均风速的增大,其离散度也略有增大. 表 1 给出了不同高度处湍流积分尺度  $L_u^x$ ,  $L_v^x$  和  $L_w^x$  的平均值、最大值及变异系数. 从表中可知,  $L_u^x$ ,  $L_v^x$  和  $L_w^x$  的均值均随着实测高度的增大而增大,并且相同高度处湍流积分尺度均值  $\bar{L}_u^x > \bar{L}_v^x > \bar{L}_w^x$ . 不同高度处,湍流积分尺度  $L_u^x$ ,  $L_v^x$  和  $L_w^x$  的变异系数相差不大,湍流积分尺度  $L_v^x$  的变异系数在各实测高度处的均值为 1.07,而  $L_u^x$  和  $L_w^x$  分别只有 0.65 和 0.55.

由于后者实测高度在大气边界层高度附近,风特性与近地层相比差异较大. 另外,本文各高度处实测的湍流积分尺度  $L_w^x$  与  $L_u^x$  的比值与 Hui 实测的西南风的结果较为接近,与其余结果相比偏小.

表 2 湍流积分尺度比值

Tab.2 The ratios of the turbulence scale among the turbulence components

研究人员	类型	测试高度/m	$\bar{L}_u^x : \bar{L}_v^x : \bar{L}_w^x$
Kato 等 <sup>[5]</sup>	台风	55.7	1 : 0.33 : 0.17
		86.0	1 : 0.50 : 0.17
顾明等 <sup>[3]</sup>	良态强风	494	1 : 0.90 : 0.42
Li 等 <sup>[11]</sup>	强风	47	1 : 0.36 : 0.18
Hui 等 <sup>[12]</sup>	强风	50	西南 1 : 0.36 : 0.098
			东北 1 : 0.46 : 0.19
Cao 等 <sup>[6]</sup>	台风	10	1 : 0.42 : 0.18
		10	1 : 0.54 : 0.07
本文实测结果	台风	20	1 : 0.65 : 0.11
		40	1 : 0.73 : 0.10

### 3.2 湍流积分尺度随高度及平均时距的变化

由表 1 可知,湍流积分尺度会随实测高度的增大而增大,很多国家的风荷载规范都给出了湍流积分尺度  $L_x^z$  随高度变化的经验表达式,但我国规范未有明确的规定.图 4 将本文实测结果与多国规范规定进行了比较.从图中可以看出,各高度处实测结果与美国规范<sup>[13]</sup>的经验结果相比明显偏小,与日本<sup>[14]</sup>和欧洲规范<sup>[15]</sup>相比偏大,而与印度规范<sup>[16]</sup>最为接近.为便于工程应用及为抗风设计提供参考,对本文实测湍流积分尺度  $L_u^z$  剖面进行了形如  $L(z)=a(z/30)^b$  的拟合,拟合曲线如图 4 所示,拟合参数  $a, b$  在表 3 中给出.

虽然以上各国规范都给出了湍流积分尺度  $L_u^z$  随高度变化的经验表达式,但对于湍流积分尺度  $L_v^z$  和  $L_w^z$  随高度的变化规律,规范中却没有相应规定.因此,基于本文的实测数据对湍流积分尺度  $L_v^z$  和  $L_w^z$  随高度的变化同样做了形如  $L(z)=a(z/30)^b$  的拟合,拟合曲线及参数分别在图 5 和表 3 中给出.

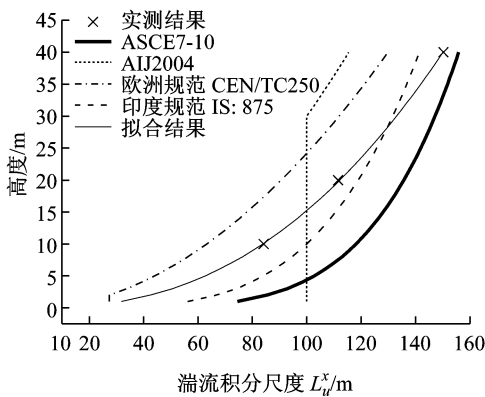


图 4 湍流积分尺度  $L_u^z$  随高度变化

Fig. 4 Profiles of turbulence integral scales  $L_u^z$

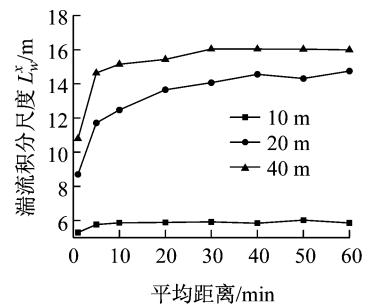
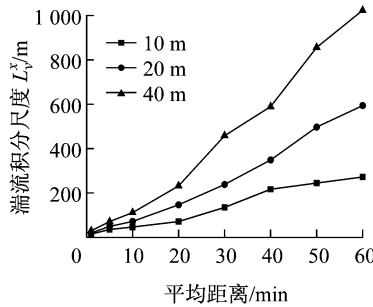
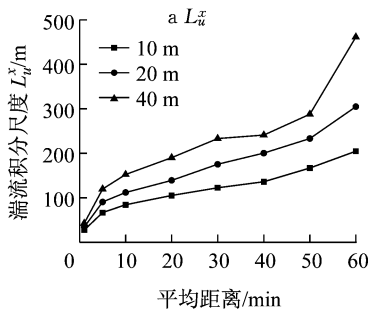


图 6 湍流积分尺度随时距的变化

Fig. 6 Variation of turbulence integral scales with gust average time

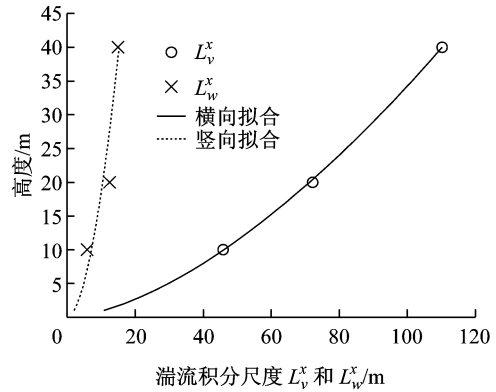


图 5 湍流积分尺度  $L_v^z$  和  $L_w^z$  随高度变化

Fig. 5 Profiles of turbulence integral scales  $L_v^z$  and  $L_w^z$

表 3 湍流积分尺度剖面拟合参数

Tab. 3 The ratios of the turbulence scale among the turbulence components

	$a$	$b$
$L_u^z$	133	0.42
$L_v^z$	92	0.63
$L_w^z$	13	0.55

另外,研究表明湍流积分尺度的大小与所选平均时距有关<sup>[17]</sup>,但各国规范中对风速平均时距的规定差别较大,简单地进行比较会存在较大误差,不利于设计使用.因此,基于本文实测数据详细研究了 10, 20 及 40 m 高度处湍流积分尺度随不同平均时距的变化规律(平均时距分别取 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60 min),如图 6 所示.从图中可知,不同高度处湍流积分尺度  $\bar{L}_u^z$  和  $\bar{L}_v^z$  均随时距的增大而增大,并且变化趋势基本一致;当平均时距较小时,各高度处湍流积分尺度  $\bar{L}_w^z$  变化相对较大,而当平均时距较大时,其随平均时距变化较小.

为便于应用,图 7 给出了湍流积分尺度比值  $L_i^x(T)/L_i^x(3\ 600)$  ( $i=u, v$ ) 随时距比值  $T/3\ 600$  的变化关系,其中  $T$  为所采用的平均时距,单位为 s. 从图中可明显看出两者之间近似服从线性关系,并且实测高度对其线性关系影响较小. 因此,通过线性拟合得到了湍流积分尺度  $L_u^x$  和  $L_v^x$  随平均时距变化的经验表达式,分别为

$$L_u^x(T)/L_u^x(3\ 600) = 0.19 + 0.74T/3\ 600 \quad (3a)$$

$$L_v^x(T)/L_v^x(3\ 600) = 0.005 + 0.99T/3\ 600 \quad (3b)$$

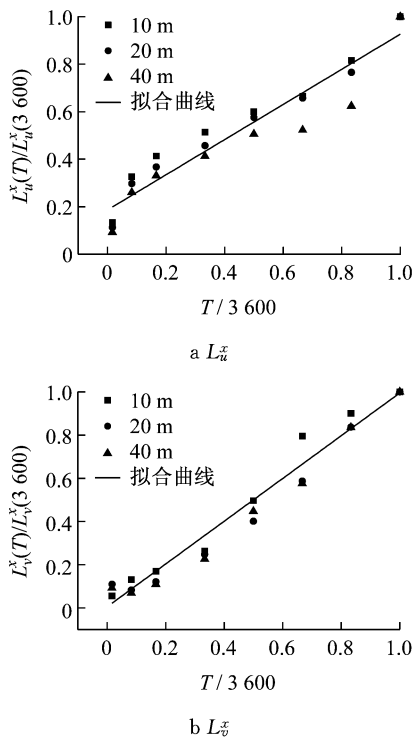


图 7 湍流积分尺度随时距的变化

Fig. 7 Turbulence integral scales versus gust average time

表 3 和式(3)只反映了湍流积分尺度随单一影响因素(实测高度或平均时距)的变化关系,但没有同时考虑实测高度和平均时距对湍流积分尺度的影响. 为此,通过拟合得到了包括实测高度和平均时距的湍流积分尺度双参数经验表达式,分别为

$$L_u^x = 6.79(Tz)^{0.51} \quad (4a)$$

$$L_v^x = 0.4(Tz)^{1.007} \quad (4b)$$

$$L_w^x = 16.07 + \ln T - 125/z \quad (4c)$$

式中:平均时距  $T$  的单位为 min;  $z$  为实测高度.

为验证拟合函数的精度,将实测值与拟合值进

行了比较,如图 8 所示. 两者的相关系数均高于 90%,说明拟合效果较好. 值得注意的是,文中的拟合公式只基于一次台风的结果,具有一定的局限性,而要掌握该地区的台风普遍特性,还需要今后更多的台风实测数据资料的积累.

### 3.3 相关性分析

最后,本文对湍流积分尺度在不同实测高度之间的相关性进行了分析. 图 9 给出了  $L_u^x, L_v^x$  和  $L_w^x$  在实测高度 10 与 20 m 之间以及 10 与 40 m 之间的相关系数曲线. 不难发现,图 9b 中湍流积分尺度相关系数小于图 9a 中相应的结果,主要是由于观测点之间距离越远相关性越小. 另外,湍流积分尺度  $L_w^x$  在不同高度之间的相关系数整体上小于  $L_u^x$  和  $L_v^x$  的结果.

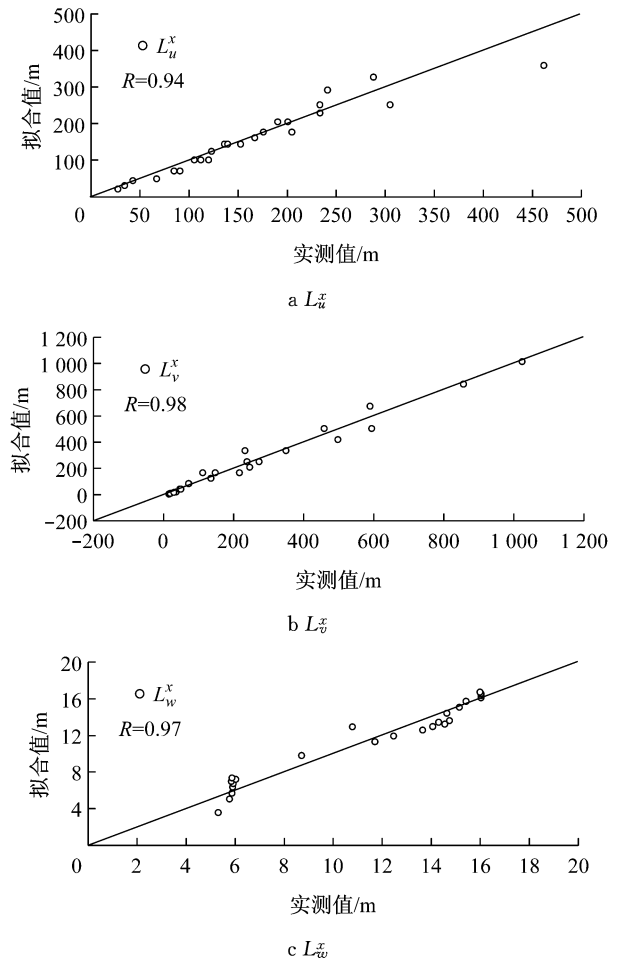


图 8 实测值与拟合值的比较

Fig. 8 Comparison between the measured values and the fitted values

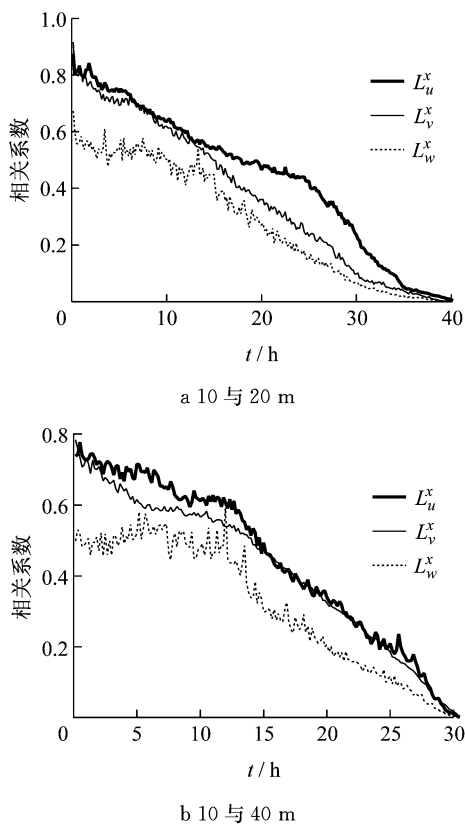


图 9 不同实测高度之间湍流积分尺度相关系数  
Fig.9 The correlation coefficients of the vertical scales at two levels

## 4 结论

基于近地层台风“梅花”实测数据对湍流积分尺度随平均风速、观测高度及平均时距等因素的变化规律进行了研究,得到以下结论:

(1)湍流积分尺度  $L_u^x$ ,  $L_v^x$  和  $L_w^x$  的均值均随着实测高度的增大而增大,且相同高度处湍流积分尺度均值  $\bar{L}_u^x > \bar{L}_v^x > \bar{L}_w^x$ . 实测高度对变异系数影响较小,湍流积分尺度在  $L_v^x$  各实测高度变异系数的均值为 1.07,而  $L_u^x$  和  $L_w^x$  分别只有 0.65 和 0.55. 10, 20 和 40 m 高度处,  $\bar{L}_u^x : \bar{L}_v^x : \bar{L}_w^x$  分别为 1 : 0.54 : 0.07, 1 : 0.65 : 0.11 和 1 : 0.73 : 0.1.

(2)各高度处实测结果与美国规范的经验结果相比明显偏小,与日本和欧洲规范相比偏大,而与印度规范最为接近. 基于本文的实测数据对湍流积分尺度均值  $\bar{L}_u^x$ ,  $\bar{L}_v^x$  和  $\bar{L}_w^x$  随高度的变化做了形如  $L(z) = a(z/30)^b$  的拟合,并给出了相应的拟合参数.

(3)发现湍流积分尺度比值  $L_i^x(T)/L_i^x(3600)$  ( $i=u, v$ ) 随平均时距的比值  $T/3600$  呈线性关系,通过线性拟合处理得到了湍流积分尺度均值  $\bar{L}_u^x$  和  $\bar{L}_v^x$

随平均时距变化的经验表达式.

(4)为得到特定时距(0~60 min)和高度处(0~40 m)湍流积分尺度,通过拟合得到了包括实测高度和平均时距的湍流积分尺度双参数经验表达式.

(5)湍流积分尺度  $L_w^x$  在不同高度之间(10 与 20 m 和 10 与 40 m)的相关系数整体上小于  $L_u^x$  和  $L_v^x$  的结果.

## 参考文献:

- [1] 顾明. 土木工程抗风研究进展及基础科学问题 [R]. 北京: 科学出版社, 2006.  
GU Ming. The research process and basic scientific issues about civil structure [R]. Beijing: Science Press, 2006.
- [2] Durst C S. Wind speeds over short periods of time [J]. The Meteorological Magazine, 1960, 89: 181.
- [3] 顾明, 匡军, 全涌, 等. 上海环球金融中心大楼顶部风速实测数据分析 [J]. 振动与冲击, 2009, 28(12): 114.  
GU Ming, KUANG Jun, QUAN Yong, et al. Analysis of measured wind speed data on top of SWFC [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(12): 114.
- [4] 顾明, 匡军, 韦晓, 等. 上海环球金融中心大楼顶部良态风速实测 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2011, 39(11): 1592.  
GU Ming, KUANG Jun, WEI Xiao, et al. Field measurement of strong wind speed of normal climate on top of Shanghai world financial center [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2011, 39(11): 1592.
- [5] Kato N, Ohkuma T, Kim J R. Full scall measurements of wind velocity in two urban areas using an ultrasonic anemometer [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1992, 41-44(1-3): 67.
- [6] Cao S Y, Tamura Yukio, Kikuchi Naoshi, et al. Wind characteristics of a strong typhoon [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2009, 97: 11.
- [7] 肖仪清, 孙建超, 李秋胜. 台风湍流积分尺度与脉动风速谱——基于实测数据的分析 [J]. 自然灾害学报, 2006, 15(5): 45.  
XIAO Yiqing, SUN Jianchao, LI Qiusheng. Turbulence integral scale and fluctuation wind speed spectrum of typhoon: an analysis based on field measurements [J]. Journal of Natural Disasters, 2006, 15(5): 45.
- [8] 希缪 E, 斯坎伦 R H. 风对结构的作用——风工程导论 [M]. 上海: 同济大学出版社, 1992.  
Simiu E, Scanlan R H. Wind effects on structures—introduction on wind engineering [M]. Shanghai: Tongji University press, 1992.
- [9] Flay G J, Stevenson D C. Integral length scales in strong winds below 20 m [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1988, 28: 21.
- [10] 庞加斌, 葛耀君, 陆烨. 大气边界层湍流积分尺度的分析方法 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2002, 30(5): 622.  
PANG Jiabin, GE Yaojun, LU Ye. Methods for analysis of turbulence integral length in atmospheric boundary-layer [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2002, 30(5):

- 622.
- [11] Li Q S, Zhi L H, Hu F. Field monitoring of boundary layer wind characteristics in urban area[J]. *Wind and Structures*, 2009, 12: 553.
- [12] Hui M C H, Larsen A, Xiang H F. Wind turbulence characteristics study at the Stonecutters Bridge site: Part I—Mean wind and turbulence intensities[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2009, 97:22.
- [13] American Society of Civil Engineers. ASCE/SEI 7-10 Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures [S]. New York: ASCE, 2010.
- [14] Architectural Institute of Japan. AIJ 2004 Recommendations for Loads on Buildings [S]. Tokyo: Architectural Institute of Japan, 2004.
- [15] Technical Committee CEN/TC250 Structural Eurocodes. Eurocode 1: actions on structures—general actions-part 1-4: wind actions [S]. London: British Standards Institution, 2004.
- [16] Department of Civil Engineering Indian Institute of Technology Roorkee. IS: 875 (Part3): wind loads on buildings and structures—proposed draft & commentary [S]. Roorkee: Indian Institute of Technology, 2003.
- [17] Yu B, Chowdhury A G, Masters F J. Hurricane wind power spectra, cospectra, and integral length scales[J]. *Boundary-Layer Meteorol*, 2008, 129:411.

.....

(上接第 1468 页)

- [3] Yang Y B, Hung H H, Chang D W. Train-induced wave propagation in layered soils using finite/infinite element simulation[J]. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, 2003, 23(4):263.
- [4] Hung H H, Yang Y B, Chang D W. Wave barriers for reduction of train-induced vibrations in soils [J]. *Journal of Geotech and Geoenvironment Engineering*, ASCE, 2004, 130(12): 1283.
- [5] 边学成,陈云敏.基于 2.5 维有限元方法分析列车荷载产生的地基波动 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2006, 25(11):2335.  
BIAN Xuecheng, CHEN Yunmin. Ground vibration generated by train moving loadings using 2.5D finite element method [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(11):2335.
- [6] 边学成,陈云敏,胡婷.基于 2.5 维有限元方法模拟高速列车荷载产生的地基振动[J]. *中国科学*, 2008, 38(5):600.  
BIAN Xuecheng, CHEN Yunmin, HU Ting. Numerical simulation of high-speed train induced ground vibrations using 2.5D finite element approach[J]. *Science in China Press (G)*, 2008, 38(5):600.
- [7] 谢伟平,孙洪刚.地铁运行时引起的土的波动分析 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(7):1180.  
XIE Weiping, SUN Honggang. FEM analysis on wave propagation in soils induced by high speed train load [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(7):1180.
- [8] Sheng X, Jones C J C, Thompson D J. Modelling ground vibration from railways using wave number finite- and boundary element methods [J]. *Proceedings of the Royal Society A*, 2005, 461: 2043.
- [9] Gupta S, Degrande G, Lombaert G. Experimental validation of a numerical model for subway induced vibrations [J], *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 321(3-5): 786.
- [10] 刘卫丰,刘维宁.地铁振动预测的周期性有限元—边界元耦合模型[J]. *振动工程学报* 2009, 22(5): 480.  
LIU Weifeng, LIU Wenning. A coupled periodic finite element-boundary element model for prediction of vibrations induced by metro traffic [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2009, 22(5): 480.
- [11] Yang Y B, Kuo S R, Hung H H. Frequency-independent infinite element for analyzing semi-infinite problems [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1996, 39:3553.
- [12] 赵崇斌,张楚汉.映射动力无穷元及其特性研究[J]. *地震工程与工程动*, 1987, 3(22): 1.  
ZHAO Congbin, ZHANG Chuhan. Studies on the characteristics of dynamic mapping infinite elements [J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1987, 3(22): 1.
- [13] 张楚汉,赵崇斌.复杂地基中波动问题的数值模拟[J]. *土木工程学报*, 1987, 20(4): 83.  
ZHANG Chuhan, ZHANG Congbin. A numerical simulation of wave propagation for complex foundation [J]. *China Civil Engineering Journal*, 1987, 20(4): 83.
- [14] Eason G. The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force[J]. *International Journal of Engineering Science*, 1965, 2: 581.